

Document de référence Qualiroutes – K – 12

**Berekening van de negatieve vrijving op palen -  
Enige problemen bij de paalfunderingen in havengebieden -  
Berekening van de mantelvrijving op ingeheide palen**

Édition du 20/07/2011

# BEREKENING VAN DE NEGATIEVE WRIJVING OP PALEN

door

**Dr ir E. DE BEER**

Gewoon Hoogleraar aan de Universiteiten te Gent en te Leuven  
Directeur van het Rijksinstituut voor Grondmechanica

## INLEIDING

Wanneer palen doorheen slappe grondlagen worden geheid, waarop achteraf een nevenbelasting wordt aangebracht, hebben de slappe grondlagen de neiging meer te zakken dan de palen, waardoor een neerwaarts gerichte wrijving op de palen wordt uitgeoefend. Hierdoor worden de palen aan een bijkomende onzichtbare belasting onderworpen, met dewelke bij het berekenen van de paalfundering rekening dient te worden gehouden.

Een zelfde verschijnsel kan zich ook voordoen ten gevolge van een kunstmatige verlaging van de grondwaterspiegel.

Tenslotte kunnen bepaalde lagen ten gevolge van het heien der palen een zodanige verkneding ondergaan, dat zich een nieuw inklinkingsproces onder eigen gewicht instelt, waardoor terug negatieve wrijving op de palen kan worden veroorzaakt.

Tot nog toe bestaat er geen juiste theorie welke het mogelijk maakt de negatieve wrijving op een alleenstaande paal, of op een groep palen te berekenen.

Wel bestaan er benaderingsmethoden, waarvan de belangrijkste zijn :

- de methode van Zeevaert [1] [2] [3] [4]
- de methode van Habib [5]
- de hollands methode gesteund op de resultaten van diepsonderingen
- de methode van Brinch Hansen [6]

De ingenieur uit de praktijk kan niet wachten tot wanneer een juiste theorie ter beschikking staat. Hij is

derhalve verplicht zich met een der benaderingsmethodes te behelpen.

In de hiernavolgende beschouwingen en afleidingen zal hoofdzakelijk op de methode van Zeevaert worden gesteund. De benaderingen eigen aan deze methode zullen worden aangegeven.

## METHODE VAN ZEEVAERT

Beschouwd wordt een oneindig uitgestrekte palengroep waarbij men 1 paal per  $A \text{ m}^2$  oppervlak van de grond heeft (fig. 1). Verondersteld wordt dat op het niveau van de paalkoppen de grond belast is met een eenheidsbelasting  $p_0$ .

Laten we  $p_{v,z}$  de *gemiddelde* korreldruk noemen op de diepte  $z$  onder het niveau van de paalkoppen, reke-

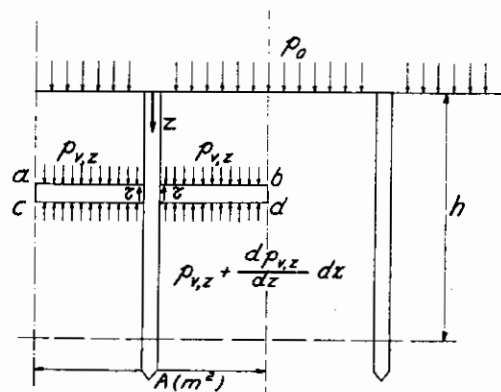


Fig. 1.

ning houdend met de ontlasting welke de grond ten gevolge van de aanwezigheid der palen ondervindt.

Men heeft in ieder geval  $p_{v,z} \leq p_{o,z}$  waarin

$p_{o,z}$  = de gemiddelde verticale korreldruk  $z$ , wanneer er geen palen zouden zijn

Zij verder  $U$  = de omtrek van de paal

$\tau$  = de schuifspanning langs de paalomtrek

$\gamma_k$  = het « effectief » volumegewicht van de grond.

Het vertikaal evenwicht van de moot abcd (fig. 1) geeft :

$$A \gamma_k dz + p_{v,z} A - (p_{v,z} + \frac{dp_{v,z}}{dz} dz) A - \tau U dz = 0 \quad (1)$$

$$A \gamma_k - \frac{dp_{v,z}}{dz} A = \tau U \quad (2)$$

Indien wordt aangenomen dat de fictieve gemiddelde korreldruk  $p_{v,z}$  ook in de onmiddellijke omgeving van de paal werkzaam is, hetgeen echter slechts een zeer grove, hoewel aan de veilige kant gelegen benadering is, aangezien langs de paal de werkelijke verticale korreldruk kleiner is dan  $p_{v,z}$ , kan de schuifspanning  $\tau$  langs de paalomtrek, wanneer de adhaesie  $a$  langs de paalomtrek wordt verwaarloosd, worden geschreven :

$$\tau = \sigma_{h,z} \operatorname{tg} \delta = p_{v,z} K_o \operatorname{tg} \delta \quad (3)$$

Hierin betekenen :

$\sigma_{h,z}$  = de normale horizontale korrelspanning

$\delta$  = de wrijvingshoek tussen de wand van de paal en de grond

$K_o = \frac{\sigma_{h,z}}{p_{v,z}}$  = een gronddrukcoëfficiënt, waarvan

de waarde à priori afhankelijk is van de aard van de grond, van zijn voorgeschiedenis, en van de wijze waarop de paal in de grond wordt gebracht.

In de methode van Zeevaert wordt, wanneer geen andere gegevens beschikbaar zijn, de coëfficiënt  $K_o$  meestal gelijk genomen aan de coëfficiënt van neutrale gronddruk  $\lambda_n$

$$K_o = \lambda_n = 1 - \sin \varphi \quad (4)$$

Over het algemeen is het wandoppervlak van de paal voldoende ruw, opdat de wrijvingshoek  $\delta$  wand-grond

TABEL I

| $\varphi$                       | 10°   | 15°   | 20°   | 25°   | 30°   | 35°   | 40°   |
|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\operatorname{tg} \varphi$     | 0,176 | 0,268 | 0,364 | 0,466 | 0,577 | 0,700 | 0,839 |
| $\sin \varphi$                  | 0,174 | 0,259 | 0,342 | 0,423 | 0,500 | 0,574 | 0,643 |
| $1 - \sin \varphi$              | 0,826 | 0,741 | 0,658 | 0,577 | 0,500 | 0,426 | 0,357 |
| $K_o \operatorname{tg} \varphi$ | 0,146 | 0,199 | 0,240 | 0,269 | 0,289 | 0,298 | 0,300 |

aan de inwendige wrijvingshoek  $\varphi$  van de grond gelijk dient te worden gesteld. Dit is overigens een aan de veilige kant gelegen aanname.

Laten we opmerken dat het product  $K_o \operatorname{tg} \varphi = (1 - \sin \varphi) \operatorname{tg} \varphi$  slechts betrekkelijk weinig varieert met de hoek  $\varphi$ . Dit wordt aangetoond door de waarden van de tabel I.

In slappe grondlagen wordt, wanneer geen juistere gegevens beschikbaar zijn, voor het product  $K_o \operatorname{tg} \varphi$  vaak de waarde 0,25 aangenomen, hetgeen, zoals blijkt uit de tabel I vrij goed de waarden van  $K_o \operatorname{tg} \varphi$  tussen  $\varphi = 15^\circ$  en  $\varphi = 30^\circ$  dekt.

$$\text{Men zal dus vaak stellen } \tau = 0,25 p_{v,z} \quad (5)$$

De uitdrukking (2) kan nog worden geschreven :

$$\gamma_k - \frac{dp_{v,z}}{dz} = \frac{K_o \operatorname{tg} \varphi U}{A} p_{v,z} \quad (6)$$

$$\text{Stel } \frac{K_o \operatorname{tg} \varphi U}{A} = m_1 \quad (7)$$

De uitdrukking (6) wordt :

$$\frac{dp_{v,z}}{dz} + m_1 p_{v,z} = \gamma_k \quad (8)$$

De uitdrukking (8) kan worden geïntegreerd, rekening houdend met de randvoorwaarde  $p_{v,z} = p_o$  voor  $z = 0$ .

Men krijgt :

$$p_{v,z} = \frac{\gamma_k}{m_1} (1 - e^{-m_1 z}) + p_o e^{-m_1 z} \quad (9)$$

Vastgesteld wordt dat de formule (9) enige analogie met de formule der silo's vertoont. De hechting van de grond op de palen heeft immers een ontlasting van de dieper gelegen lagen tengevolge.

Men heeft vanzelfsprekend :

$$p_{v,z} \leq p_{o,z} = \gamma_k z + p_o \quad (10)$$

$p_{o,z}$  zijnde de verticale korrelspanning welke op de diepte  $z$  bij afwezigheid der palen zou bestaan.

Zij  $h$  = de dikte van de samendrukbare laag. De negatieve wrijving  $F_n$  op de paal wordt gegeven door

$$F_n = \int_0^h \tau U dz \quad (11)$$

$$F_n = \int_0^h K_o \operatorname{tg} \varphi p_{v,z} U dz \quad (12)$$

$$F_n = K_o \operatorname{tg} \varphi U \int_0^h p_{v,z} dz \quad (13)$$

$$F_n = \frac{K_o \operatorname{tg} \varphi U}{A} \cdot A \int_0^h p_{v,z} dz \quad (14)$$

$$F_n = m_1 A \int_0^h p_{v,z} dz \quad (15)$$

Aangezien op elke diepte  $p_{v,z} \leq p_{o,z}$  kan de waarde van  $F_n$  hoogstens gelijk zijn aan de negatieve kleef  $F_{n,M}$  welke men zou hebben indien de aanwezigheid van de palen geen wijziging in de verticale korrelspanningen zou veroorzaken.

$$F_{n,M} = K_o \operatorname{tg} \varphi U \int_0^h p_{o,z} dz \quad (16)$$

$$F_n \leq F_{n,M} \quad (17)$$

Door invoeren van (9) in (15) en integreren verkrijgt men

$$F_n = A \int_0^h \left[ \gamma_k (1 - e^{-m_1 z}) + m_1 p_o e^{-m_1 z} \right] dz \quad (18)$$

$$F_n = A \left[ \gamma_k h - \gamma_k \frac{e^{-m_1 h} - 1}{-m_1} + m_1 \frac{p_o (e^{-m_1 h} - 1)}{-m_1} \right] \quad (19)$$

$$F_n = A \left[ \gamma_k h + \frac{\gamma_k}{m_1} (e^{-m_1 h} - 1) - p_o (e^{-m_1 h} - 1) \right] \quad (20)$$

$$F_n = A \left[ p_o + \gamma_k h + \frac{\gamma_k}{m_1} (1 - e^{-m_1 h}) - p_o e^{-m_1 h} \right] \quad (21)$$

en gelet op (9) en (10) voor  $z = h$

$$F_n = A (p_{o,h} - p_{v,h}) \quad (22)$$

In elk geval heeft men  $F_n \leq F_{n,M}$

De formule (20) kan ook worden geschreven

$$F_n = A \left[ \gamma_k h + \left( p_o - \frac{\gamma_k}{m_1} \right) (1 - e^{-m_1 h}) \right] \quad (23)$$

en gelet op (7)

$$F_n = A \left[ \gamma_k h + \left( p_o - \frac{\gamma_k}{\frac{U}{A} K_o \operatorname{tg} \varphi} \right) \left( 1 - e^{-\frac{U}{A} K_o \operatorname{tg} \varphi h} \right) \right] \quad (24)$$

of nog, ten einde dimensieloze verhoudingen te verkrijgen

$$\frac{F_n}{h A \gamma_k} = 1 + \left( \frac{p_o}{\gamma_k h} - \frac{1}{\frac{U h}{A} K_o \operatorname{tg} \varphi} \right) \left( 1 - e^{-\frac{U h}{A} K_o \operatorname{tg} \varphi} \right) \quad (25)$$

Wanneer het product  $K_o \operatorname{tg} \varphi$  als een constante wordt beschouwd, is de vergelijking (25) een betrekking tussen de dimensieloze verhoudingen  $\frac{F_n}{h A \gamma_k}$ ,  $\frac{p_o}{\gamma_k h}$  en  $\frac{U h}{A}$ . Voor een gegeven waarde van het product  $K_o \operatorname{tg} \varphi$  kan deze betrekking in de vorm van een nomogram worden uitgedragen, waarbij b.v.  $\frac{p_o}{\gamma_k h}$  in abscisse,  $\frac{A}{U h}$  in ordinaat worden uitgedragen, en  $\frac{F_n}{h A \gamma_k}$  als parameter wordt gekozen. Men kan ook  $\frac{F_n}{A h \gamma_k}$  uitdragen in functie van  $\frac{p_o}{\gamma_k h}$  met  $\frac{A}{U h}$  als parameter. Alsdan verkrijgt men rechte lijnen.

### Cirkelvormige palen

In geval van cirkelvormige palen heeft men  $U = \pi D$  met  $D$  = diameter van de paal.

De uitdrukking (25) wordt

$$\frac{F_n}{h A \gamma_k} = 1 + \left( \frac{p_o}{\gamma_k h} + \right.$$

$$1 - \frac{\pi \frac{D}{h} K_o \operatorname{tg} \varphi}{1 - e^{-\pi \frac{D}{h} K_o \operatorname{tg} \varphi}} \quad (26)$$

Op de figuur 2 heeft men  $\frac{A}{Dh}$  uitgedragen in func-

tie van  $\frac{P_o}{\gamma_k h}$  met  $\frac{F_n}{h A \gamma_k}$  als parameter, uitgaande van  $K_o \operatorname{tg} \varphi = 0,25$ . Hoewel volgens de vergelijking (26) het verband  $\frac{A}{Dh} = f\left(\frac{P_o}{\gamma_k h}\right)$  niet lineair is, blijkt uit

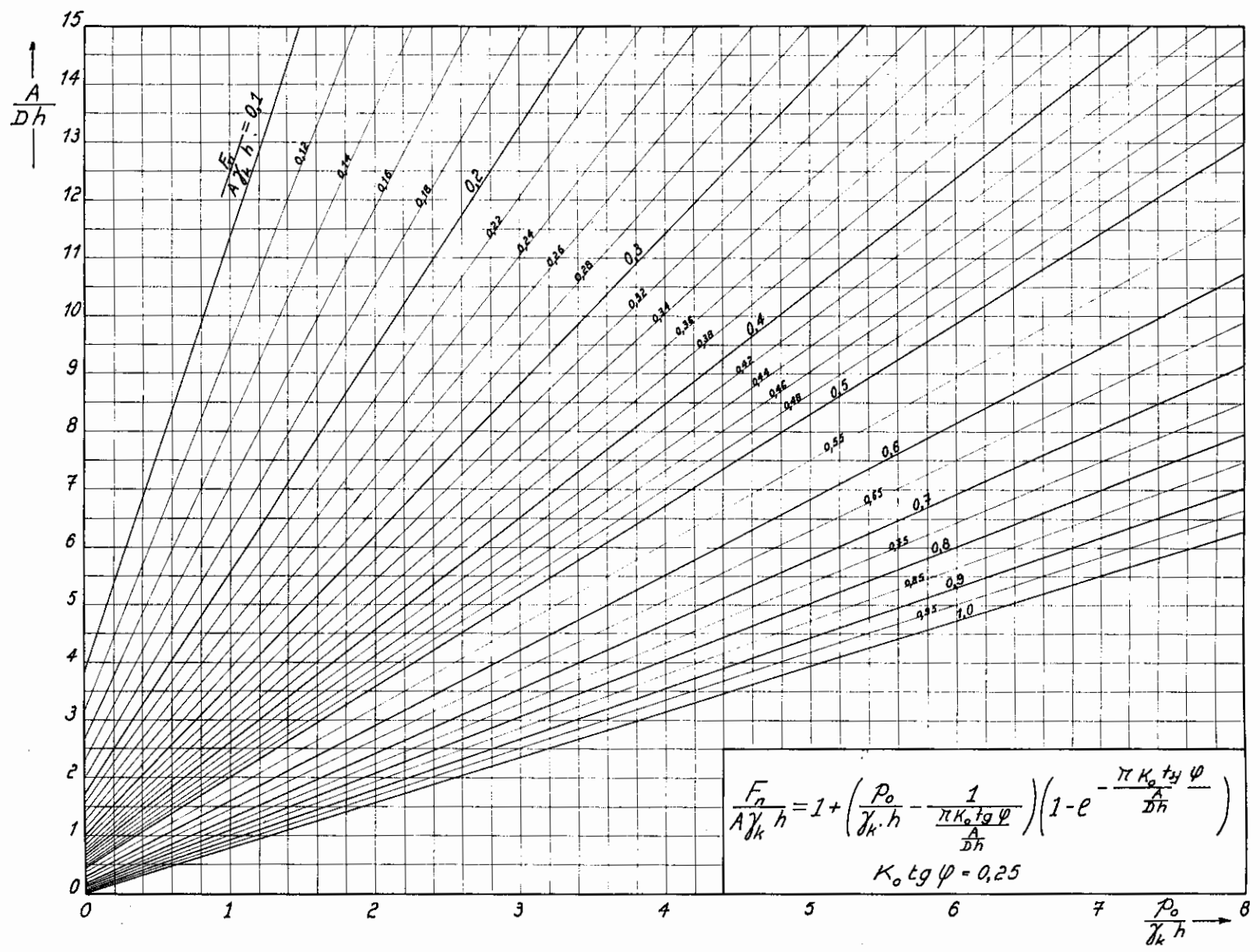


Fig. 2.

het diagram dat dit verband in het getekende gebied  
 toch met een voldoende benadering als lineair kan wor-  
 den aanzien.

Op de figuren 3a en 3b heeft men, met  $K_0 \operatorname{tg} \varphi =$   
 0,25 de waarde  $F_n : h A \gamma_k$  in functie van  $\frac{p_0}{\gamma_k h}$ , met

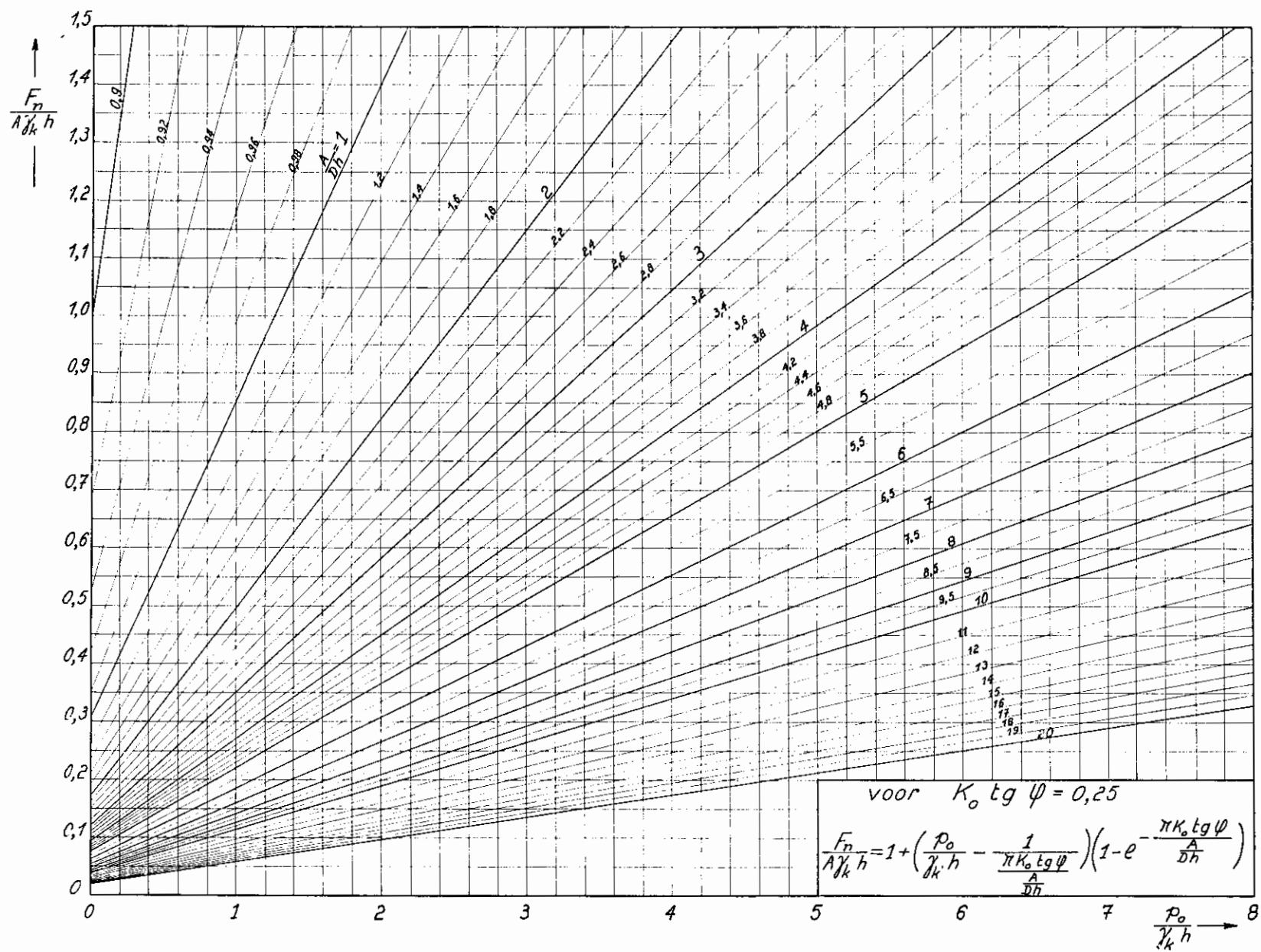


Fig. 3a.

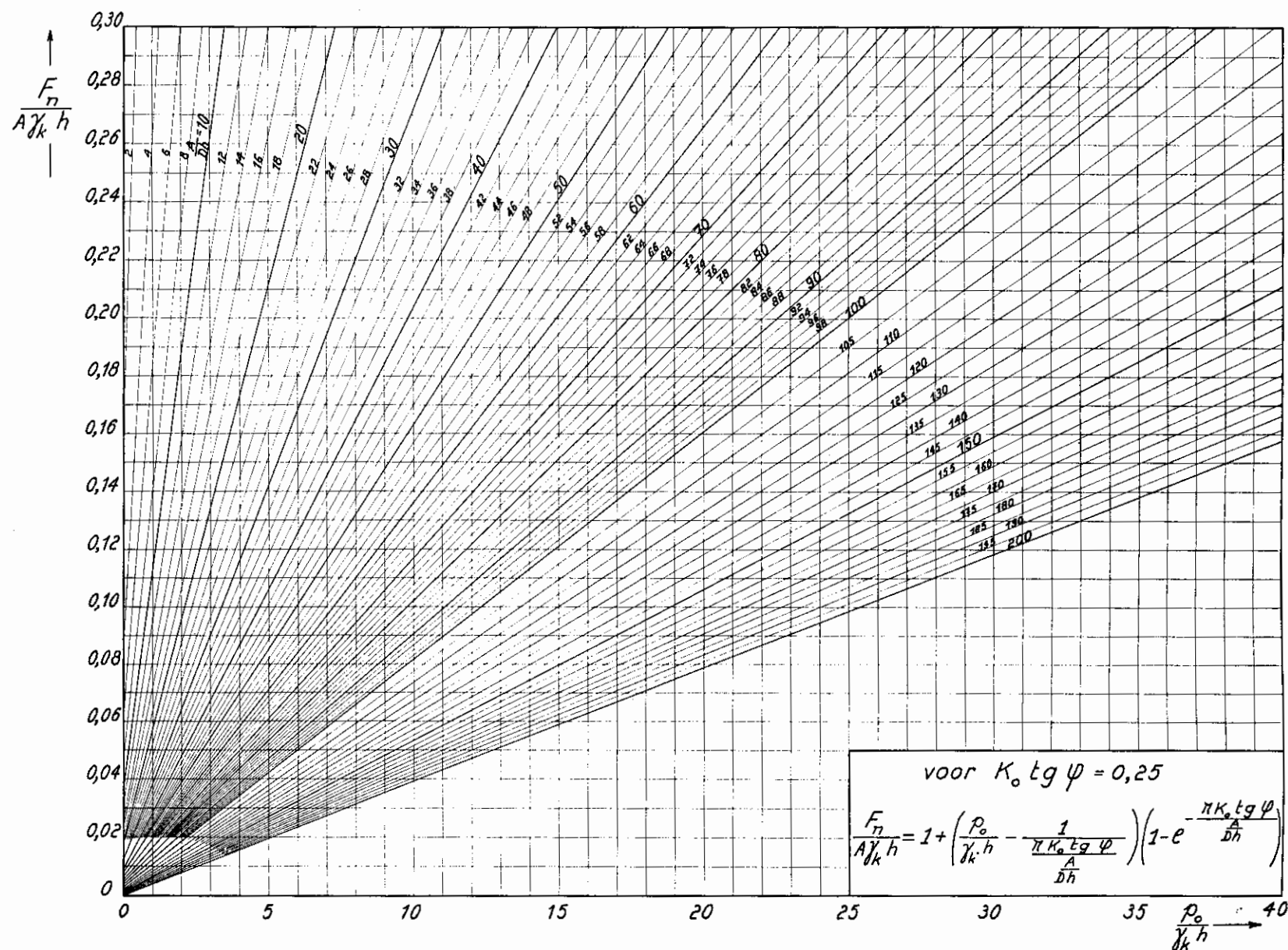


Fig. 3b.

$\frac{A}{Dh}$  als parameter uitgedragen. Hier heeft men, ook strict theoretisch, rechte lijnen.

Geval waarbij enkel de invloed van de bovenbelasting  $p_0$  wordt beschouwd.

Wanneer enkel de invloed van de bovenbelasting  $p_0$  wordt beschouwd ( $\gamma_k = 0$ ) wordt de formule (24)

$$F_{n,0} = A p_0 \left(1 - e^{-\frac{\pi D}{A} K_0 \operatorname{tg} \varphi h}\right) \quad (27)$$

hetgeen nog kan worden geschreven:

$$\frac{F_{n,0}}{A p_0} = 1 - e^{-\pi K_0 \operatorname{tg} \varphi \frac{D h}{A}} \quad (28)$$

De dimensielloze verhouding  $\frac{F_{n,0}}{A p_0}$  is in functie van de dimensielloze grootheid  $\frac{A}{Dh}$  op de figuur 4 uitgezet, ditmaal voor verschillende waarden van  $K_0 \operatorname{tg} \varphi$ .

Geval waarbij de bovenbelasting  $p_0$  nul is

Wanneer de bovenbelasting  $p_0$  gelijk nul wordt gesteld, wordt de formule (24)

$$F_{n,\gamma} = A \left[ \gamma_k h - \frac{\gamma_k}{\frac{v}{A} K_0 \operatorname{tg} \varphi} \left(1 - e^{-\frac{v}{A} K_0 \operatorname{tg} \varphi h}\right) \right] \quad (29)$$

hetgeen in geval van cirkelvormige palen kan worden geschreven:

$$\frac{F_{n,\gamma}}{A \gamma_k h} = 1 - \frac{1 - e^{-\frac{\pi K_0 \operatorname{tg} \varphi}{A} \frac{A}{Dh}}}{\frac{\pi K_0 \operatorname{tg} \varphi}{A} \frac{A}{Dh}} \quad (30)$$

De dimensielloze verhouding  $\frac{F_n}{A \gamma_k h}$  is in functie van de dimensielloze grootheid  $\frac{A}{Dh}$  op de figuur 5 uitgezet, dit voor verschillende waarden van  $K_0 \operatorname{tg} \varphi$ .

Geval van een alleenstaande paal.

In geval van een alleenstaande paal heeft men theoretisch  $A = \infty$ . Alsdan krijgt men met de formule van Zeevaert

$$F_n = F_{n,M} = K_0 \operatorname{tg} \varphi U \int_0^h p_{0,z} dz. \quad (31)$$

en met  $p_{0,z} = p_0 + \gamma_k z$

$$F_{n,M} = K_0 \operatorname{tg} \varphi U \left( p_0 h + \frac{\gamma_k h^2}{2} \right) \quad (32)$$

Voor een cirkelvormige paal

$$F_{n,M} = K_0 \operatorname{tg} \varphi \pi D \left( p_0 h + \frac{\gamma_k h^2}{2} \right) \quad (33)$$

Het kan nuttig zijn even na te gaan of men de uitdrukking (33) uit de uitdrukking (24) kan terugvinden, wanneer men in deze formule  $A \rightarrow \infty$  stelt.

De formule (24), kan voor het geval van een cirkelvormige paal, worden geschreven:

$$F_n = A \left[ \gamma_k h + \left( p_0 - \frac{\gamma_k}{\frac{\pi D}{A} K_0 \operatorname{tg} \varphi} \right) \left( 1 - e^{-\frac{\pi D K_0 \operatorname{tg} \varphi h}{A}} \right) \right] \quad (34)$$

$$F_n = A p_0 \left( 1 - e^{-\frac{\pi D K_0 \operatorname{tg} \varphi h}{A}} \right) + A \left[ \gamma_k h - \frac{\gamma_k A h}{\pi D K_0 \operatorname{tg} \varphi h} \left( 1 - e^{-\frac{\pi D K_0 \operatorname{tg} \varphi h}{A}} \right) \right] \quad (35)$$

$$\text{Stel} \quad r = \pi D K_0 \operatorname{tg} \varphi h \quad (36)$$

$$F_n = A p_0 \left( 1 - e^{-\frac{r}{A}} \right) + A \left[ \gamma_k h - \frac{\gamma_k h A}{r} \left( 1 - e^{-\frac{r}{A}} \right) \right] \quad (37)$$

$$F_n = M + N$$

limiet van de term M

Voor  $A \rightarrow \infty$  heeft men

$$A p_0 \left( 1 - e^{-\frac{r}{A}} \right) = \infty \times 0$$

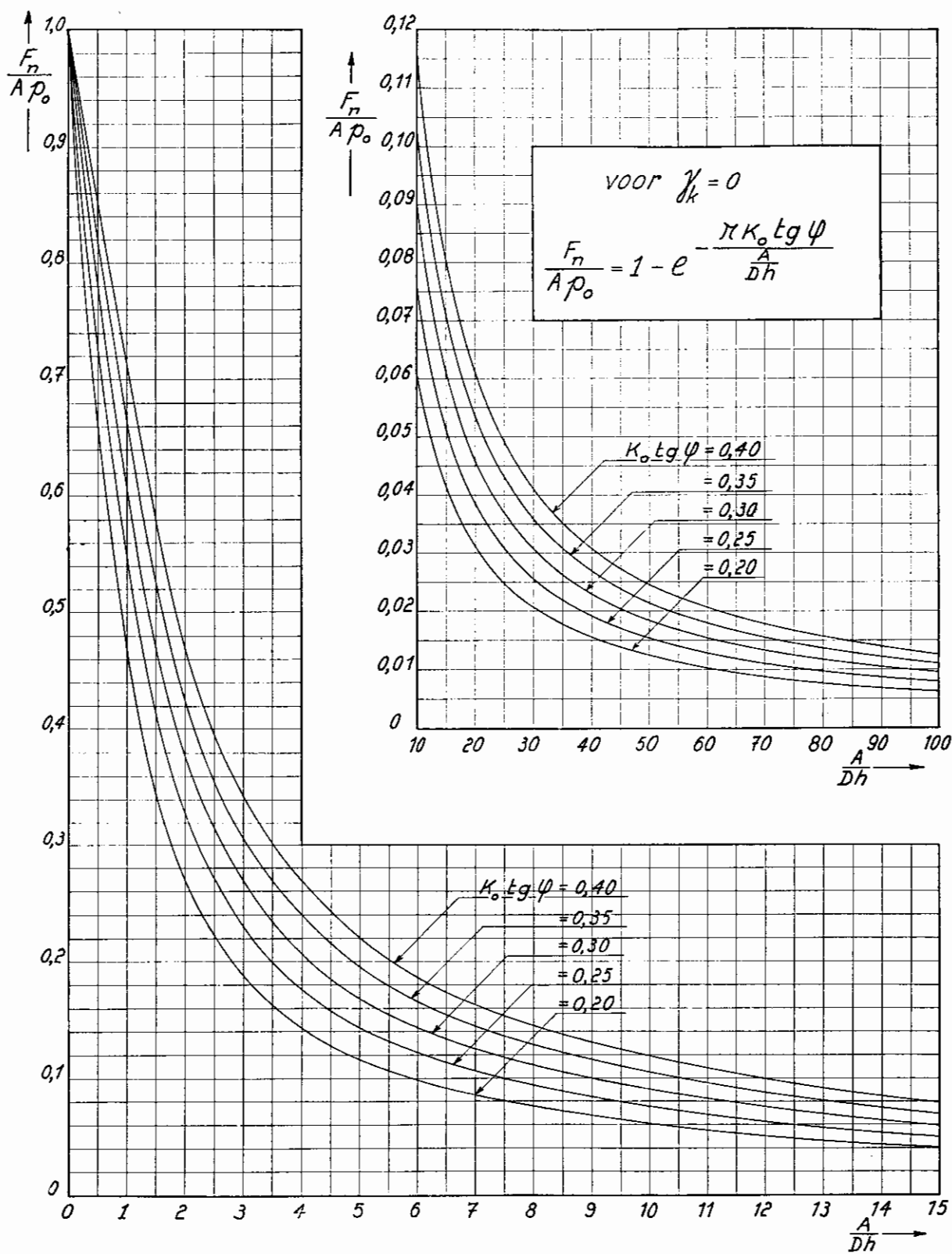


Fig. 4.

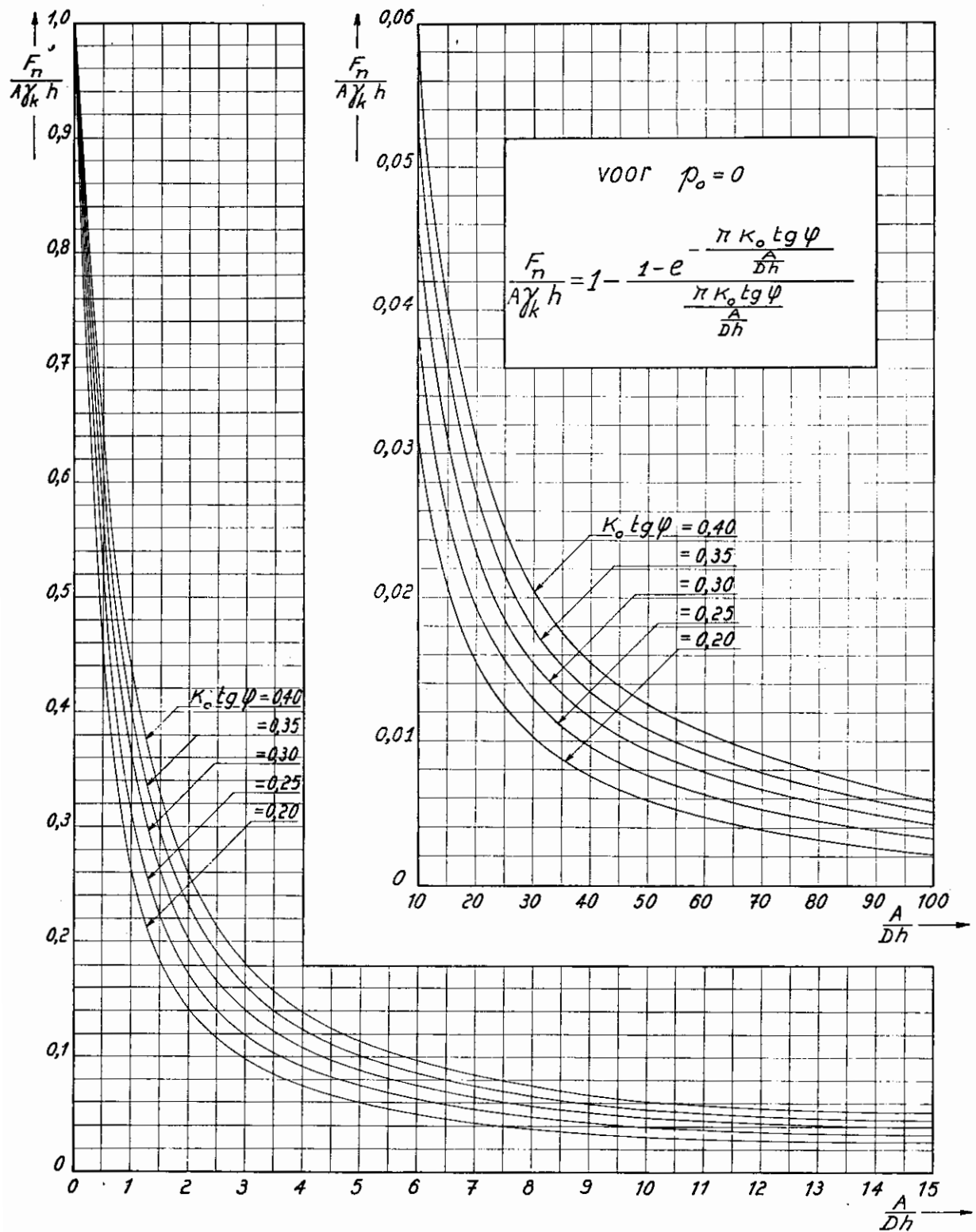


Fig. 5.

De regel van l'Hospital geeft

$$\begin{aligned}\lim_{A \rightarrow \infty} M &= \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{p_0 (-1) e^{-\frac{r}{A}} (-r) (-A^{-2})}{-A^{-2}} \\ &= \lim_{A \rightarrow \infty} r p_0 e^{-\frac{r}{A}} = r p_0\end{aligned}\quad (38)$$

limiet van de term N

De term N wordt eerst omgevormd tot :

$$N = A^2 \left[ \gamma_k h A^{-1} - \frac{\gamma_k h}{r} (1 - e^{-\frac{r}{A}}) \right] \quad (39)$$

$$\lim_{A \rightarrow \infty} N = \infty (0 - 0)$$

De regel van l'Hospital geeft :

$$\begin{aligned}\lim N &= \lim \frac{\gamma_k h A^{-1} - \frac{\gamma_k h}{r} (1 - e^{-\frac{r}{A}})}{A^{-2}} \\ &= \lim \frac{-\gamma_k h A^{-2} + \frac{\gamma_k h}{r} e^{-\frac{r}{A}} (-r) (-A^{-2})}{-2 A^{-3}} \\ &= \lim \left( \frac{\gamma_k h}{2} A - \gamma_k h e^{-\frac{r}{A}} \frac{r}{2} \right) \\ &= \lim \frac{\gamma_k h}{2} (A - A e^{-\frac{r}{A}}) \\ \lim N &= \frac{\gamma_k h}{2} \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{1 - e^{-\frac{r}{A}}}{A^{-1}}\end{aligned}$$

Een nieuwe toepassing van de regel van l'Hospital geeft :

$$\begin{aligned}\lim N &= \frac{\gamma_k h}{2} \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{-e^{-\frac{r}{A}} (-r) (-A^{-2})}{-A^{-2}} \\ \lim N &= \frac{\gamma_k h}{2} r\end{aligned}\quad (40)$$

Uit (37), (38) en (40) volgt

$$\lim_{A \rightarrow \infty} F_n = r p_0 + \frac{\gamma_k h}{2} r \quad (41)$$

en gelet op (36)

$$F_{n,M} = K_0 \operatorname{tg} \varphi \pi D h p_0 + K_0 \operatorname{tg} \varphi \pi D \frac{\gamma_k h^2}{2} \quad (42)$$

Dit is dezelfde uitdrukking als (33).

De formule van Zeevaert wanneer toegepast voor  $A = \infty$  geeft zeker een te hoge waarde voor de negatieve kleeft, aangezien ze leidt tot de waarde welke men zou verkrijgen wanneer de aanwezigheid van de paal geen storing in het spanningsveld van de grond zou veroorzaken. De oorzaak van het overschatten van  $F_n$  is te zoeken in het feit dat in de formule van Zeevaert de gemiddelde waarde van  $p_{v,z}$  over het oppervlak  $A$ , en niet de juiste waarde van  $p_{v,z}$  in de contactpunten van de grond met de paal wordt ingevoerd. Wanneer  $A \rightarrow \infty$ , wordt de gemiddelde waarde van  $p_{v,z}$  noodzakelijk gelijk aan  $p_{0,z}$ , hoewel de waarde  $p_{v,z,x=0}$  in de contactpunten met de paal, belangrijk kleiner kan zijn. Daar men door het invoeren van de waarde  $A = \infty$  de negatieve kleeft op een alleenstaande paal overschat, gaan we in de praktijk ter bepaling van deze negatieve kleeft als volgt tewerk.

Aangenomen wordt dat de invloed van een belasting zich niet laat voelen buiten een kegel met een tophoek van  $90^\circ$  en met de top in het aangrijpingspunt van de beschouwde last (fig. 6a).

We beschouwen vervolgens afzonderlijk de invloed van de bovenbelasting  $p_0$  op de slappe laag en van het eigengewicht van deze laag.

1°) *bovenbelasting  $p_0$*  (fig. 6b).

In een punt N op diepte  $z$  worden de spanningen beïnvloed door de bovenbelastingen  $p_0$  welke binnen de cirkel met diameter  $nn' = 2z$  zijn gelegen. Voor het punt B van de paal heeft deze diameter de waarde  $2h$ ,  $h$  zijnde de dikte van de slappe laag.

In het bovenpunt A is deze diameter gelijk nul.

De gemiddelde waarde van de diameter van het invloedsgebied is derhalve

$$2z_m = 2 \frac{h}{2} = h.$$

Bij het beschouwen van de bovenbelasting  $p_0$  zal men bij benadering het oppervlak  $A_0$  overeenstemmend met de gemiddelde waarde van de lineaire afmeting van het invloedsgebied beschouwen. Men heeft :

$$A_0 = \frac{\pi h^2}{4} \quad (43)$$

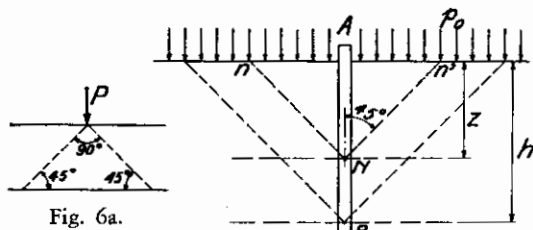


Fig. 6a.

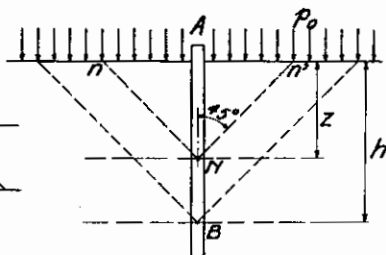


Fig. 6b.

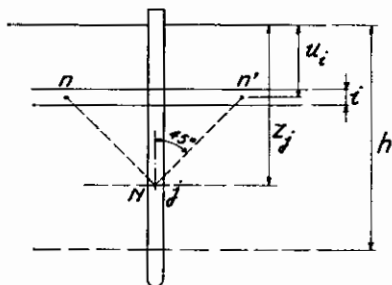


Fig. 6c.

2°) *eigengewicht van de slappe laag* (fig. 6c).

Beschouwen we een elementaire laag op diepte  $u_i$ . In een punt N met diepte  $z_j$ , heeft het te beschouwen invloedsooppervlak van de last op diepte  $u_i$  een diameter  $nn'$  gegeven door

$$nn' = 2(z_j - u_i) \quad (44)$$

Voor alle elementaire lagen begrepen tussen  $u_i = 0$  en  $u_i = z_j$  is de gemiddelde waarde van  $nn'$  in N

$$(nn')_{m,j} = \frac{\int_0^{z_j} 2(z_j - u_i) du_i}{z_j} \quad (45)$$

$$(nn')_{m,j} = \frac{2z_j^2 - \frac{2z_j^2}{2}}{z_j} = 2z_j - z_j = z_j$$

Voor alle liggingen van N begrepen tussen 0 en  $h$  is de gemiddelde waarde van  $(nn')_{m,j}$

$$(nn')_m = \frac{\int_0^h z_j dz_j}{h} = \frac{h}{2} \quad (47)$$

Bij het beschouwen van het eigengewicht van de slappe laag, verkrijgt men aldus de volgende karakteristieke waarde voor het oppervlak A

$$A_Y = \frac{\pi h^2}{16} \quad (48)$$

### Toepassing (\*)

Zij een alleenstaande paal  $D = 0,52$  m  
 $U = 1,634$  m

De paal gaat doorheen een slappe laag met  $h = 10$  m,  
 $\gamma_k = 1$  t/m<sup>3</sup>,  $K_o \tan \varphi = 0,25$ .

Op deze laag wordt een oneindig uitgestrekte aanvulling met  $p_o = 10$  t/m<sup>2</sup> aangebracht.

De formule (33) geeft:

$$F_{n,M} = 0,25 \times 1,634 \times (10 \times 10 + 1 \times \frac{10^2}{2}) \\ = 0,4085 \times 150 = 61,275 \text{ t}$$

Wanneer nu de aanname  $K_o \tan \varphi = 0,25$  juist is, is dit zeker een bovenste grens voor de negatieve wrijving op de beschouwde alleenstaande paal.

Laten we thans de door ons ingevoerde benadering aanwenden.

### 1°) *bovenbelasting $p_o$*

De formule (43) geeft:

$$A_o = \frac{\pi \times 10^2}{4} = 78,54 \text{ m}^2 \quad (49)$$

$$\frac{A_o}{Dh} = \frac{78,54}{0,52 \times 10} = 15,104$$

Uit de formule (27) blijkt dat de negatieve kleeft voortkomend van de bovenbelasting  $p_o$  gegeven wordt door

$$F_{n,o} = A_o p_o \left( 1 - e^{-\frac{\pi D K_o \tan \varphi h}{A_o}} \right) \quad (50)$$

$$F_{n,o} = 78,54 \times 10 \left( 1 - e^{-\frac{0,25 \times 3,14}{15,104}} \right) \quad (51)$$

$$\log e^{-0,052} = -0,052 \times 0,43429 =$$

$$= -0,022583 = \bar{1},977417 = \log 0,95$$

$$F_{n,o} = 785,4 (1 - 0,95) = 785,4 \times 0,05 = 39,27 \text{ t}$$

(\*) In de getallenvoorbeelden worden de getallen met een vrij groot aantal decimalen medegedeeld. Deze decimalen hebben, vanzelfsprekend, geen praktische betekenis voor de werkelijke problemen. Het lijkt ons echter nuttig ze in een theoretische bijdrage te laten staan, omdat de lezer welke een getallenvoorbeeld wil narekenen hierdoor beter geleid is.

2°) *eigengewicht*  $\gamma_k$

De formule (48) geeft

$$A_\gamma = \frac{\pi \times 10^2}{16} = 19,635 \text{ m}^2$$

$$\frac{A_\gamma}{D h} = \frac{19,635}{0,52 \times 10} = 3,776$$

Met  $\frac{p_o}{\gamma_k h} = 0$  en  $K_o \operatorname{tg} \varphi = 0,25$  haalt men uit fig. 5

$$\frac{F_{n,\gamma}}{\gamma_k A_\gamma h} = 0,097$$

$$F_{n,\gamma} = 1 \times 19,635 \times 10 \times 0,097 = 19,045 \text{ ton}$$

Men krijgt tenslotte voor  $F_n$  de waarde

$$F_n = F_{n,o} + F_{n,\gamma} = 39,27 + 19,045 = 58,315 \text{ ton}$$

Deze waarde is iets kleiner dan de berekende bovenste grens van 61,275 ton.

Toepassing op een proefpaal in Noorwegen [7]

In Noorwegen werden metingen verricht op een holle stalen paal geheid tot op de rots doorheen een zeeklei.

De zeeklei heeft de volgende kenmerken

$$\gamma_k = 1 \text{ t/m}^3$$

$$\varphi = 28^\circ$$

$$c = 1,5 \text{ t/m}^2$$

$$h = 44 \text{ m}$$

De paal heeft de volgende afmetingen  $D = 0,52 \text{ m}$   
 $U = 1,634 \text{ m}$ .

Op de kleilaag is een aanvulling aangebracht met  $p_o = 10 \text{ t/m}^2$ . Men heeft

$$K_o \operatorname{tg} \varphi = (1 - \sin 28^\circ) \operatorname{tg} 28^\circ = (1 - 0,46947) 0,53171 = 0,2821 \quad (52)$$

Indien van alle adhaesie tussen de paalwand en de klei wordt afgezien, hetgeen te verdedigen is, geeft de formule (33)

$$F_{n,M} = 0,2821 \times 1,634 \times 44 (10 + 1,0 \times \frac{44}{2}) = 649,017 \text{ ton}$$

Men weet dat de aldus berekende waarde van  $F_{n,M}$  overdreven is.

Op het ogenblik dat de geplaatste waterspanningsmeters nog belangrijke overspanningen in de klei aangaven, en derhalve de consolidatie van de klei nog verre van geëindigd was, werd reeds een negatieve wrijving  $F_n = 330 \text{ ton}$  opgemeten.

Uit de opmetingen blijkt derhalve dat bij volledige consolidatie de uiteindelijke negatieve wrijving belangrijk groter dan 330 ton dient te zijn. Gelet op de zeer grote dikte  $h$  van de samendrukbare laag, zal de negatieve wrijving echter ook belangrijk kleiner dan de theoretische waarde  $F_{n,o} = 649,017 \text{ ton}$  zijn.

Laten we de door ons ingevoerde benadering voor de bepaling van de invloedsooppervlakken toepassen.

1°) *bovenbelasting*  $p_o$

De formule (43) geeft:

$$A_o = \frac{\pi \times 44^2}{4} = 0,7854 \times 1936 = 1520,53 \text{ m}^2 \quad (53)$$

De formule (50) geeft:

$$F_{n,o} = 1520,53 \times 10 \left( 1 - e^{-\frac{1,634 \times 0,282 \times 44}{1520,53}} \right) = 15205,3 (1 - e^{-0,01333})$$

$$\log e^{-0,01333} = -0,01333 \times 0,43429 = -0,005789 = \bar{1},994211 = \log 0,98675$$

$$F_{n,o} = 15205,3 (1 - 0,98675) = 15205,3 \times 0,01325 = 201,47 \text{ ton}$$

2°) *eigengewicht*  $\gamma_k$

De formule (48) geeft

$$A_\gamma = \frac{\pi \times 44^2}{16} = 380,13 \text{ m}^2$$

$$\frac{A}{D h} = \frac{380,13}{0,52 \times 44} = \frac{380,13}{22,88} = 16,61$$

De figuur 5 geeft, met  $\frac{p_o}{\gamma_k h} = 0$  en  $K_o \operatorname{tg} \varphi = 0,28$

$$\frac{F_{n,\gamma}}{h A_\gamma \gamma_k} = 0,0266$$

$$F_{n,\gamma} = 0,0266 \times 44 \times 380,13 \times 1,0 = 444,904 \text{ ton}$$

waaruit tenslotte

$$F_n = F_{n,0} + F_{n,\gamma} = 201,47 + 444,90 = 646,37 \text{ ton} \quad (54)$$

hetzij slechts circa 0,5 % minder dan de absolute bovengrens van 649,017 ton.

Er kan worden geconcludeerd dat door het invoeren van de voorgestelde waarden  $A_0$  en  $A_\gamma$  in de formule van Zeevaert zeker veilige waarden voor de negatieve kleeft van alleenstaande palen worden verkregen.

#### In te voeren waarde van $A$

Wanneer men een palenraster heeft dient men tussen de binnenpalen, de palen der binnenste rijen en de hoekpalen onderscheid te maken.

Verder dient men afzonderlijk het geval van de bovenbelasting en van het eigengewicht der samendrukbare laag te beschouwen.

#### A. Bovenbelasting $p_0$ (fig. 7).

Voor een alleenstaande paal werd aangenomen dat het werkend oppervlak  $A_0$  gegeven wordt door (43)

$$A_0 = \frac{\pi h^2}{4}$$

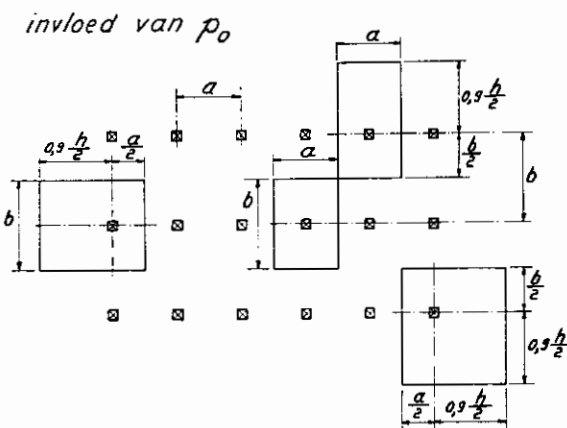


Fig. 7.

Hiermede komt een vierkant overeen met zijde  $x$

$$x^2 = \frac{\pi h^2}{4}$$

$$x = h \sqrt{\frac{\pi}{4}} = 0,9 h \quad (55)$$

Indien  $a$  en  $b$  de tussenafstanden der palenrijen voorstellen (fig. 7), zal vooreerst worden verondersteld dat  $a < 0,9 h$  en  $b < 0,9 h$ .

#### Binnenpaal

Voor een binnenpaal heeft men alsdan

$$A_0 = ab \quad (56)$$

#### Tussenpaal van een buitenste rij

Voor een tussenpaal van een der buitenste rijen (fig. 7) neemt men respectievelijk

$$A_0 = (0,9 \frac{h}{2} + \frac{b}{2}) a \quad (57)$$

$$A_0 = (0,9 \frac{h}{2} + \frac{a}{2}) b \quad (58)$$

#### Hoekpaal

Voor een hoekpaal neemt men

$$A_0 = \frac{(a + 0,9 h)(b + 0,9 h)}{4} \quad (59)$$

Alle voorgaande formules gaan uit van de veronderstelling  $a < 0,9 h$  en  $b < 0,9 h$ .

In het tegengesteld geval dient men in de formules  $a$  resp.  $b$  door  $0,9 h$  te vervangen.

#### B. eigengewicht $\gamma_k$ (fig. 8)

Voor een alleenstaande paal wordt aangenomen dat het werkend oppervlak  $A_\gamma$  gegeven wordt door (48)

$$A_\gamma = \frac{\pi h^2}{16}$$

Hiermede komt een vierkant overeen met zijde  $y$

$$y^2 = \frac{\pi h^2}{16}$$

$$y = h \sqrt{\frac{\pi}{16}} = 0,444 h \simeq 0,45 h \quad (60)$$

Vooreerst wordt verondersteld dat  $a < 0,45 h$  en  $b < 0,45 h$

#### Binnenpaal

Voor een binnenpaal heeft men alsdan

$$A_\gamma = ab \quad (61)$$

## Tussenpaal van een der buitenste rijen

Voor een tussenpaal van een der buitenste rijen (fig. 8) neemt men respectievelijk

$$A_Y = (0,45 \frac{h}{2} + \frac{b}{2}) a \quad (62)$$

$$A_Y = (0,45 \frac{h}{2} + \frac{a}{2}) b \quad (63)$$

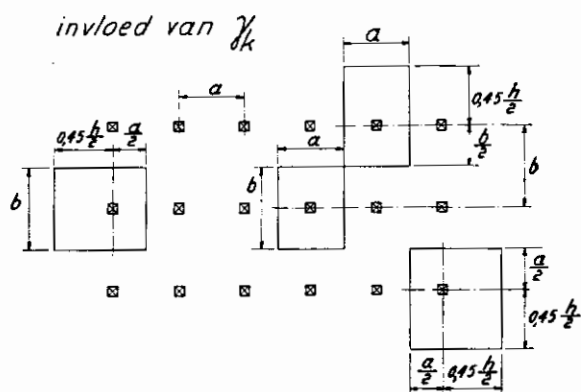


Fig. 8.

## Hoekpaal

Voor een hoekpaal neemt men

$$A_Y = \frac{(a + 0,45 h) (b + 0,45 h)}{4} \quad (64)$$

Alle voorgaande formules gaan uit van de veronderstelling dat  $a < 0,45 h$  en  $b < 0,45 h$ . In het tegengesteld geval dient men in de formules  $a$  resp.  $b$  door  $0,45 h$  te vervangen.

## Getallenvoorbeeld

Zij een palenraster met  $a = 2$  m  $b = 4,00$  m en een samendrukbare laag met  $h = 10,00$  m.

Men heeft

$$x = 0,9 h = 9 \text{ m}$$

$$y = 0,45 h = 4,50 \text{ m}$$

en derhalve

$$a < y < x$$

$$b < y < x.$$

De opgestelde formules kunnen derhalve zonder wijziging worden aangewend.

## A. bovenbelasting $p_o$

### Binnenpaal

$$A_o = 2 \times 4 = 8 \text{ m}^2$$

### Tussenpaal van een buitenste rij

$$A_{o,1} = (0,9 \frac{10,00}{2} + \frac{4,00}{2}) \times 2,00 = 13 \text{ m}^2$$

$$A_{o,2} = (0,9 \frac{10,00}{2} + \frac{2,00}{2}) \times 4,00 = 22 \text{ m}^2$$

### Hoekpaal

$$A_o = \frac{(2 + 0,9 \times 10,00) (4,00 + 0,9 \times 10,00)}{4} = 35,75 \text{ m}^2$$

## B. eigengewicht $\gamma_k$

### Binnenpaal

$$A_Y = 2 \times 4 = 8 \text{ m}^2$$

### Tussenpaal van een der buitenrijen

$$A_{Y,1} = (0,45 \frac{10,00}{2} + \frac{4,00}{2}) \times 2,00 = 8,50 \text{ m}^2$$

$$A_{Y,2} = (0,45 \frac{10,00}{2} + \frac{2,00}{2}) \times 4,00 = 13,00 \text{ m}^2$$

### Hoekpaal

$$A_Y = \frac{(2 + 0,45 \times 10,00) (4,00 + 0,45 \times 10,00)}{4} = 13,81 \text{ m}^2$$

## Geval waarbij de negatieve kleeft zich in twee verschillende lagen voordoet.

Het komt vaak voor dat de negatieve kleeft zich in twee verschillende lagen voordoet. Dit is namelijk het geval wanneer palen doorheen een zandaanvulling worden geheid, welke op samendrukbare klei- en veenlagen is aangebracht. In het meest algemene geval zal boven het peil van de paalkoppen nog een bovenbelasting  $p_o$  bestaan (fig. 9).

Laten we veronderstellen dat de bovenste laag gekenmerkt is door  $\gamma_{k,1}$ ,  $h_1$ ,  $\varphi_1$  en de onderste laag door  $\gamma_{k,2}$ ,  $h_2$ ,  $\varphi_2$ .

### Laag (1)

Krachtens (9) krijgt men aan de basis van de laag (1) een gemiddelde verticale spanning

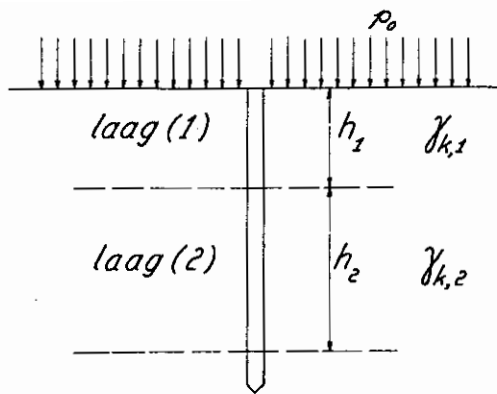


Fig. 9.

$$p_{v,h_1} = \frac{\gamma_{k,1}}{m_{1,1}} (1 - e^{-m_{1,1}h_1}) + p_0 e^{-m_{1,1}h_1} \quad (65)$$

en krachtens (22) is de negatieve kleeft in de laag (1)

$$F_{n,1} = A_1 (p_{0,h_1} - p_{v,h_1}) \quad (66)$$

met, krachtens (10)

$$p_{0,h_1} = p_0 + \gamma_{k,1} h_1 \quad (67)$$

**Laag (2)**

De laag (2) wordt belast met :

$$(p_0)_2 = p_{v,h_1} = \frac{\gamma_{k,1}}{m_{1,1}} (1 - e^{-m_{1,1}h_1}) + p_0 e^{-m_{1,1}h_1} \quad (68)$$

Aan de basis van de laag (2) krijgt men, ingevolge (9) en gelet op (68)

$$p_{v,h_2} = \frac{\gamma_{k,2}}{m_{1,2}} (1 - e^{-m_{1,2}h_2}) + p_{v,h_1} e^{-m_{1,2}h_2} \quad (69)$$

Verder

$$F_{n,2} = K_0 \operatorname{tg} \varphi_2 U \int_0^{h_2} p_{v,z} dz \quad (70)$$

$$F_{n,2} = K_0 \operatorname{tg} \varphi_2 U \int_0^{h_2} \left[ \frac{\gamma_{k,2}}{m_{1,2}} (1 - e^{-m_{1,2}z}) + p_{v,h_1} e^{-m_{1,2}z} \right] dz \quad (71)$$

$$F_{n,2} = \frac{K_0 \operatorname{tg} \varphi_2 U}{m_{1,2}} \int_0^{h_2} \left[ \gamma_{k,2} (1 - e^{-m_{1,2}z}) + m_{1,2} p_{v,h_1} e^{-m_{1,2}z} \right] dz \quad (72)$$

Wegens (7), en integrerend :

$$F_{n,2} = A_2 \left[ \gamma_{k,2} h_2 + \frac{\gamma_{k,2}}{m_{1,2}} (e^{-m_{1,2}h_2} - 1) + p_{v,h_1} (e^{-m_{1,2}h_2} - 1) \right] \quad (73)$$

Laten we in het tweede lid van de uitdrukking (73)  $A_2 (p_0 + \gamma_{k,1} h_1)$  toevoegen en aftrekken

$$F_{n,2} = A_2 \left[ p_0 + \gamma_{k,1} h_1 + \gamma_{k,2} h_2 + \frac{\gamma_{k,2}}{m_{1,2}} (1 - e^{-m_{1,2}h_2}) - p_{v,h_1} e^{-m_{1,2}h_2} + p_{v,h_1} - p_0 - \gamma_{k,1} h_1 \right] \quad (74)$$

Men heeft krachtens (10)

$$p_0 + \gamma_{k,1} h_1 + \gamma_{k,2} h_2 = p_{0,h_2} \quad (75)$$

Gelet op (75) en (69), wordt de uitdrukking (74)

$$F_{n,2} = A_2 (p_{0,h_2} - p_{v,h_2} + p_{v,h_1} - p_0 - \gamma_{k,1} h_1) \quad (76)$$

en gelet op (67)

$$F_{n,2} = A_2 (p_{0,h_2} - p_{v,h_2} + p_{v,h_1} - p_{0,h_1}) \quad (77)$$

De totale negatieve kleeft  $F_n$  wordt tenslotte gegeven door

$$F_n = F_{n,1} + F_{n,2}$$

met  $F_{n,1}$  uit (66) en  $F_{n,2}$  uit (77).

**Getallenvoorbeelden (fig. 10)**

1. Zij een alleenstaande paal  $D = 0,40$  m

$$U = \pi D = 3,14159 \times 0,40 = 1,257 \text{ m}$$

welke geheid is doorheen twee lagen met de volgende kenmerken

bovenste laag

$$\gamma_{k,1} = 1,7 \text{ t/m}^3 \quad h_1 = 3,00 \text{ m} \quad K_{0,1} \operatorname{tg} \varphi_1 = 0,25$$

onderste laag

$$\gamma_{k,2} = 0,6 \text{ t/m}^3 \quad h_2 = 9,00 \text{ m} \quad K_{0,2} \operatorname{tg} \varphi_2 = 0,25$$

De totale dikte der samendrukbare lagen bedraagt derhalve

$$H = h_1 + h_2 = 3,00 + 9,00 = 12,00 \text{ m}$$

Boven het vlak van het niveau van de paalkoppen, wordt een bovenbelasting  $p_0 = 1 \text{ t/m}^2$  aangebracht.

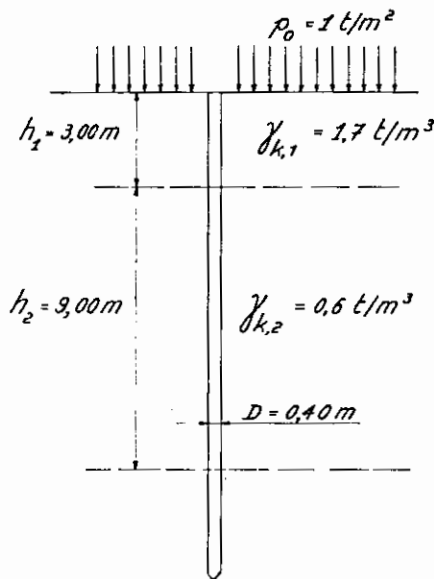


Fig. 10.

### I. Bovenste laag

#### A. Invloed van $p_0$

De formule (43) geeft:

$$A_{o,1} = \frac{\pi h_1^2}{4} = \frac{\pi \times 3,00^2}{4} = 7,068 \text{ m}^2$$

$$F_{n,o,1} = A_{o,1} p_0 \left( 1 - e^{-\frac{\pi D}{A_{o,1}} K_{o,1} \text{tg } \varphi_1 h_1} \right)$$

$$F_{n,o,1} = 7,068 \times$$

$$\times 1 \left( 1 - e^{-\frac{1,257 \times 0,25 \times 3,00}{7,068}} \right)$$

$$F_{n,o,1} = 7,068 (1 - e^{-0,1333})$$

$$\log e^{-0,1333} = -0,1333 \times 0,43429 =$$

$$= -0,05789 = \bar{1},94211 = \log 0,8752$$

$$F_{n,o,1} = 7,068 (1 - 0,8752) =$$

$$= 7,068 \times 0,1248 = 0,8821 \text{ ton}$$

#### B. Invloed van het eigengewicht.

De formule (48) geeft

$$A_{\gamma,1} = \frac{\pi h_1^2}{16} = \frac{\pi \times 3,00^2}{16} = 1,767 \text{ m}^2$$

$$\frac{A_{\gamma,1}}{D h_1} = \frac{1,767}{0,40 \times 3,00} = 1,472$$

De figuur 5 geeft met  $K_o \text{tg } \varphi = 0,25$

$$\frac{F_{n,\gamma,1}}{h_1 A_{\gamma,1} \gamma_{k,1}} = 0,225$$

$$F_{n,\gamma,1} = 3,00 \times 1,767 \times 1,7 \times 0,225 = 2,027 \text{ ton} \quad (79)$$

$$F_{n,1} = F_{n,o,1} + F_{n,\gamma,1} = 0,882 + 2,027 = 2,909 \text{ ton}$$

### II. Onderste laag

*Invloed van de bovenbelasting.*

Men dient vooreerst de gemiddelde bovenbelasting  $p_{v,h_1}$  op de laag  $h_2$  te bepalen.

De formule (65), aangepast om rekening te houden met de onderscheiden waarden van  $A_{o,1}$  en  $A_{\gamma,1}$  geeft:

$$p_{v,h_1} = \frac{\gamma_{k,1}}{m_{1,1,\gamma}} \left( 1 - e^{-m_{1,1,\gamma} h_1} \right) + p_0 e^{-m_{1,1,o} h_1} \quad (80)$$

met krachtens (7)

$$m_{1,1,\gamma} = \frac{K_{o,1} \text{tg } \varphi_1 U}{A_{\gamma,1}} \quad (81)$$

$$m_{1,1,o} = \frac{K_{o,1} \text{tg } \varphi_1 U}{A_{o,1}} \quad (82)$$

Men krijgt

$$m_{1,1,\gamma} = \frac{0,25 \times 1,257}{1,767} = \frac{0,31425}{1,767} = 0,1778$$

$$m_{1,1,o} = \frac{0,25 \times 1,257}{7,168} = \frac{0,31425}{7,068} = 0,0450$$

De formule (80) wordt:

$$p_{v,h_1} = \frac{1,7}{0,1778} (1 - e^{-0,1778 \times 3,00}) + 1,0 e^{-0,0445 \times 3,00}$$

$$p_{v,h_1} = 9,5613 (1 - e^{-0,5334}) + e^{-0,1335}$$

$$\log e^{-0,5334} = -0,5334 \times 0,43429 =$$

$$= -0,231650 = \bar{1},768350 = \log 0,58671$$

$$\log e^{-0,1335} = -0,1335 \times 0,43429 =$$

$$= -0,057977 = \bar{1},942023 = \log 0,87502$$

$$p_{v,h_1} = 9,5613 (1 - 0,5867) + 0,8750$$

$$p_{v,h_1} = 3,9517 + 0,8750 = 4,8267 \text{ t/m}^2 \quad (83)$$

te vergelijken met  $p_{o,h_1}$

$$p_{o,h_1} = 3,00 \times 1,7 + 1 = 5,1 + 1 = 6,1 \text{ t/m}^2 \quad (84)$$

De waarde (83) van  $p_{v,h_1}$  mag echter niet zonder meer ten grondslag van de berekening van de negatieve kleeft in de onderste laag worden gelegd.

Laten we immers het invloedoppervlak  $A_{o,2}$  voor de onderste laag berekenen.

De formule (43) geeft

$$\begin{aligned} A_{o,2} &= \frac{\pi h_2^2}{4} = \frac{\pi \times 9,00^2}{4} = \\ &= 0,78540 \times 81 = 63,62 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

De totale belasting op dit oppervlak bedraagt:

$$\begin{aligned} P_{o,2} &= A_{o,2} p_{o,h_1} - A_{o,1} (p_o - p_{v,h_1,0}) + \\ &\quad - A_{\gamma,1} (\gamma_{k,1} h_1 - p_{v,h_1,\gamma_1}) \\ P_{o,2} &= 63,62 \times 6,1 - 7,068 (1 - 0,875) + \\ &\quad - 1,778 (5,1 - 3,9517) \\ P_{o,2} &= 388,08 - 7,068 \times 0,125 - 1,778 \times 1,148 \\ P_{o,2} &= 388,08 - 0,883 - 2,041 = \\ &= 388,08 - 2,924 = 385,15 \text{ t} \end{aligned}$$

waaruit

$$p_{v,h_{1,c}} = \frac{P_{o,2}}{A_{o,2}} = \frac{385,156}{63,62} = 6,054 \text{ t/m}^2$$

Men kan dit rechtstreeks vinden door te schrijven:

$$\begin{aligned} P_{o,2} &= A_{o,2} p_{o,h_1} - F_{n,1} \\ &= 388,08 - 2,909 \text{ t} = 385,17 \text{ t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{n,o,2} &= \\ &= A_{o,2} p_{v,h_{1,c}} \left( 1 - e^{-\frac{\pi D}{A_{o,2}} K_{o,2} \text{tg } \varphi_2 h_2} \right) \\ &= 63,62 \times 6,054 \left( 1 - e^{-\frac{1,257 \times 0,25 \times 9,00}{63,62}} \right) \\ &= 385,15 (1 - e^{-0,04445}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log e^{-0,04445} &= -0,04445 \times 0,43429 = \\ &= -0,019304 = \bar{1},980696 = \log 0,95653 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{n,o,2} &= 385,15 (1 - 0,95653) = \\ &= 385,15 \times 0,04347 = 16,742 \text{ ton} \end{aligned}$$

*Invloed van het eigengewicht.*

De formule (48) geeft:

$$A_{\gamma,2} = \frac{\pi h_2^2}{16} = \frac{\pi \times 9,00^2}{16} = 15,904 \text{ m}^2$$

$$\frac{A_{\gamma,2}}{D h_2} = \frac{15,904}{0,40 \times 9,00} = 4,418$$

De fig. 5 geeft, met  $\frac{p_o}{\gamma_k h} = 0$  en  $K_o \text{tg } \varphi = 0,25$

$$\frac{F_{n,\gamma,2}}{h_2 A_{\gamma,2} \gamma_{k,2}} = 0,085$$

$$\begin{aligned} F_{n,\gamma,2} &= 0,085 \times 9,00 \times 15,904 \times 0,6 = 7,30 \text{ ton} \\ F_{n,2} &= F_{n,o,2} + F_{n,\gamma,2} = 16,742 + 7,30 = 24,042 \text{ ton} \\ F_n &= F_{n,1} + F_{n,2} = 2,909 + 24,042 = 26,951 \text{ ton} \end{aligned}$$

Het is steeds nuttig ter controle de verkregen waarde te vergelijken met de maximum waarde

$$\begin{aligned} F_{n,M} &= \\ &= K_{o,1} \text{tg } \varphi_1 \pi D h_1 p_o + K_{o,1} \text{tg } \varphi_1 \pi D \frac{\gamma_{k,1} h_1^2}{2} + \\ &\quad + K_{o,2} \text{tg } \varphi_2 \pi D h_2 (p_o + \gamma_{k,1} h_1) + \\ &\quad + K_{o,2} \text{tg } \varphi_2 \pi D \frac{\gamma_{k,2} h_2^2}{2} \\ F_{n,M} &= \\ &= 0,25 \times 1,257 \times 3,00 \times 1 + 0,25 \times 1,257 \times \\ &\quad \times \frac{1,7 \times 3,00^2}{2} + 0,25 \times 1,257 \times 9,00 (1 + \\ &\quad + 1,7 \times 3,0) + 0,25 \times 1,257 \times \frac{0,6 \times 9,00^2}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{n,max} &= 0,9427 + 2,4040 + 17,2523 + 7,7450 = \\ &= 28,3446 \text{ ton} \end{aligned}$$

te vergelijken met

$$F_n = 0,8821 + 2,0270 + 16,7420 + 7,30 = 26,951 \text{ ton}$$

2. Zij een binnenpaal van een raster met zijden  $a = b = 2,50 \text{ m}$ . De andere gegevens zijn dezelfde als in het eerste voorbeeld.

## I. Bovenste laag

### A. Bovenbelasting $p_o$

Men heeft

$$a = b = 2,50 \text{ m} < 0,9 h_1 = 0,9 \times 3,00 = 2,70 \text{ m}$$

De formule (56) geeft :

$$A_{0,1} = a \cdot b = 2,50 \times 2,50 = 6,25 \text{ m}^2$$

Men berekent de dimensieloze factor

$$\frac{A_{0,1}}{D h} = \frac{6,25}{0,40 \times 3,0} = 5,2083$$

en vindt dan uit het diagram der figuur 4 met  $K_0 \text{ tg } \varphi = 0,25$

$$\frac{F_{n,0,1}}{A p_0} = 0,1380$$

waaruit

$$F_{n,0,1} = 0,1380 \times 6,25 \times 1 = 0,8625 \text{ ton}$$

## B. Eigengewicht.

Men heeft

$$a = b = 2,50 > 0,45 h_1 = 0,45 \times 3,00 = 1,35 \text{ m}$$

Derhalve heeft men

$$A_{\gamma,1} = \frac{\pi h_1^2}{16} = 1,8225 \text{ m}^2$$

In feite is deze waarde, een afronding naar boven van de juistere waarde, namelijk

$$A_{\gamma,1} = \frac{\pi h_1^2}{16} = \frac{\pi \times 3,00^2}{16} = 1,767 \text{ m}^2$$

Aangezien in het vorige voorbeeld de waarde van  $F_{n,\gamma,1}$  overeenstemmend met deze juistere waarden reeds werd berekend, zal ze eenvoudig worden overgenomen.

Uit (79) volgt :

$$F_{n,\gamma,1} = 2,027 \text{ ton.}$$

Derhalve

$$F_{n,1} = F_{n,0,1} + F_{n,\gamma,1} = 0,8625 + 2,027 = 2,8895 \text{ ton.}$$

## II. Onderste laag

Men heeft :

$$a = b = 2,50 \text{ m} < 0,9 h_2 = 0,9 \times 9 = 8,1 \text{ m}$$

$$a = b = 2,50 \text{ m} < 0,45 h_2 = 0,45 \times 9 = 4,05 \text{ m}$$

Men heeft derhalve :

$$A_{0,2} = A_{\gamma,2} = a \cdot b = 2,50 \text{ m} \times 2,50 \text{ m} = 6,25 \text{ m}^2$$

Men dient terug vooreerst de druk

$p_{v,h_1,0}$  op de onderste laag te berekenen.

Hiertoe berekent men eerst  $p_{v,h_1,0}$  en  $p_{v,h_1,\gamma_1}$ .

Uit (80)

$$p_{v,h_1,0} = p_0 e^{-m_{1,1,0} h_1} \quad (85)$$

$$\text{met } m_{1,1,0} = \frac{K_{0,1} \text{ tg } \varphi_1 U}{A_{0,1}} \quad (86)$$

en

$$p_{v,h_1,\gamma} = \frac{\gamma_{k,1}}{m_{1,1,\gamma}} (1 - e^{-m_{1,1,\gamma} h_1}) \quad (87)$$

$$\text{met } m_{1,1,\gamma} = \frac{K_{0,1} \text{ tg } \varphi_1 U}{A_{\gamma,1}}$$

Men heeft

$$m_{1,1,0} = \frac{0,25 \times 1,257}{6,25} = \frac{0,31425}{6,25} = 0,05028$$

$$p_{v,h_1,0} = 1,0 \times e^{-0,05028 \times 3,00} = 1,0 \times e^{-0,15084}$$

$$\log e^{-0,151} = -0,15084 \times 0,43429 =$$

$$= -0,065508 = \bar{1},934492 = \log 0,85998$$

$$p_{v,h_1,0} = 1,0 \times 0,85998 = 0,85998 \text{ ton/m}^2 = 0,86 \text{ t/m}^2$$

$$m_{1,1,\gamma} = \frac{0,25 \times 1,257}{1,767} = \frac{0,31425}{1,767} = 0,17681$$

$$p_{v,h_1,\gamma} = \frac{1,7}{0,17681} (1 - e^{-0,17681 \times 3,00}) = 3,9579 \text{ t/m}^2$$

Uit (84)

$$p_{0,h_1} = 6,1 \text{ t/m}^2$$

$$P_{0,2} = A_{0,2} p_{0,h_1} - A_{0,1} (p_0 - p_{v,h_1,0}) - A_{\gamma,1} (\gamma_{k,1} h_1 - p_{v,h_1,\gamma_1})$$

$$P_{0,2} = 6,25 \times 6,1 - 6,25 (1 - 0,860) - 1,767 (5,1 - 3,9579)$$

$$P_{0,2} = 38,125 - 6,25 \times 0,140 - 1,767 \times 1,142$$

$$P_{0,2} = 38,125 - 0,875 - 2,0179 = 35,232 \text{ ton.}$$

of rechtstreeks :

$$P_{0,2} = 6,25 \times 6,1 - F_{n,1}$$

$$38,125 - 2,8895 = 35,2355 \text{ t}$$

$$p_{v,h_1,c} = \frac{P_{o,2}}{A_{o,2}} = \frac{35,2355}{6,25} = 5,63768 \text{ t/m}^2 = 5,64 \text{ t/m}^2 < 6,10 \text{ t/m}^2$$

#### A. Bovenbelasting.

Men heeft

$$\frac{A_{o,2}}{D h_2} = \frac{6,25}{0,40 \times 9,00} = 1,7361$$

en uit het diagram figuur 4 met  $K_o \operatorname{tg} \varphi = 0,25$

$$\frac{F_{n,o,2}}{A p_o} = 0,370$$

en dus

$$F_{n,o,2} = 0,370 \times 6,25 \times 5,64 = 13,042 \text{ ton.}$$

#### B. Eigengewicht.

$$\frac{A_{\gamma,2}}{D h_2} = \frac{6,25}{0,40 \times 9,00} = 1,736$$

De fig. 5 geeft met  $\frac{P_o}{\gamma_k h} = 0$  en  $K_o \operatorname{tg} \varphi = 0,25$

$$\frac{F_{n,\gamma,2}}{h_2 A_{\gamma,2} \gamma_{k,2}} = 0,1925$$

$$F_{n,\gamma,2} = 0,1925 \times 9,00 \times 6,25 \times 0,6 = 6,497 \text{ t.}$$

$$F_{n,2} = F_{n,o,2} + F_{n,\gamma,2} = 13,042 + 6,497 = 19,539 \text{ t.}$$

$$F_n = F_{n,1} + F_{n,2} = 2,8895 + 19,539 = 22,4285 \text{ t.}$$

te vergelijken met 26,951 ton voor een alleenstaande paal en 28,344 ton voor het absolute maximum.

**Begrenzing van de diepte tot dewelke de negatieve kleeft optreedt.**

Op een diepte  $z$  is de oorspronkelijke verticale korrelspanning, de z.g. terreinspanning  $\sigma_{k,v,z,0}$ .

Tengevolge van een op het terrein opgebrachte oneindig uitgestrekte, bovenbelasting  $p_o$ , wordt de terreinspanning, bij afwezigheid van palen, uiteindelijk opgevoerd tot

$$p_{o,z} = p_o + \sigma_{k,v,z,0}$$

Tengevolge van de aanwezigheid van de palen, wordt de uiteindelijke verticale korrelspanning echter begrensd tot  $p_{v,z}$ , waarbij  $p_{v,z}$  een fictieve gemiddelde waarde is over het invloedsoppervlak  $A$ .

Het is evident dat  $p_{v,z} < p_{o,z}$ .

Anderzijds kan men à priori hebben :

$$p_{v,z} < \sigma_{k,v,z,0} = p_{o,z} - p_o$$

$$p_{v,z} > \sigma_{k,v,z,0} = p_{o,z} - p_o$$

Indien  $p_{v,z} < \sigma_{k,v,z,0}$ , is de gemiddelde uiteindelijke verticale korrelspanning op het invloedsoppervlak  $A$  kleiner dan de oorspronkelijke terreinspanning  $\sigma_{k,v,z,0}$ . Men heeft alsdan een ontlasting van de grond. Op de beschouwde diepte zal de grond derhalve niet meer de neiging hebben samen te drukken, doch wel te gaan zwellen, hetgeen betekent dat de uitgangsveronderstellingen aldaar niet meer geldig zijn en dat derhalve de negatieve kleeft niet over de ganse dikte der samendrukbare lagen kan ageren. Dit geval zal kunnen voorkomen wanneer  $p_o$  klein is t.o.v.  $\sigma_{k,v,z,0}$ .

Wanneer  $p_{v,z} > \sigma_{k,v,z,0} = p_{o,z} - p_o$ , kan niet à priori worden uitgemaakt of de uitgangsveronderstellingen nog opgaan. De berekeningsmethode van Zeevaert is immers op de aanname van een gelijkmatige verdeling van de korrelspanningen  $p_{v,z}$  over het invloedsoppervlak  $A$  gesteund.

In werkelijkheid zijn de spanningen  $p_{v,z}$  echter niet gelijkmatig verdeeld over het oppervlak  $A$ , doch zijn veranderlijk met de horizontale afstand  $x$  tot de paal. Men heeft een verdeling zoals  $A'B'$  (fig. 11), welke de kleinste waarde bij de paal, en de grootste waarde aan de rand van het invloedsoppervlak vertoont.

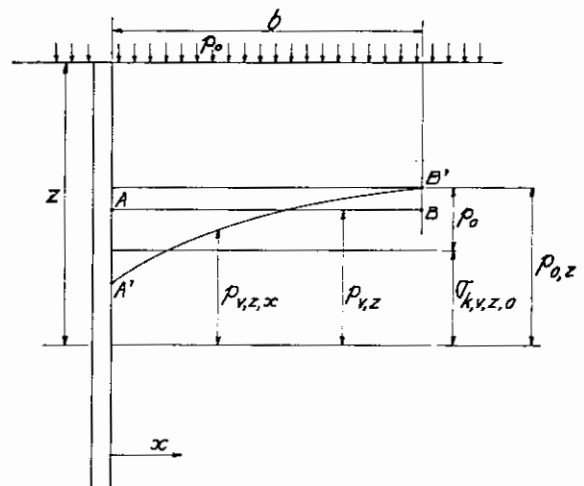


Fig. 11.

Men heeft derhalve :

$$p_{v,z,x=0} < p_{v,z} < p_{v,z,x=b}$$

In geval van een alleenstaande paal sluit aan het uiteinde van het invloedsoppervlak de waarde  $p_{v,z}$  geleidelijk aan bij de waarde  $p_{o,z}$ , zodat aldaar

$$p_{v,z,x} = b = p_{0,z} = p_0 + \sigma_{k,v,z,0}$$

Het gevolg is dat zelfs wanneer  $p_{v,z} > \sigma_{k,v,z,0}$ , het steeds nog mogelijk is dat

$$p_{v,z,x} = 0 < \sigma_{k,v,z,0}$$

Wanneer dit op een diepte  $z$  het geval is, zal in de onmiddellijke omgeving van de paal, de samendrukbare laag aldaar vertikaal worden ontlast, en dus een neiging tot zwellen vertonen, hetgeen terug tengevolge heeft dat op deze diepte geen negatieve kleeft meer zal optreden.

De hypothese van de gelijkmatige verdeling van de spanningen  $p_{v,z}$  in de methode van Zeevaert, zal derhalve voor het geval van zeer dikke samendrukbare lagen en geringe bovenbelastingen  $p_0$  tot een overschatten van de negatieve kleeft kunnen voeren.

In elk geval zal de negatieve kleeft slechts in rekening mogen worden gebracht tot de diepte waarop  $p_{v,z} = \sigma_{k,v,z,0}$ . (88)

#### Getallenvoorbeeld

$$\begin{aligned} \text{Zij een palenrooster met } a &= b = 2,50 \text{ m} \\ D &= 0,40 \text{ m} \\ U &= 1,257 \text{ m} \end{aligned}$$

De palen worden geheid doorheen een samendrukbare laag met

$$h = 15,00 \text{ m} \quad \gamma_k = 1 \text{ t/m}^3 \quad K_0 \tan \phi = 0,25.$$

Gevraagd wordt de negatieve kleeft op een binnenpaal, wanneer de bovenbelasting  $p_0$  resp.  $0,1 \text{ t/m}^2$ ,  $1 \text{ t/m}^2$  en  $10 \text{ t/m}^2$  bedraagt.

1. Laten we vooreerst de methode van Zeevaert brutaal toepassen, zonder met de begrenzing van de diepte van de negatieve kleeft rekening te houden.

*Bepaling van het invloedsoppervlak  $A$ .*

$$\text{Men heeft } a = b = 2,50 \text{ m} < 0,45 h = 0,45 \times 15,00 = 6,75 \text{ m}.$$

Derhalve

$$A_0 = A_\gamma = A = ab = 2,50^2 = 6,25 \text{ m}^2$$

$$\frac{A}{Dh} = \frac{6,25}{0,40 \times 15,00} = 1,0416$$

$$p_0 = 0,1 \text{ t/m}^2: \frac{p_0}{\gamma_k h} = \frac{0,1}{1 \times 15} = 0,00667$$

$$\text{De fig. 3a geeft } \frac{F_n}{h A \gamma_k} = 0,30$$

$$F_n = 0,30 \times 15,00 \times 6,25 \times 1,0 = 28,125 \text{ ton.}$$

$$p_0 = 1 \text{ t/m}^2: \frac{p_0}{\gamma_k h} = \frac{1}{1 \times 15} = 0,0667$$

$$\frac{F_n}{h A \gamma_k} = 0,33$$

$$F_n = 0,330 \times 15,00 \times 6,25 \times 1,0 = 30,937 \text{ ton.}$$

$$p_0 = 10 \text{ t/m}^2: \frac{p_0}{\gamma_k h} = \frac{10}{15} = 0,667$$

$$\frac{F_n}{h A \gamma_k} = 0,640$$

$$F_n = 0,640 \times 15,00 \times 6,25 \times 1,0 = 60,00 \text{ ton.}$$

Zelfs wanneer er geen bovenbelasting zou worden opgebracht ( $p_0 = 0$ ) zou men door de brutale aanwending van de formule van Zeevaert, nog steeds een negatieve kleeft  $F_n = 28,125 \text{ ton}$  berekenen.

2. Beperking van de diepte van de negatieve kleeft.

De oorspronkelijke terreinspanning  $\sigma_{k,v,z,0}$  wordt gegeven door  $\sigma_{k,v,z,0} = \gamma_k z$

De uiteindelijke verticale korrelspanning op de diepte  $z$  wordt gegeven door (9)

$$p_{v,z} = \frac{\gamma_k}{m_1} (1 - e^{-m_1 z}) + p_0 e^{-m_1 z}$$

Men dient de diepte te zoeken waar  $p_{v,z} = \sigma_{k,v,z,0}$

$$\frac{\gamma_k}{m_1} (1 - e^{-m_1 z}) + p_0 e^{-m_1 z} = \gamma_k z$$

$$1 - e^{-m_1 z} + \frac{p_0}{\gamma_k} m_1 e^{-m_1 z} = m_1 z$$

$$e^{-m_1 z} = \frac{m_1 z - 1}{\frac{p_0}{\gamma_k} m_1 - 1}$$

$$z = \frac{1}{m_1 \log e} \log \frac{\frac{p_0}{\gamma_k} m_1 - 1}{m_1 z - 1}$$

$$z = \frac{1}{m_1 \log e} \log \frac{1 - \frac{p_0}{\gamma_k} m_1}{1 - m_1 z} \quad (89)$$

en met invoering van de uitdrukking (7) van  $m_1$

$$z = \frac{2,3 A}{K_0 \tan \phi \pi D} \log \frac{1 - \frac{p_0}{\gamma_k} \frac{K_0 \tan \phi \pi D}{A}}{1 - \frac{K_0 \tan \phi \pi D}{A} z}$$

$$\frac{zD}{A} = \frac{2,3}{\pi K_o \operatorname{tg} \varphi} \log \frac{1 - \pi K_o \operatorname{tg} \varphi \frac{p_o D}{\gamma_k A}}{1 - \pi K_o \operatorname{tg} \varphi \frac{zD}{A}} \quad (90)$$

In de figuur 12 zijn de waarden van  $\frac{zD}{A}$  in functie

van  $\frac{p_o D}{\gamma_k A}$  met  $K_o \operatorname{tg} \varphi$  als parameter uitgedragen.

De kritische diepte is derhalve  $z_{\text{crit}} = 1,984$  m. Deze waarde  $z_{\text{crit}}$  beantwoordt aan de waarde  $A = 6,25$  m<sup>2</sup>.

Om de negatieve kleeft zeker niet te onderschatten, laten we vooreerst dezelfde waarde van  $A$  aanhouden. Men heeft alsdan :

$$\frac{A}{D h_{\text{crit}}} = \frac{6,25}{0,40 \times 1,984} = 7,875$$

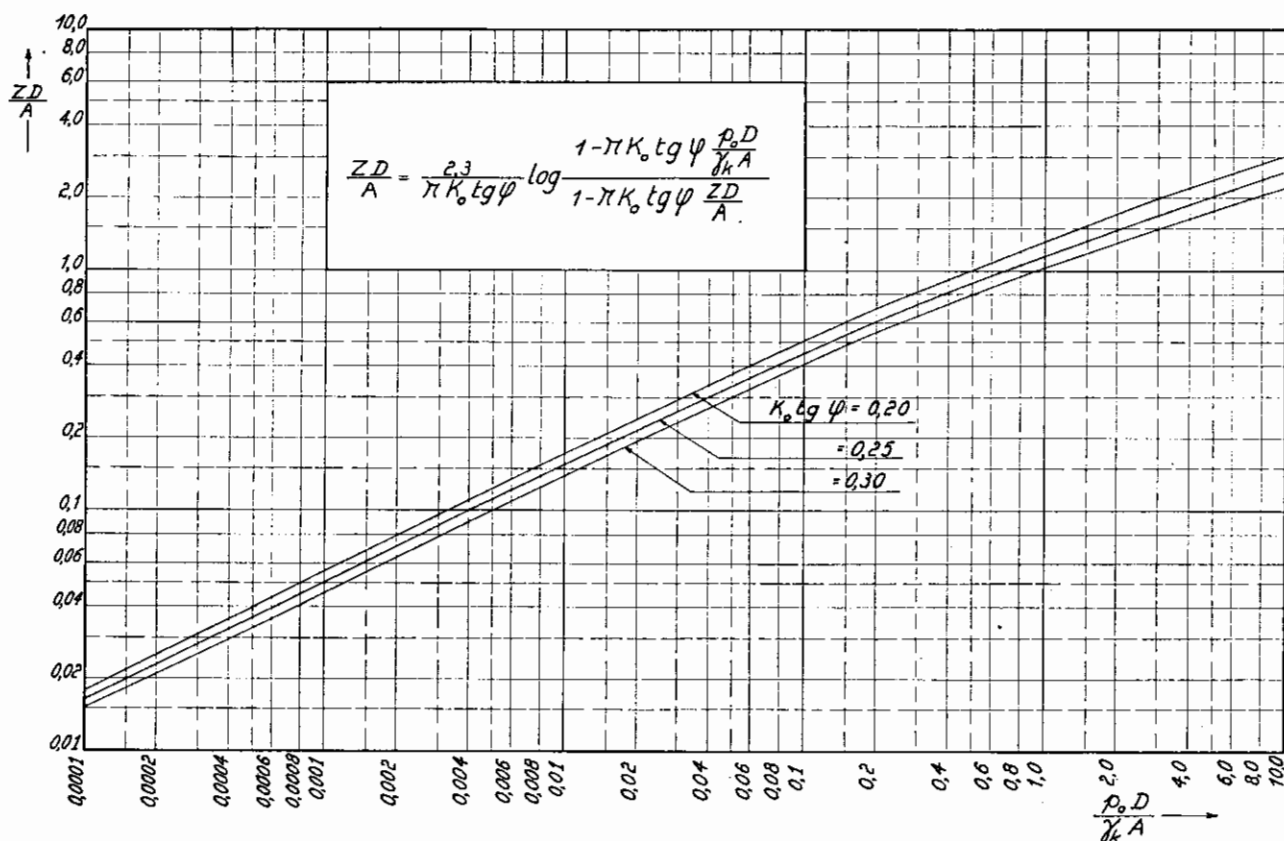


Fig. 12.

Voor het hier behandelde voorbeeld :

$$\frac{p_o D}{\gamma_k A} = \frac{p_o 0,40}{1,0 \times 6,25}$$

$$1^o) p_o = 0,1 \text{ t/m}^2$$

$$\frac{p_o D}{\gamma_k A} = \frac{0,1 \times 0,40}{1,0 \times 6,25} = 0,0064$$

en uit het diagram der figuur 12, voor  $K_o \operatorname{tg} \varphi = 0,25$

$$\frac{zD}{A} = 0,127$$

$$\text{waaruit } z = 0,127 \times \frac{6,25}{0,40} = 1,984 \text{ m}$$

$$\frac{p_o}{\gamma_k h_{\text{crit}}} = \frac{0,1}{1,0 \times 1,984} = 0,0504$$

De figuur 3a geeft :

$$\frac{F_n}{h_{\text{crit}} A \gamma_k} = 0,055$$

$$F_n = 0,055 \times 2,50 \times 6,25 \times 1,0 = 0,859 \text{ ton}$$

te vergelijken met de brutale waarde van 28,125 ton.

Vastgesteld wordt in welke belangrijke mate men de negatieve wrijving kan overschatten, indien met de beperking van de diepte van de negatieve kleeft geen rekening wordt gehouden.

Hierbij werd dan in elk geval de mogelijke invloed van de autoconsolidatie van de slappe laag, bij bovenbelasting nul, buiten beschouwing gelaten. Of de verkneding welke door het inheien van de palen wordt veroorzaakt, tot het verschijnsel der autoconsolidatie al dan niet aanleiding zal geven, is o.m. afhankelijk van de gevoeligheid van de doorheide lagen en van hun thixotropische eigenschappen. Naar onze ervaring zal men in de slappe grondlagen welke in België normaal voorkomen de negatieve kleef ten gevolge van de autoconsolidatie, bij bovenbelasting nul, buiten beschouwing kunnen laten en door de normaal aangewende veiligheidscoëfficiënt kunnen laten dekken.

$$2^{\circ}) p_0 = 1 \text{ t/m}^2$$

$$\frac{p_0 D}{\gamma_k A} = \frac{1 \times 0,40}{1,0 \times 6,25} = 0,064$$

en uit het diagram der figuur 12, voor  $K_0 \text{ tg } \varphi = 0,25$

$$\frac{z D}{A} = 0,365$$

$$\text{waaruit } z = 0,365 \times \frac{6,25}{0,40} = 5,703 \text{ m}$$

De kritische diepte is derhalve  $z_{\text{crit}} = 5,703 \text{ m} < h = 15,00 \text{ m}$ .

Ook bij  $p_0 = 1 \text{ t/m}^2$  ageert de negatieve kleef derhalve nog niet over de ganse dikte van de slappe laag, zodat de berekende negatieve kleef  $F_n = 30,937 \text{ ton}$  ook voor dit geval nog sterk overdreven is.

## Tweede Getallenvoorbeeld

Laten we terugkeren naar de proefpaal in Noorwegen en hiervoor de kritische diepte zoeken.

Voor deze paal heeft men  $p_0 = 10 \text{ t/m}^2$

$$\begin{aligned} \gamma_k &= 1 \text{ t/m}^3 \\ K_0 \text{ tg } \varphi &= 0,2811 \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} D &= 0,52 \text{ m} \\ U &= 1,6336 \text{ m} \\ A_0 &= 1520,53 \text{ m}^2 \\ A_Y &= 380,13 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (53)$$

De uiteindelijke gemiddelde verticale korrelspanning op de diepte  $z$  wordt gegeven door (9)

$$p_{v,z} = \frac{\gamma_k}{m_{1,\gamma}} (1 - e^{-m_{1,\gamma} z}) + p_0 e^{-m_{1,\gamma} z} \quad (91)$$

Men zoekt de diepte waar  $p_{v,z} = \sigma_{k,v,z,0}$

$$\frac{\gamma_k}{m_{1,\gamma}} (1 - e^{-m_{1,\gamma} z}) + p_0 e^{-m_{1,\gamma} z} = \gamma_k z \quad (92)$$

$$1 - e^{-m_{1,\gamma} z} + \frac{m_{1,\gamma} p_0}{\gamma_k} e^{-m_{1,\gamma} z} = m_{1,\gamma} z \quad (93)$$

$$- e^{-m_{1,\gamma} z} + \frac{m_{1,\gamma} p_0}{\gamma_k} e^{-m_{1,\gamma} z} = m_{1,\gamma} z - 1 \quad (94)$$

$$e^{-m_{1,\gamma} z} \left[ -1 + \frac{m_{1,\gamma} p_0}{\gamma_k} e^{(-m_{1,\gamma} + m_{1,\gamma}) z} \right] = m_{1,\gamma} z - 1$$

$$e^{-m_{1,\gamma} z} = \frac{m_{1,\gamma} z - 1}{-1 + \frac{m_{1,\gamma} p_0}{\gamma_k} e^{(-m_{1,\gamma} + m_{1,\gamma}) z}} \quad (95)$$

$$\begin{aligned} -m_{1,\gamma} z \log e &= \\ &= \log \frac{m_{1,\gamma} z - 1}{-1 + \frac{m_{1,\gamma} p_0}{\gamma_k} e^{m_{1,\gamma} z \left(1 - \frac{m_{1,0}}{m_{1,\gamma}}\right)}} \end{aligned} \quad (96)$$

$$\begin{aligned} -z \log e &= \\ &= \frac{1}{m_{1,\gamma}} \log \frac{m_{1,\gamma} z - 1}{\frac{p_0}{\gamma_k} m_{1,\gamma} e^{m_{1,\gamma} z \left(1 - \frac{m_{1,0}}{m_{1,\gamma}}\right)} - 1} \end{aligned} \quad (97)$$

$$z = \frac{1}{m_{1,\gamma} \log e} \times \frac{\frac{p_0}{\gamma_k} m_{1,\gamma} e^{m_{1,\gamma} z \left(1 - \frac{m_{1,0}}{m_{1,\gamma}}\right)} - 1}{m_{1,\gamma} z - 1} \quad (98)$$

$$\begin{aligned} z &= \frac{2,3 A_Y}{K_0 \text{ tg } \varphi \pi D} \times \\ &\log \frac{\frac{p_0}{\gamma_k} \frac{K_0 \text{ tg } \varphi \pi D}{A_Y} e^{\frac{K_0 \text{ tg } \varphi \pi D}{A_Y} z \left(1 - \frac{A_Y}{A_0}\right)} - 1}{\frac{K_0 \text{ tg } \varphi \pi D}{A_Y} z - 1} \end{aligned} \quad (99)$$

$$\begin{aligned} \frac{z D}{A_Y} &= \frac{2,3}{\pi K_0 \text{ tg } \varphi} \times \\ &\log \frac{1 - \pi K_0 \text{ tg } \varphi \frac{p_0 D}{\gamma_k A_Y} e^{\pi K_0 \text{ tg } \varphi \frac{z D}{A_Y} \left(1 - \frac{A_Y}{A_0}\right)}}{1 - \pi K_0 \text{ tg } \varphi \frac{z D}{A_Y}} \end{aligned} \quad (100)$$

$$\text{Voor } K_0 \text{ tg } \varphi = 0,28 \text{ en } \frac{A_Y}{A_0} = \frac{380,13}{1520,53} = 0,25$$

werd op de figuur 13

$$\frac{z D}{A_Y} \text{ in functie van } \frac{p_0 D}{\gamma_k A_Y} \text{ uitgezet.}$$

Voor het hier behandelde voorbeeld heeft men

$$\frac{p_0 D}{\gamma_k A_Y} = \frac{10 \times 0,52}{1,0 \times 380,13} = 0,01368$$

Uit de figuur 13 haalt men

$$\begin{aligned} \frac{z D}{A_Y} &= 0,18 \\ z_{\text{crit}} &= 0,18 \frac{A_Y}{D} = 0,18 \times \frac{380,13}{0,52} = \\ &= 131,583 \text{ m.} > 44 \text{ m} \end{aligned} \quad (101)$$

Het is dus niet uitgesloten dat de negatieve kleeft over de gehele dikte der slappe laag tot ontwikkeling komt. Om hierover zekerheid te verkrijgen zou men de juiste waarden van  $p_{v,z,x=0}$  dienen te kennen.

#### Invloed van de adhaesie

Laten we veronderstellen dat de adhaesie  $c_a$  tussen paal en grond gelijk is aan de cohesie van de grond.

$$c_a = c$$

Om met de cohesie rekening te houden, kan worden uitgegaan van de stelling van de overeenstemmende toestanden naar Caquot. Een grond met  $c$  en  $\varphi$  is aan de

grens van het evenwicht onder een gegeven lastenstelsel, wanneer een grond met zelfde  $\varphi$  doch met  $c = 0$  aan de grens van het evenwicht is onder hetzelfde lastenstelsel vermeerderd met een alzijdige druk  $c \cotg \varphi$ .

Voor een grond zonder cohesie, belast met  $p_0$  geldt de vergelijking (9)

$$p_{v,z} = \frac{\gamma_k}{m_1} (1 - e^{-m_1 z}) + p_0 e^{-m_1 z} \quad (9)$$

De toevoeging van een alzijdige druk  $c \cotg \varphi$  geeft:

$$\begin{aligned} p_{v,z} + c \cotg \varphi &= \frac{\gamma_k}{m_1} (1 - e^{-m_1 z}) + \\ &+ (p_0 + c \cotg \varphi) e^{-m_1 z} \end{aligned} \quad (102)$$

$$\begin{aligned} p_{v,z} &= \frac{\gamma_k}{m_1} (1 - e^{-m_1 z}) + p_0 e^{-m_1 z} + \\ &+ c \cotg \varphi (e^{-m_1 z} - 1) \end{aligned} \quad (103)$$

$$p_{v,z} = \left( \frac{\gamma_k}{m_1} - c \cotg \varphi \right) (1 - e^{-m_1 z}) + p_0 e^{-m_1 z} \quad (104)$$

$$\begin{aligned} p_{v,z} &= \left( \frac{\gamma_k - m_1 c \cotg \varphi}{m_1} \right) (1 - e^{-m_1 z}) + \\ &+ p_0 e^{-m_1 z} \end{aligned} \quad (105)$$

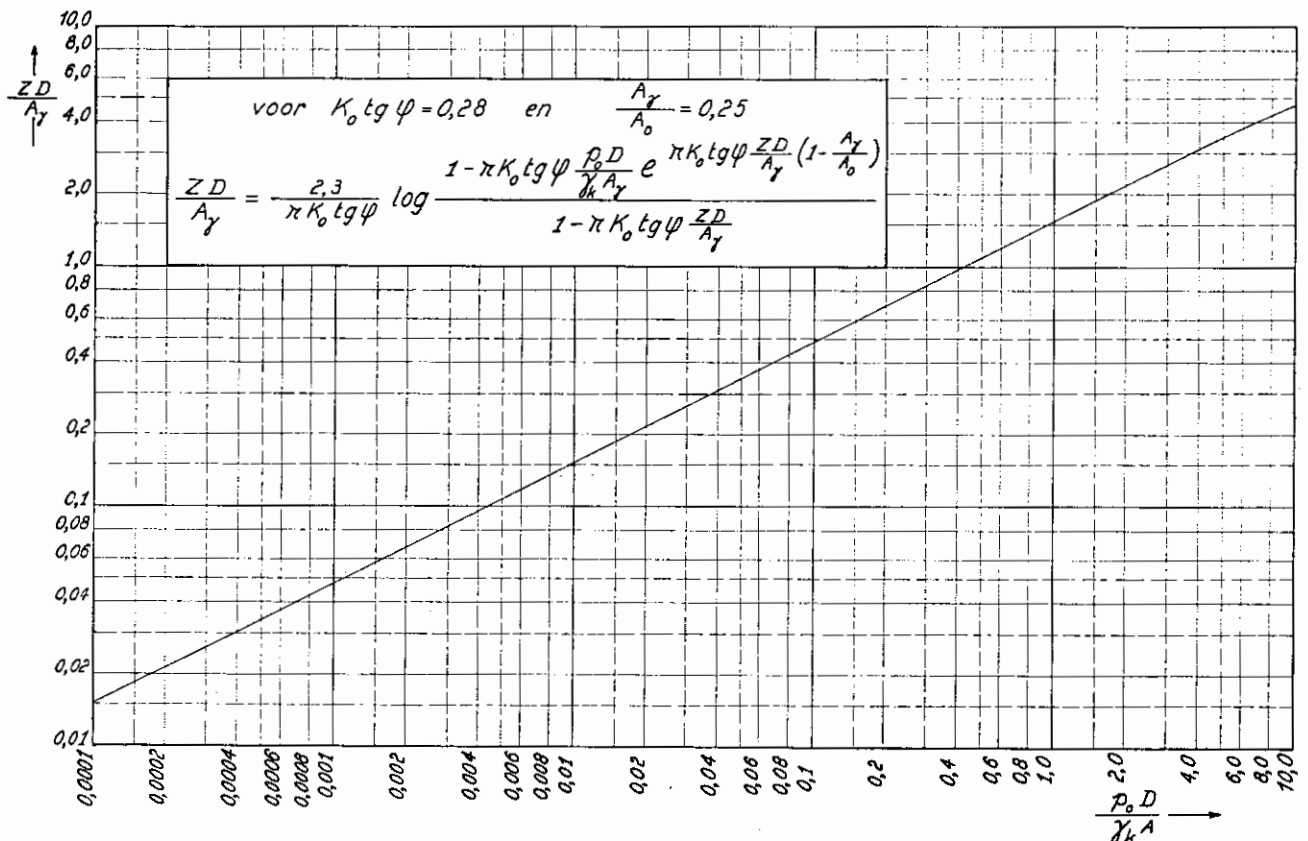


Fig. 13.

$$\text{Nu is } m_1 = \frac{K_o \operatorname{tg} \varphi U}{A} \quad (7)$$

$$p_{v,z} = \frac{\gamma_k - \frac{K_o \operatorname{tg} \varphi U c}{A \operatorname{tg} \varphi}}{m_1} (1 - e^{-m_1 z}) + p_o e^{-m_1 z} \quad (106)$$

$$p_{v,z} = \frac{\gamma_k - \frac{K_o U c}{A}}{m_1} (1 - e^{-m_1 z}) + p_o e^{-m_1 z} \quad (107)$$

$$\text{Stel } \gamma_k - \frac{K_o U c}{A} = \gamma_{k,f} \quad (108)$$

De uitdrukking (107) wordt

$$p_{v,z} = \frac{\gamma_{k,f}}{m_1} (1 - e^{-m_1 z}) + p_o e^{-m_1 z} \quad (109)$$

De uitdrukking (109) is identisch met de vergelijking (9), met het enig verschil dat het werkelijk effectief volumegewicht  $\gamma_k$  door een fictief effectief volumegewicht  $\gamma_{k,f}$  gedefinieerd door (108) is vervangen. De integratie van (109) ter bepaling van  $F_n$  zal dus volledig analoog verlopen met de integratie van (9), zodat analoog met (21) thans wordt verkregen:

$$F_n = A \left[ p_o + \gamma_{k,f} h - \frac{\gamma_{k,f}}{m_1} (1 - e^{-m_1 h}) - p_o e^{-m_1 h} \right] \quad (110)$$

De opgestelde diagrammen zijn dus ook dadelijk toepasselijk voor het geval met adhaesie, indien men in de dimensieloze grootheden  $\gamma_k$  door  $\gamma_{k,f}$  vervangt.

*Opmerking.* Men kan deze uitdrukking nog op meer rechtstreekse wijze vinden.

Voor een grond zonder cohesie heeft men de uitdrukking (21)

$$F_n = A \left[ p_o + \gamma_k h - \frac{\gamma_k}{m_1} (1 - e^{-m_1 h}) - p_o e^{-m_1 h} \right]$$

Men dient thans op alle begrenziingsoppervlakken van de grond de alzijdige druk  $c \operatorname{ctg} \varphi$  toe te voegen. Dit geeft:

$$F_n + U h K_o \operatorname{tg} \varphi c \operatorname{ctg} \varphi = A \left[ p_o + c \operatorname{ctg} \varphi + \gamma_k h - \frac{\gamma_k}{m_1} (1 - e^{-m_1 h}) - (p_o + c \operatorname{ctg} \varphi) e^{-m_1 h} \right]$$

$$F_n + \frac{A U h K_o c}{A} = A \left[ p_o + c \operatorname{ctg} \varphi + \gamma_k h - \frac{\gamma_k}{m_1} (1 - e^{-m_1 h}) - (p_o + c \operatorname{ctg} \varphi) e^{-m_1 h} \right]$$

$$F_n = A \left[ p_o + c \operatorname{ctg} \varphi + \gamma_k h - \frac{U K_o c}{A} h - \frac{\gamma_k}{m_1} (1 - e^{-m_1 h}) - p_o e^{-m_1 h} - c \operatorname{ctg} \varphi e^{-m_1 h} \right]$$

$$F_n = A \left[ p_o + c \operatorname{ctg} \varphi (1 - e^{-m_1 h}) + \left( \gamma_k - \frac{U K_o c}{A} \right) h - \frac{\gamma_k}{m_1} (1 - e^{-m_1 h}) - p_o e^{-m_1 h} \right]$$

$$F_n = A \left[ p_o + \left( \gamma_k - \frac{K_o U c}{A} \right) h - \left( \frac{\gamma_k}{m_1} - c \operatorname{ctg} \varphi \right) (1 - e^{-m_1 h}) - p_o e^{-m_1 h} \right]$$

en gelet op (7)

$$F_n = A \left[ p_o + \left( \gamma_k - \frac{K_o U c}{A} \right) h + \frac{\gamma_k - \frac{K_o \operatorname{tg} \varphi U}{A} c \operatorname{ctg} \varphi}{m_1} (1 - e^{-m_1 h}) - p_o e^{-m_1 h} \right]$$

$$F_n = A \left[ p_o + \left( \gamma_k - \frac{K_o U c}{A} \right) h + \frac{\gamma_k - \frac{K_o U c}{A}}{m_1} (1 - e^{-m_1 h}) - p_o e^{-m_1 h} \right]$$

en gelet op (108)

$$F_n = A \left[ p_o + \gamma_{k,f} h - \frac{\gamma_{k,f}}{m_1} (1 - e^{-m_1 h}) - p_o e^{-m_1 h} \right] \quad (110)$$

**Kritische beoordeling van de in te voeren waarden voor  $K_o \operatorname{tg} \varphi$**

Er werd reeds vermeld dat in de methode van Zeevaert meestal voor  $K_o$  de waarde van de coëfficiënt van neutrale gronddruk  $\lambda_n$  wordt ingevoerd. In hoeverre is deze aanname te rechtvaardigen?

Voor het geval van in de grond *geboorde* palen kan wel worden aangenomen dat geen zijdelingse verspanningen optreden, zodat in normaal geconsolideerde gronden en voor boorpalen de aanname  $K_o = \lambda_n$  niet onredelijk schijnt.

Wanneer vervolgens heipalen worden beschouwd, kan worden gesteld dat in slappe en uiteraard weinig doorlatende lagen het heien van de palen tot geen noemenswaardige horizontale verspanningen kan voeren, zodat ook voor heipalen in slappe grondlagen de aanname  $K_0 = \lambda_n$  nog aanvaardbaar lijkt.

Wanneer integendeel palen doorheen zandlagen worden geheid, kunnen hierin vrij belangrijke horizontale verspanningen ontstaan. Dit is in het bijzonder het geval met Frankipalen, bij welke tijdens het geleidelijk uittrekken van de voerbuisen het beton zeer krachtig tegen de omringende grond wordt aangestampt. Wanneer derhalve een paal doorheen een zandaanvulling wordt geheid, welke op slappe grondlagen rust, kan men de negatieve kleeft in de zandaanvulling wel zeer sterk onderschatten, door voor de negatieve kleeft in deze zandaanvulling van de waarden  $K_0 = \lambda_n$  uit te gaan.

Het is zeer wel mogelijk dat ten gevolge van de verspanning welke tijdens het heien van de paal is ontstaan, in de buurt van de paal de horizontale spanning groter geworden is dan de verticale.

Nu kan men tegen de methode van Zeevaert opwerpen dat hierbij het contactvlak paal-grond als een schuifvlak wordt beschouwd, en dat hierdoor de verhouding van de horizontale normaalspanning tot de verticale normaalspanning automatisch vastligt (fig. 14). Men heeft immers

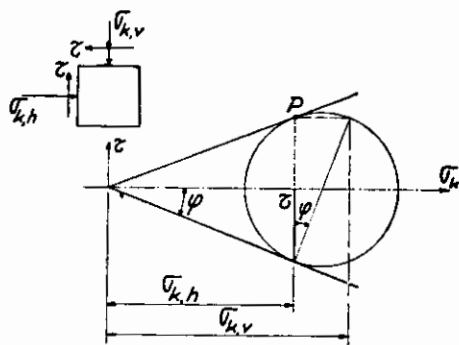


Fig. 14.

$$\frac{\sigma_{k,v} - \sigma_{k,h}}{2} = \tau \operatorname{tg} \varphi$$

$$\frac{\sigma_{k,v} - \sigma_{k,h}}{2} = \sigma_{k,h} \operatorname{tg}^2 \varphi$$

$$\sigma_{k,v} - \sigma_{k,h} = 2\sigma_{k,h} \operatorname{tg}^2 \varphi$$

$$\sigma_{k,v} = \sigma_{k,h} (1 + 2 \operatorname{tg}^2 \varphi)$$

$$\frac{\sigma_{k,h}}{\sigma_{k,v}} = \frac{1}{1 + 2 \operatorname{tg}^2 \varphi}$$

$$= \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^2 \varphi + 2 \sin^2 \varphi} = \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} < 1$$

Opdat het contactvlak paal-grond een schuifvlak zou kunnen zijn dient de horizontale normaalspanning, noodzakelijk kleiner te zijn dan de verticale. Is dit niet het geval zo dient de afschuiving op een andere wijze te geschieden.

Zolang voor de horizontale spanning  $\sigma_{h,z}$  een kleinere waarde dan voor de verticale spanning  $p_{v,z}$  wordt ingevoerd, wordt de ingevoerde benadering niet zozeer opgemerkt, doch wanneer voor  $\sigma_{h,z}$  een waarde wordt ingevoerd welke groter is dan  $p_{v,z}$  zo wordt dadelijk de tegenstrijdigheid aangevoeld.

Men mag nochtans niet uit het oog verliezen dat in de methode van Zeevaert met fictieve gemiddelde spanningen wordt gerekend, en dat men dus systematisch van het eigenlijke juiste spanningsveld afwijkt. Wanneer men dus geen bezwaren ondervindt om de werkelijke spanningen  $p_{v,z,x}$  door een fictieve gemiddelde waarde  $p_{v,z}$  te vervangen en de schuifspanningen in het contactvlak met de paal met de formule  $K_0 \operatorname{tg} \varphi p_{v,z}$  te berekenen, wanneer  $K_0 = \lambda_n$ , bestaat er geen doorslaggevende reden om meer bezwaren tegen deze methode te laten gelden wanneer ze met een waarde  $K_0 > 1$  wordt angewend. Ze is immers in elk geval als een ruwe benaderingsmethode te beschouwen, welke niet aan de spanningstoestand in elk punt van het grondmassief voldoet.

Wanneer thans palen worden beschouwd, welke doorheen zandaanvullingen worden geheid, waarin negatieve kleeft kan voorkomen doordat ze op slappe grondlagen steun nemen, en waarin door het heien horizontale verspanningen kunnen ontstaan, kan worden getracht door het invoeren van een coëfficiënt  $K_0 > 1$  in de methode van Zeevaert, een orde van grootte van de te verwachten negatieve kleeft te verkrijgen, waarbij men dus uiteraard de tegenstrijdigheden met het werkelijk spanningsveld op de koop neemt.

De invloed van de verspanning zal hierna door een getallenvoorbeeld worden aangetoond.

#### Getallenvoorbeeld

Zij een raster  $a = b = 2,00$  m bestaande uit palen  $D = 0,40$  m  $U = 1,257$  m. De palen zijn geheid doorheen een zandaanvulling met een dikte  $h_1 = 6,00$  m. Deze zandaanvulling rust op een slappe kleilaag met  $h_2 = 6,00$  m (fig. 15). Aangenomen wordt dat ten tijde van het heien van de palen de consolidatie van de slappe kleilaag verre van beëindigd is. Boven het peil van de paalkoppen komt een bovenbelasting  $p_0 = 2$  t/m<sup>2</sup>.

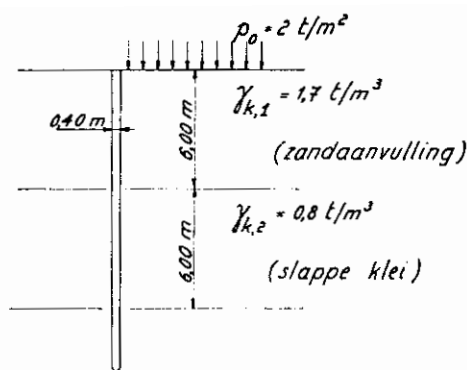


Fig. 15.

In de zandaanvulling heeft men  $\gamma_{k,1} = 1,7 \text{ t/m}^3$   
 $\text{tg } \varphi_1 = 0,57735$   
 $K_{o,1} = 3.$

In de slappe kleilaag heeft men  $\gamma_{k,2} = 0,8 \text{ t/m}^3$   
 $K_{o,2} \text{tg } \varphi_2 = 0,25.$

Gevraagd wordt de negatieve kleeft van een binnenpaal van het raster te bepalen.

#### Negatieve kleeft in de zandlaag

Men heeft

$$0,45 h_1 = 0,45 \times 6,00 = 2,70 \text{ m} > a = b = 2,00 \text{ m}$$

derhalve

$$A = 2,00 \times 2,00 = 4,00 \text{ m}^2$$

Men heeft krachtens (22)

$$F_{n,1} = A (p_{o,h_1} - p_{v,h_1})$$

$$p_{o,h_1} = 2 + 6,00 \times 1,7 = 12,2 \text{ t/m}^2$$

Krachtens (9)

$$p_{v,h_1} = \frac{\gamma_{k,1}}{m_{1,1}} (1 - e^{-m_{1,1} h_1}) + p_0 e^{-m_{1,1} h_1}$$

$$m_{1,1} = \frac{K_{o,1} \text{tg } \varphi_1 U}{A} = \frac{3 \times 0,57735 \times 1,257}{4,00} = 0,5443$$

$$p_{v,h_1} = \frac{1,7}{0,5443} (1 - e^{-0,5443 \times 6,00}) + 2,0 e^{-0,5443 \times 6,00}$$

$$\log e^{-0,5443 \times 6,00} = \log e^{-3,2658} = -3,2658 \times 0,43429 = -1,41830 = \bar{2},58170 = \log 0,03817$$

$$p_{v,h_1} = 3,1232 (1 - 0,03817) + 2 \times 0,03817 = 3,004 + 0,07634 = 3,07674 \text{ t/m}^2$$

$$F_{n,1} = 4,00 (12,2 - 3,07674) = 4,00 \times 9,12326 = 36,493 \text{ ton.}$$

#### Negatieve kleeft in de slappe klei

De formule (77) geeft

$$F_{n,2} = A_2 [p_{o,h_2} - p_{v,h_2} + p_{v,h_1} - p_{v,h_1}]$$

Men heeft

$$0,45 h_2 = 0,45 \times 6,00 = 2,70 \text{ m} > a = b = 2,00 \text{ m}$$

$$A_2 = 4,00 \text{ m}^2$$

$$p_{o,h_2} = p_0 + \gamma_{k,1} h_1 + \gamma_{k,2} h_2 = 2 + 1,7 \times 6,00 + 0,8 \times 6,00 = 2 + 10,2 + 4,8 = 17 \text{ t/m}^2$$

$$p_{v,h_2} = \frac{\gamma_{k,2}}{m_{1,2}} (1 - e^{-m_{1,2} h_2}) + p_{v,h_1} e^{-m_{1,2} h_2}$$

$$p_{v,h_1} = 3,07674 \text{ t/m}^2$$

$$p_{o,h_1} = 12,2 \text{ t/m}^2$$

$$m_{1,2} = \frac{K_{o,2} \text{tg } \varphi_2 U}{A} = \frac{0,25 \times 1,257}{4,00} = \frac{0,31425}{4,00} = 0,07856$$

$$\log e^{-m_{1,2} h_2} = \log e^{-0,07856 \times 6,00} = \log e^{-0,47135} = -0,47135 \times 0,43429 = -0,204707 = \bar{1},795293 = \log 0,62415$$

$$p_{v,h_2} = \frac{0,8}{0,07856} (1 - 0,62415) + 3,07674 \times 0,62415 = 10,183 \times 0,37585 + 1,9203 = 3,827 + 1,920 = 5,747 \text{ t/m}^2$$

$$F_{n,2} = 4,00 [17 - 5,747 + 3,0758 - 12,2]$$

$$F_{n,2} = 4,00 \times 2,138 = 8,552 \text{ ton.}$$

$$F_n = F_{n,1} + F_{n,2} = 36,493 + 8,552 = 45,045 \text{ ton.}$$

#### Tweede berekeningswijze

Om de invloed van de horizontale verspanning in de zandlaag na te gaan, laten we ook in de zandlaag van de veronderstelling van de neutrale gronddruk uitgaan.

Men stelt dus thans

$$K_{0,1} \operatorname{tg} \varphi_1 = K_{0,2} \operatorname{tg} \varphi_2 = 0,25.$$

Negatieve kleeft in de zandlaag

$$\frac{p_0}{\gamma_{k,1} h_1} = \frac{2}{1,7 \times 6,00} = \frac{2}{10,20} = 0,196$$

$$\frac{A}{D h_1} = \frac{4,00}{0,40 \times 6,00} = \frac{4,00}{2,40} = 1,666$$

De figuur 3a geeft  $\frac{F_{n,1}}{A \gamma_{k,1} h_1} = 0,275$

$$F'_{n,1} = 0,275 \times 4,00 \times 1,7 \times 6,00 = 11,22 \text{ t} \ll 36,49 \text{ t.}$$

Negatieve kleeft in de slappe kleilaag

Men berekent

$$\begin{aligned} A (p_0 + \gamma_{k,1} h_1) - F_{n,1} &= \\ &= 4,00 (2 + 1,7 \times 6,00) - 11,22 \\ &= 48,8 - 11,22 = 37,58 \text{ ton.} \end{aligned}$$

Hieruit

$$p_{v,h_1} = \frac{37,58}{4,00} = 9,395 \text{ t/m}^2$$

$$\frac{p_{v,h_1}}{\gamma_{k,2} \times h_2} = \frac{9,395}{0,8 \times 6,00} = \frac{9,395}{4,8} = 1,957$$

$$\frac{A}{D h_2} = \frac{4,00}{0,40 \times 6,00} = \frac{4,00}{2,40} = 1,666$$

De fig. 3a geeft  $\frac{F_{n,2}}{A \gamma_{k,2} h_2} = 0,935$

$$F'_{n,2} = 0,935 \times 4,00 \times 0,8 \times 6,00 = 17,952 \text{ t} \gg 8,552 \text{ ton.}$$

Tenslotte

$$F'_n = F'_{n,1} + F'_{n,2} = 11,22 + 17,952 = 29,172 \text{ ton}$$

te vergelijken met  $F_n = 45,045 \text{ ton.}$

De verhouding bedraagt

$$\frac{F_n}{F'_n} = \frac{45,045}{29,172} = 1,544$$

Vastgesteld wordt dat tengevolge van de verspanning in de zandlaag de negatieve kleeft in de zandlaag merke-

lijk groter kan zijn dan wanneer de verspanning wordt verwaarloosd (11,22 ton tegen 36,49 ton). Er is echter gelukkig een compensatie in de kleilaag waarin men bij verwaarlozing van de verspanning in de zandlaag een grotere negatieve kleeft vindt dan wanneer deze verspanning in rekening wordt gebracht (17,952 ton tegen 8,552 ton). Dank zij deze compensatie is het verschil in de totale waarden van de negatieve kleeft niet zo groot dan men eerst zou kunnen vrezen.

In elk geval duidt deze berekening aan dat wanneer de negatieve kleeft zich in 2 lagen voordoet, waarbij de bovenste laag een zandlaag is, de verdeling van de negatieve kleeft over de 2 lagen een heel andere kan zijn dan met de klassieke aanwending van de formule van Zeevaert zou kunnen worden gevonden.

Bovendien blijkt uit het getallenvoorbeeld het nut de horizontale verspanning in de bovenste zandaanvulling op een of andere manier te voorkomen.

In te voeren veiligheidscoëfficiënten

Op welke wijze dient een aan negatieve kleeft onderworpen paal te worden berekend?

Zij  $D_n$  het nuttig draagvermogen welke de paal met zekerheid moet kunnen torsen. In België wordt algemeen de lengte en het draagvermogen van palen aan de hand van de resultaten van diepsonderingen bepaald. Hierbij wordt gewoonlijk de positieve kleeft niet rechtstreeks in rekening gebracht, doch als een bijkomende veiligheidsmarge beschouwd. Als weerstand wordt in de berekeningen uitsluitend het grensdraagvermogen door weerstand aan de basis ingevoerd. Dit grensdraagvermogen  $B_g$  wordt uit de konuswaarden van de diepsondeerdiagrammen afgeleid, waarbij terdege met het schaafeffect rekening dien te worden gehouden [8]. Aangezien van de gunstige invloed van de positieve kleeft wordt afgezien, en het schaafeffect in veilige zin wordt ingevoerd, wordt voor het nuttig draagvermogen met een veiligheidscoëfficiënt 2 t.o.v. het grensdraagvermogen aan de basis genomen.

Zij thans  $F_n$  de negatieve kleeft. In zoverre de positieve kleeft niet in rekening wordt gebracht, en de negatieve kleeft met de methode van Zeevaert wordt berekend, wordt t.o.v. de berekende negatieve kleeft geen veiligheidsmarge vereist.

Aldus komt men tenslotte tot de vergelijking

$$2 D_n + F_n = B_g \quad (111)$$

Voor een cirkelvormige paal met basisdiameter  $D_b$

$$2 D_n + F_n = d_g \cdot \frac{\pi D_b^2}{4} \quad (112)$$

met  $d_g$  = het grensdragvermogen van de grond onder de paalbasis, af te leiden uit het diagram der konusweerstand  $C_{k,d}$ , rekening houdend met het schaafeffect.

### Voorbeeld van toepassing

Zij een paal met een schacht  $\varnothing = 0,45$  m welke een nuttige last  $D_n = 100$  ton dient te dragen. Met de methode van Zeevaert werd berekend dat de negatieve kleeft van de beschouwde paal  $F_n = 49$  ton bedraagt.

De formule (111) geeft:

$$B_g = 2 \times 100 + 49 = 249 \text{ ton.}$$

Heeft de paal een verzwaarde voet met  $D_b = 0,65$  m, zo verkrijgt men

$$\frac{\pi D_b^2}{4} = 0,78539 \times 0,65^2 = 3318,30 \text{ cm}^2$$

$$d_g = \frac{249.000}{3318,3} = 75,04 \text{ kg/cm}^2.$$

Aan de hand van de diepsonderingen dient dan, gelet op het schaafeffect te worden bepaald tot op welke diepte de paal dient te worden geheid om op de eenheidsbreukweerstand  $d_g = 75,04 \text{ kg/cm}^2$  te kunnen rekenen.

### Opmerking

Op het peil van de onderkant van de samendrukbare laag zal de betonspanning in de paalschacht uiteindelijk oplopen tot

$$\begin{aligned} \sigma_b' &= \frac{D_n + F_n}{\frac{\pi D^2}{4}} = \\ &= \frac{100.000 + 49.000}{\frac{\pi \times 45^2}{4}} = 93,68 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

In geval van palen met verbrede voet, welke aan negatieve kleeft zijn onderworpen, zal men derhalve ook de controle van de betonspanning in de schacht niet uit het oog mogen verliezen.

### CONCLUSIES

1. De benaderingsmethode van Zeevaert geeft aan de veilige kant gelegen waarden van de negatieve kleeft,

indien de gepaste mechanische parameters in het contactvlak paal-grond werden ingevoerd. In bepaalde gevallen geeft deze methode echter waarden welke al te zeer aan de veilige kant liggen.

2. In de bijdrage werden diagrammen gegeven welke een gemakkelijker aanwending van de methode mogelijk maken.
3. De methode van Zeevaert is in haar oorspronkelijke vorm vooral geëigend om de negatieve kleeft van de binnenpalen van een palenraster te bepalen. Aangegeven werd hoe deze methode ook voor palen van de buitenste rijen en voor alleenstaande palen kan worden aangewend.
4. De methode van Zeevaert werd uitgebreid tot de gevallen waar de negatieve kleeft in twee verschillende lagen wordt ondervonden.
5. Aangetoond werd dat de negatieve kleeft in bepaalde gevallen slechts optreedt tot een diepte welke kleiner dan de dikte der samendrukbare lagen is. In dergelijke gevallen kan een brutale aanwending van de methode van Zeevaert tot een sterk overschatten van de negatieve kleeft voeren. Aangetoond wordt hoe de kritische diepte kan worden bepaald.
6. De methode van Zeevaert steunt op de aanname dat op een diepte  $z$  de uiteindelijke vertikale spanningen gelijkmatig over het invloedsooppervlak  $A$  zijn verdeeld. In feite zijn deze vertikale spanningen het kleinst in de punten van het contactvlak van de paal en stijgen met de afstand  $x$  tot de paal. Deze benadering geeft terug aan de veilige kant gelegen waarden voor de negatieve kleeft.
7. Tenslotte worden de aan te houden veiligheidscoëfficiënten bij het berekenen van palen welke aan negatieve kleeft zijn onderworpen, besproken.

### LITERATUURLIJST

- [1] ZEEVAERT, L.: Dynamic Design and behaviour of friction piles — Compensated foundations — De Ingenieur n° 25, 1962, pp. B. 163 - B. 174.
- [2] ZEEVAERT, L.: General considerations on problems related with pile and pier foundations — Conference on deep Foundations — Mexico City, 7-10 Dec. 1964.
- [3] ZEEVAERT, L.: Compensated Foundations — First Pan-American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering — Mexico 1960, Proceedings, Vol. III, pp. 1109-1126.
- [4] LOCHER, H.G.: Combined cast-in-place and precast piles for the reduction of negative friction caused by Embankment fill — Proceedings of the Sixth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Montreal 1965, Vol. II, p. 290-294.

- [5] HABIB, P., BUISSON, M. et AHU, J. : Le frottement négatif — Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, n° 145, janvier 1960.
- [6] BRINCH HANSEN, J. : Positive and negative skin friction on piles, Danish Geotechnical Institute — nog niet gepubliceerd.
- [7] JOHANNESSEN, I.J. : Observations of the drag load on a steel pile to rock due to settlement of clay — Norwegian Geotechnical Institute, Publication n° 64, Oslo 1965.
- [8] DE BEER, E.E. : De invloed van de dwarsafmetingen van een paal op de puntweerstand — De Ingenieur, nr. 3 van 15.1.65, pp. B1-B10, nr. 5 van 29.1.65, pp. B13-B21.

## CALCUL DU FROTTEMENT NEGATIF SUR DES PIEUX

Lorsque des pieux sont battus ou forés à travers des couches compressibles, qui sont sollicitées par des surcharges latérales, les pieux subissent un frottement négatif.

Pour calculer cette charge invisible il existe diverses méthodes approchées (Zeevaert, Habib, méthode hollandaise, Brinch Hansen). La présente contribution s'occupe uniquement de la méthode de Zeevaert.

A partir d'hypothèses simplificatrices, cette méthode fournit pour le frottement négatif  $F_n$  l'expression (21), qui contient une partie due à la surcharge  $p_0$  appliquée sur le plan passant par la tête des pieux, et une autre due au poids propre  $\gamma_k$  des couches compressibles. Cette formule peut se mettre sous la forme (26) qui donne une relation entre des rapports sans dimension, ce qui permet l'établissement de diagrammes (fig. 3 et fig. 4), dont l'emploi facilite les calculs. Les diagrammes des fig. 4 et 5 permettent de déterminer séparément les influences de  $p_0$  et de  $\gamma_k$ .

La méthode de Zeevaert vaut surtout pour la détermination du frottement négatif sur un pieu intérieur d'un maillage de pieux. Nous avons tâché d'étendre cette méthode au cas des pieux des rangées extérieures, par l'introduction de surfaces d'influence  $A$  approchées (fig. 7 et 8).

La méthode de Zeevaert a aussi été étendue au cas où le frottement négatif se fait sentir dans deux couches de propriétés différentes (formule 77).

La formule de Zeevaert part de l'hypothèse que le frottement négatif se fait sentir sur toute l'épaisseur des couches compressibles. Si la surcharge  $p_0$  est faible, et l'épaisseur  $h$  des couches compressibles est grande par rapport à la surface d'influence  $A$ , cela n'est toutefois pas nécessairement le cas, la décharge du sol par suite du frottement négatif devenant tellement considérable, que les pressions calculées deviennent inférieures aux contraintes primitives. La profondeur où la contrainte calculée  $p_{v,z}$  devient égale à la contrainte primitive  $\sigma_{k,v,z,0}$  est appelée profondeur critique. Elle se trouve à partir de la formule (90), qui est représentée par le

diagramme de la figure 12. Si  $z_{crit} < h$ , les formules de Zeevaert ne sont plus applicables sans adaptation.

On peut facilement tenir compte de l'influence de l'adhésion en remplaçant le poids volumétrique déjaugé  $\gamma_k$  par un poids volumétrique fictif  $\gamma_{k,1}$  donné par (108).

Dans les formules de Zeevaert on calcule généralement les contraintes tangentielles dans le plan de contact sol-pieu en posant  $K_0 \tan \varphi = 0,25$  ( $K_0$  = rapport des contraintes normales horizontale et verticale).

Toutefois lorsque un pieu battu éprouve une partie du frottement négatif dans une couche de sable, la valeur  $K_0 \tan \varphi$  peut être largement supérieure à cette valeur, le sable ayant été mis en serrage latéral par le battage. Il faut remarquer que la méthode de Zeevaert ne respecte pas le champ réel des contraintes et est donc à considérer comme une méthode approchée, assez apparentée à celle utilisée dans le calcul des silos.

Si, négligeant les contradictions avec le champ réel des contraintes, on applique la méthode de Zeevaert au cas de 2 couches, où la couche supérieure est constituée de sable serré latéralement ( $K_0 > 1$ ), on constate que la répartition du frottement négatif entre les 2 couches peut être très différente de celle obtenue à partir de l'hypothèse  $K_0 \tan \varphi = 0,25$ , mais que dans de nombreux cas la valeur totale du frottement négatif, grâce à l'effet accru de silo dans la couche serrée, est moins fortement influencée que l'accroissement de la valeur  $K_0$  aurait pu faire craindre.

En définitive la méthode approchée de Zeevaert fournit des valeurs situées du côté de la sécurité pour le frottement négatif, à condition d'introduire des paramètres appropriés pour la détermination des réactions tangentielles dans le plan de contact sol-pieu. Dans certains cas cette méthode fournira des valeurs qui sont par trop situées du côté de la sécurité.

Les diagrammes de la présente étude facilitent l'application des formules de Zeevaert, tandis que l'attention est attirée sur leurs limites d'applicabilité.



**RIJKSUNIVERSITEIT TE GENT**  
**FACULTEIT DER TOEGEPASTE WETENSCHAPPEN**

•

**(UNIVERSITÉ DE L'ÉTAT A GAND, BELGIQUE**  
**Faculté des Sciences Appliquées)**

•

**(STATE UNIVERSITY OF GHENT, BELGIUM**  
**Faculty of Applied Sciences)**

•

**(STAATSUNIVERSITÄT GENT, BELGIEN**  
**Fakultät der angewandten Wissenschaften)**

**SEPARAAT**

## Enige problemen bij paalfunderingen in havengebieden

dr. ir. E. E. DE BEER, Professor aan de Universiteiten te Gent en  
te Leuven,  
en ir. M. WALLAYS, Ingenieur-Hoofd van de Dienst Grondmechanika  
bij de N. V. Pieux Franki



AFDELING  
SECTION 1- DEB  
ABTEILUNG WAL

## Enige problemen bij paalfunderingen in havengebieden

dr. ir. E. E. DE BEER, Professor aan de Universiteiten te Gent en te Leuven,  
en ir. M. WALLAYS, Ingenieur-Hoofd van de Dienst Grondmechanika bij de N. V. Pieux Franki

### Samenvatting

In de lage streken van de havengebieden worden dikwijls min of meer belangrijke belastingen rechtstreeks op het grondoppervlak aangebracht. Hydraulische ophogingen en opslagterreinen in de industriële zonings zijn hiervan wel bekende voorbeelden. Wanneer in het natuurlijke terrein slappe, sterk samendrukbare grondlagen voorkomen, worden de eventueel in deze gronden voorziene paalfunderingen aan soms sterke negatieve kleeft onderworpen.

Indien daarbij de rechtstreeks op het grondoppervlak aangebrachte belastingen asymmetrisch zijn ten opzichte van de palen, zullen horizontale gronddrukken op deze palen optreden die dan aan min of meer belangrijke buigmomenten zullen worden onderworpen.

Benaderende methoden die de mogelijkheid bieden de invloed van deze beide verschijnselen min of meer te ramen, worden voorgesteld.

### QUELQUES PROBLEMES CONCERNANT LES FONDATIONS SUR PIEUX DANS DES ZONES PORTUAIRES

#### Résumé

Dans les zones portuaires basses des surcharges plus ou moins importantes sont souvent amenées directement sur le terrain. Les remblais hydrauliques et les terrains de stockage dans les zonings industriels en sont des exemples bien connus.

Lorsque le sol naturel comporte des couches fortement compressibles, les fondations sur pieux éventuellement prévues dans ces terrains ont à supporter un frottement négatif parfois fort important.

Lorsque en plus les surcharges agissant directement à la surface du sol, ne sont pas réparties plus ou moins symétriquement par rapport aux pieux, ceux-ci ont à subir des poussées horizontales et doivent supporter des moments de flexion plus ou moins importants.

Des méthodes approximatives permettant d'évaluer plus ou moins l'influence de ces deux phénomènes sont proposées.

### SOME PROBLEMS ON PILE FOUNDATIONS IN HARBOURS

#### Summary

In the low areas of the harbours important loads often are put directly on the ground surface.

Hydraulic fills and storage yards in the industrial zonings are well-known examples. When the natural soil formations contain soft very compressible layers, the eventual pile foundations in these zones often have to endure very important negative friction.

When the loads supported directly by the ground layers are not symmetrical with regard to the piles, the latter have to endure also horizontal pressures and undergo more or less important bending moments.

Methods for estimating by approximation the influence of both phenomena are proposed in this paper.

### EINIGE PROBLEME BEI PFAHLGRÜNDUNGEN IN HAFENGEBIETEN

#### Zusammenfassung

In den niedrigen Gegenden der Hafengebieten

werden öfters mehr oder weniger wichtige Belastungen der Bodenfläche direkt übertragen. Hydraulische

lische Anschüttungen und Lagerungsgelände in Industriezonen sind hier wohl bekende Beispiele. Wenn im natürlichen Gelände schlaffe, stark zusammendrukbare Bodenschichten vorkommen, sind die in diesem Boden eventuell vorgesehenen Pfahlgründungen öfters einer starken negativen Reibung onderworfen.

Wenn außerdem, die der Bodenfläche direkt übertragenen Belastungen den Pfählen gegenüber asymmetrisch sind, werden waagerechte Grunddrücke auf die Pfähle ausgeübt welke dann mehr oder weniger wichtigen Biegemomenten onderworfen sind.

Annäherende Methoden, welke die Möglichkeit schaffen den Einfluß dieser beiden Effekten auszuwerten, werden vorausgesetzt.

#### A. INLEIDING - GESTELD PROBLEEM

In de aan getijwerkingen onderhevige havengebieden ligt het grondpeil van de voor de industrie voorbehouden terreinen gewoonlijk meerdere meters beneden het peil van hoge tij.

Alvorens de industriële installaties worden gebouwd, worden deze terreinen meestal aangevuld tot een peil dat boven het hoogste hoogwater is gelegen. Op deze wijze wordt ernstige hinder van een accidentele overstroming vermeden.

In het Antwerpse havengebied bijv. worden de voor industriële vestigingen voorziene terreinen, waarvan het natuurlijke grondpeil zich tussen + 1,50 en + 3,50 bevindt, gewoonlijk opgehoogd tot een peil dat tussen + 8,00 en + 10,000 ligt, hetgeen met een aanvullingshoogte variërend tussen 4,50 en 7,50 m overeenstemt, terwijl in perioden van hoogwater het peil van de Schelde schommelt tussen 0 en + 5,50 en, onder invloed van hevige N. W. -wind, dit niveau het peil + 7,00 kan bereiken en zelfs overschrijden.

Daarbij bestaan de bovenlagen van het natuurlijke terrein in de lage maritieme gebieden gewoonlijk uit gronden met geringe konsistentie en grote samendrukbaarheid.

In het Antwerpse havengebied bestaat de bovenlaag in de polders uit slappe min of meer veenhoudende klei, uit veen en uit zeer fijn slibhoudend zand en strekt zich gemiddeld uit tot op een diepte die varieert tussen het peil 0 en - 4,00. In de oude armen van de Schelde (Geulen of Schijns) kan de basis van de samendrukbare laag op het peil - 7,00 of zelfs nog dieper liggen.

Gewoonlijk is het, door de aanwezigheid van een laag met geringe konsistentie en de praktische onmogelijkheid waarin men zich bevindt om een hydraulische aanvulling met gelijkvormige eigenschappen te verwezenlijken, niet mogelijk funderingen op staal te voorzien, althans voor wat de belangrijke bouwwerken betreft.

Om deze beide redenen worden de belangrijke bouwwerken meestal op palen gefundeerd.

Onder de werking van het gewicht van de aanvullingen, en gebeurlijk van de belastingen der stockeringen, doen zich met de tijd min of meer belangrijke samendrukkingen van de weinig vaste laag voor. In functie van de dikte van deze laag en haar min of meer geringe doorlatendheid kan de tijd nodig voor de afwikkeling van de primaire zettingen zeer lang worden, zodat hij onverenigbaar is met de normaal voor industriële bouwwerken beschikbare uitvoeringstermijnen.

In het Antwerpse havengebied worden de zettingen, voortkomend van de aanvulling, in tientallen centimeters uitgedrukt en kunnen één meter bereiken en zelfs overschrijden. De tijd waarover deze zettingen zich voordoen is meestal meer dan één jaar en kan in bepaalde gevallen tot meerdere jaren oplopen.

Wanneer de hydraulische aanvullingen hoofdzakelijk uit zand bestaan, hetgeen meestal het geval is, zijn de samendrukkingen die deze aanvullingen onder hun eigen gewicht en onder invloed van mogelijke stockeringen ondergaan, betrekkelijk gering en krijgen na betrekkelijk korte tijd hun beslag.

Dit is enerzijds het gevolg van de betrekkelijk geringe samendrukbaarheid van zandaanvullingen en anderzijds van hun betrekkelijk grote doorlatendheid. Wanneer de hydraulische aanvullingen meer of minder dikke kleihoudende en/of veenhoudende insluitingen bevatten, kunnen de zakkingen ervan onder invloed van hun eigen gewicht en van de mogelijke stockeringen belangrijk groter worden, terwijl de tijden benodigd voor het bereiken der uiteindelijke zakkingen, afhankelijk van de minder of meer kleine doorlatendheid, ook langer worden.

Hieruit volgt dat gewoonlijk en behalve in het geval er een versnelling der zettingen werd veroorzaakt, bijv. door middel van op betrekkelijk geringe onderlinge afstanden geplaatste verticale drains (van zand of karton), de palen worden geheel lang voor de samendrukkingen van de samendrukbare laag en gebeurlijk van de hydraulische ophoging volledig zijn beëindigd.

In het geval van verticale palen oefent bij het zetten de grond omheen de palen op deze laatste een naar onder gerichte wrijving uit, die bij de aan de paalkop door de superstructuur overgebrachte belastingen wordt gevoegd. Deze bijkomende wrijving wordt meestal negatieve kleef genoemd.

Wanneer men met een in horizontale richting homogeen lagenpakket te maken heeft en de bovenbelasting in horizontale richting zeer uitgestrekt is, zullen de vervormingen zich uitsluitend in verticale richting voordoen.

Dit is echter niet meer het geval wanneer men zich bij de begrenzing van de bovenbelasting opstelt, of ook nog wanneer in horizontale richting de samenstelling van het lagenpakket zeer snel varieert.

Aldaar zal, ook wanneer in geen enkel punt het afschuivingsevenwicht wordt verbroken, behalve een verticale vervorming ook nog een horizontale vervorming, gevolg van een konsolidatie in horizontale zin, kunnen optreden.

Dit zal nog meer het geval zijn wanneer plaatselijk de schuifspanningen zo hoog oplopen dat aldaar de

grens van het afschuivingsevenwicht wordt bereikt, waardoor plaatselijke glijdingen, ook bij konstant volume, kunnen ontstaan.

Vanzelfsprekend wordt hierbij het geval dat de belastingen zo hoog zouden oplopen dat een doorgaande afschuiving dan wel een squeezing van de slappe laag wordt veroorzaakt, buiten beschouwing gelaten.

Dergelijke verschijnselen van consolidatie in horizontale richting en van plaatselijke vloeïngen ten gevolge van schuifspanningspieken kunnen zich o. m. voordoen ter plaatse van de begrenzingstaluds van ophogingen en aan de grenzen van een opslagruimte.

In de omgeving van de taluds van een sleuf kunnen horizontale bewegingscomponenten ten gevolge van de door het graven der sleuf verwerkte schuifspanningen ontstaan.

Wanneer palen worden geheid in gebieden waar, na het heien der palen, een horizontale consolidatie kan optreden of vervormingen ten gevolge van schuifspanningen na het inbrengen der palen kunnen ontstaan, zullen dergelijke palen wegens hun stijfheid zich tegen het ontstaan van deze vervormingen verzetten. Hierdoor worden ze aan horizontale krachswerkingen onderworpen, die buigmomenten in de palen doen ontstaan.

Deze horizontale krachswerkingen kunnen vrij belangrijk zijn, doordat de agerende grond tegen de palen wordt gedrukt en men derhalve langs de agerende zijde met een soort passieve gronddruk te maken heeft.

Uit de voorgaande beschouwingen volgt dat, wanneer palen vanaf het oppervlak van een aanvulling in de grond worden gebracht en in het natuurlijke terrein of in de ophoging slappe lagen worden aangetroffen, waarin de verticale en horizontale consolidaties hun beslag nog niet hebben gekregen of waarin ten gevolge van schuifspanningen plaatselijke glijdingen kunnen optreden, men ook aandacht dient te besteden aan de bijkomende axiale belasting door negatieve kleef en aan de transversale krachswerkingen die de palen vanwege de grond kunnen ondervinden.

Wanneer palen worden geheid in de buurt van aan te leggen voorraden of van een achteraf uit te graven sleuf, dient met de voornoemde horizontale krachswerkingen terdege rekening te worden gehouden.

Onderhavige mededeling heeft ten doel de theoretische en proefondervindelijke grondslagen aan te geven, waarop werd gesteund om regels op te stellen die het mogelijk maken benaderend de voornoemde parasitaire krachswerkingen op palen te begroten. Vervolgens zullen twee voorbeelden van paalfunderingen worden gegeven, waarvoor met de verschijnselen van negatieve kleef en transversale buiging rekening werd gehouden.

## B. RAMING VAN DE NEGATIEVE KLEEF

### 1. Berekeningsmethode

Tot nog toe bestaat er geen juiste theorie die het mogelijk maakt de negatieve wrijving op een alleenstaande paal of op een groep palen te berekenen.

Wel bestaan er benaderingsmethoden waarvan de belangrijkste deze van Zeevaert<sup>12, 13, 14, 8</sup>, Habib<sup>4</sup>, Brinch Hansen<sup>1</sup> en de Hollandse methode gesteund op de resultaten van de diepsonderingen, zijn.

De hiernavolgende beschouwingen en afleidingen zijn hoofdzakelijk op de methode van Zeevaert gesteund. Zij zijn een samenvatting van een vroegere publikatie<sup>3</sup> van de in onderhavige nota eerstgenoemde auteur.

#### a) Methode van Zeevaert

Beschouwen we een oneindig uitgestrekte palengroep waarbij men één paal per  $A \text{ m}^2$  oppervlakte van de grond heeft. Ondersteld wordt dat op het peil van de paalkoppen de grond belast is met een eenheidsbelasting  $p_0$  (fig. 1).

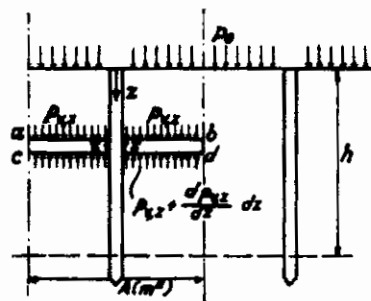


Fig. 1

Laten we  $p_{v,z}$  de gemiddelde korreldruk noemen op de diepte  $z$  onder het niveau van de paalkoppen, rekening houdend met de ontlasting die de grond ten gevolge van de aanwezigheid der palen ondervindt.

Men heeft in ieder geval  $p_{v,z} \leq p_{0,z}$  waarin  $p_{0,z}$  = de gemiddelde verticale korreldruk op de diepte  $z$ , wanneer er geen palen zouden zijn.

Zij verder  $U$  = de omtrek van de paal,  
 $\tau$  = de schuifspanning langs de paal-omtrek,  
 $\gamma_k$  = het "effektief" volumegewicht van de grond.

Het verticale evenwicht van de moot abcd (fig. 1) geeft :

$$A \gamma_k dz + p_{v,z} A - (p_{v,z} + \frac{dp_{v,z}}{dz} dz) A - \tau U dz = 0 \quad (1)$$

$$A \gamma_k - \frac{dp_{v,z}}{dz} A = \tau U \quad (2)$$

Indien wordt aangenomen dat de fiktieve gemiddelde korreldruk  $p_{v,z}$  ook in de onmiddellijke omgeving van de paal werkzaam is, wat echter slechts een zeer grove, hoewel aan de veilige kant gelegen benadering is aangezien langsheen de paal de werkelijke vertikale korreldruk kleiner is dan  $p_{v,z}$ , kan de schuifspanning  $\tau$  langs de paalomtrek, wanneer de adhesie  $a$  langs de paalomtrek wordt verwaarloosd, worden geschreven :

$$\tau = \sigma_{h,z} \operatorname{tg} \delta = p_{v,z} K_o \operatorname{tg} \delta \quad (3)$$

Hierin betekenen :

$\sigma_{h,z}$  = de normale horizontale korrelspanning,  
 $\delta$  = de wrijvingshoek tussen de wand van de paal en de grond,  
 $K_o = \frac{\sigma_{h,z}}{p_{v,z}}$  = een gronddrukcoëfficiënt, waarvan de waarde a priori afhankelijk is van de aard van de grond, van zijn voorgeschiedenis en van de wijze waarop de paal in de grond wordt gebracht.

In de methode van Zeevaart wordt, wanneer geen andere gegevens beschikbaar zijn, de coëfficiënt  $K_o$  meestal gelijk genomen aan de coëfficiënt van neutrale gronddruk  $\lambda_n$  :

$$K_o = \lambda_n = 1 - \sin \varphi \quad (4)$$

Over het algemeen is het wandoppervlak van de paal voldoende ruw, opdat de wrijvingshoek  $\delta$  wand-grond aan de inwendige wrijvingshoek  $\varphi$  van de grond gelijk dient te worden gesteld. Dit is overigens een aan de veilige kant gelegen aanname.

Laten we opmerken dat het produkt  $K_o \operatorname{tg} \varphi = (1 - \sin \varphi) \operatorname{tg} \varphi$  slechts betrekkelijk weinig varieert met de hoek  $\varphi$ . Voor toenemende waarden van  $\varphi$  van  $15^\circ$  tot  $30^\circ$  neemt dit produkt slechts toe van 0,20 tot 0,29. In slappe grondlagen wordt, wanneer geen juistere gegevens beschikbaar zijn, voor het produkt  $K_o \operatorname{tg} \varphi$  vaak de waarde 0,25 aangenomen, zodat men in deze gevallen schrijft :

$$\tau = 0,25 p_{v,z} \quad (5)$$

Indien men stelt

$$m_1 = \frac{K_o \operatorname{tg} \varphi U}{A} \quad (6)$$

kan de differentiaalvergelijking (2) worden geschreven :

$$\frac{dp_{v,z}}{dz} + m_1 p_{v,z} = \gamma_k \quad (7)$$

De uitdrukking (7) kan worden geïntegreerd, rekening houdend met de randvoorwaarde  $p_{v,z} = p_o$  voor  $z = 0$ .

Men krijgt :

$$p_{v,z} = \frac{\gamma_k}{m_1} (1 - e^{-m_1 z}) + p_o e^{-m_1 z} \quad (8)$$

Vastgesteld wordt dat de formule (8) enige analogie met de formule der silo's vertoont. De hechting van de grond op de palen heeft immers een ontlasting van de dieper gelegen lagen tot gevolg.

Men heeft vanzelfsprekend :

$$p_{v,z} \leq p_{o,z} = \gamma_k z + p_o \quad (9)$$

$p_{o,z}$  zijnde de vertikale korrelspanning die op de diepte  $z$  bij afwezigheid der palen zou bestaan.

Zij  $h$  = de dikte van de samendrukbare laag. De negatieve wrijving  $F_n$  op de paal wordt gegeven door

$$F_n = \int_0^h \tau U dz \quad (10)$$

Na enkele transformaties verkrijgt men

$$F_n = A (p_{o,h} - p_{v,h}) \quad (11)$$

met volgens (8) en (9)

$$p_{o,h} = p_o + \gamma_k h \quad (12)$$

$$p_{v,h} = \frac{\gamma_k}{m_1} (1 - e^{-m_1 h}) + p_o e^{-m_1 h} \quad (13)$$

Na enkele verdere transformaties kan dit nog worden geschreven :

$$F_n = A \left[ \gamma_k h + \left( p_o - \frac{\gamma_k}{U K_o \operatorname{tg} \varphi} \right) \left( 1 - e^{-\frac{U K_o \operatorname{tg} \varphi h}{A}} \right) \right] \quad (14)$$

of nog, ten einde dimensieloze verhoudingen te verkrijgen :

$$\frac{F_n}{h A \gamma_k} = 1 + \left( \frac{p_o}{\gamma_k h} - \frac{1}{U h K_o \operatorname{tg} \varphi} \right) \left( 1 - e^{-\frac{U h}{A} K_o \operatorname{tg} \varphi} \right) \quad (15)$$

Wanneer het produkt  $K_o \operatorname{tg} \varphi$  als konstant kan worden beschouwd, stelt de vergelijking (15) de betrekking voor tussen de dimensieloze verhoudingen

$$\frac{F_n}{h A \gamma_k}, \quad \frac{p_o}{\gamma_k h} \quad \text{en} \quad \frac{U h}{A}$$

In geval van cirkelvormige palen met diameter  $D$ , heeft men

$$U = \pi D$$

en de betrekking (15) wordt :

$$\frac{F_n}{h A \gamma_k} = 1 + \left( \frac{p_o}{\gamma_k h} - \frac{1}{\pi \frac{Dh}{A} K_o \operatorname{tg} \varphi} \right) \left( 1 - e^{-\pi \frac{Dh}{A} K_o \operatorname{tg} \varphi} \right) \quad (16)$$

Men kan aantonen dat de negatieve wrijving op een paal de som is van twee termen :

- de term  $F_{n,o}$  die enkel rekening houdt met de invloed van de bovenbelasting  $p_o$ ,
- de term  $F_{n,\gamma}$  die rekening houdt met de grond welke de paal omringt

$$F_n = F_{n,o} + F_{n,\gamma} \quad (17)$$

Wanneer men in de formule (14) achtereenvolgens  $\gamma_k = 0$  en  $p_o = 0$  stelt, verkrijgt men voor een cirkelvormige paal :

$$\frac{F_{n,o}}{A p_o} = 1 - e^{-\frac{\pi K_o \operatorname{tg} \varphi}{D h}} \quad (18)$$

$$\frac{F_{n,\gamma}}{A \gamma_k h} = 1 - \frac{1 - e^{-\frac{\pi K_o \operatorname{tg} \varphi}{D h}}}{\frac{\pi K_o \operatorname{tg} \varphi}{D h}} \quad (19)$$

wat, ingevoerd in (17), de uitdrukking (16) bevestigt.

De dimensieloze verhoudingen  $\frac{F_{n,o}}{A p_o}$  en

$\frac{F_{n,\gamma}}{A \gamma_k h}$  zijn respectievelijk op de figuren 2 en 3

uitgezet in functie van de dimensieloze grootheid  $A/Dh$ .

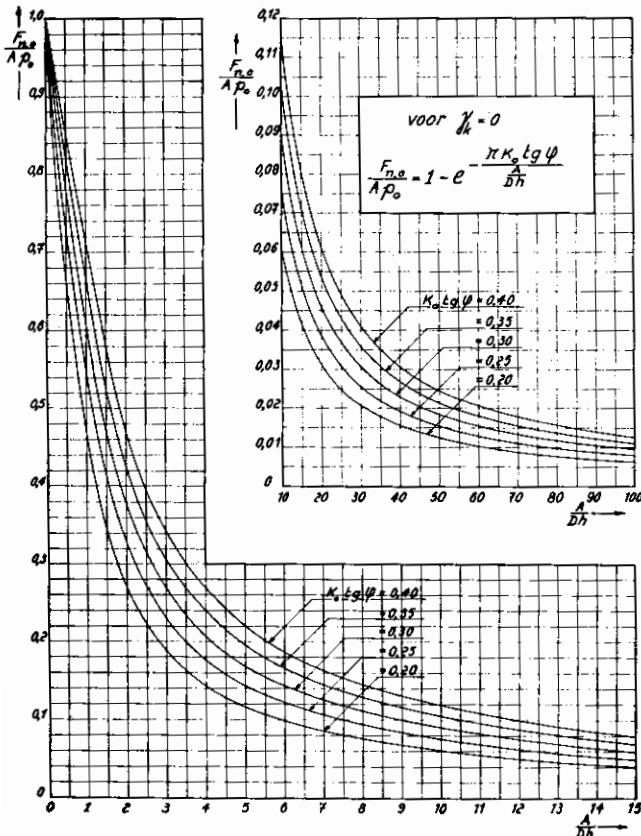


Fig. 2

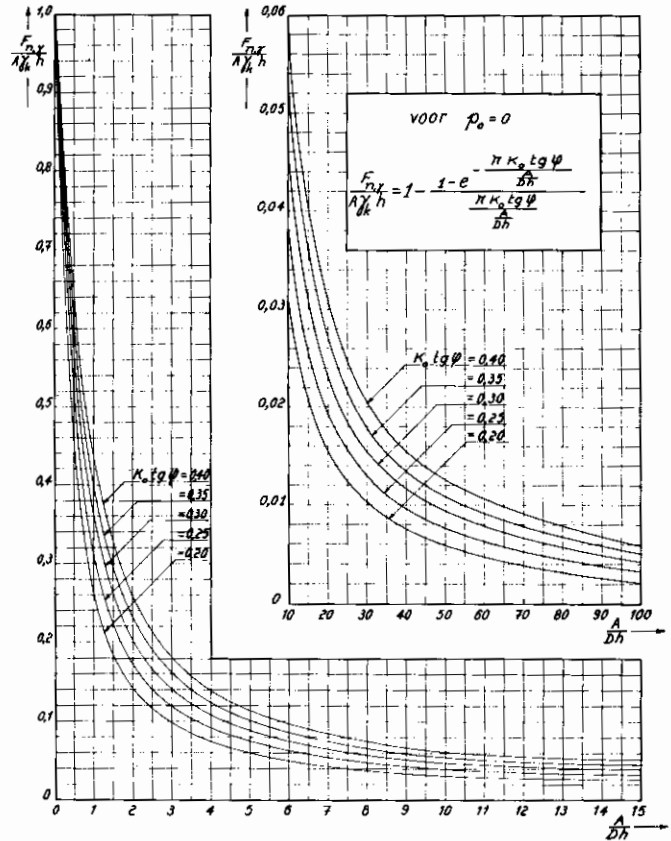


Fig. 3

#### b) Maximale mogelijke waarde van de wrijving

Aangezien men op elke diepte  $p_v, z \leq p_o, z$  heeft, kan de waarde  $F_n$  van de negatieve wrijving nooit de waarde  $F_{n,M}$  van de negatieve wrijving, die men verkrijgt wanneer men aanneemt dat de aanwezigheid der palen geen enkele vermindering der verticale korrelspanningen veroorzaakt, overtreffen.

In dit geval heeft men :

$$F_{n,M} = K_o \operatorname{tg} \varphi U \int_0^h p_{o,z} dz \quad (20)$$

wat voor een paal met een willekeurige doorsnede geeft :

$$F_{n,M} = K_o \operatorname{tg} \varphi U \left( p_o h + \frac{\gamma_k h^2}{2} \right) \quad (21)$$

en voor een paal met cirkelvormige doorsnede :

$$F_{n,M} = K_o \operatorname{tg} \varphi \pi D \left( p_o h + \frac{\gamma_k h^2}{2} \right) \quad (22)$$

Uit de ten grondslag aan de berekening van  $F_{n,M}$  gelegde hypotese blijkt dat de negatieve kleef steeds kleiner dan  $F_{n,M}$  zal zijn.

Uit de formules (6) en (7) blijkt dat de theorie van Zeevaert voor het geval  $A \rightarrow \infty$  een negatieve kleef geeft die overeenstemt met de waarde  $F_{n,M}$

Dat de formules van Zeevaert voor het geval  $A \rightarrow \infty$  een te hoge waarde voor de negatieve kleef geven, is toe te schrijven aan het feit dat in de formules van Zeevaert de gemiddelde waarde van  $p_v, z$  over

het oppervlak A wordt ingevoerd en niet de juiste waarde van  $p_{v,z}$  in het contactvlak van de paal met de grond. Wanneer  $A \rightarrow \infty$ , wordt de gemiddelde waarde van  $p_{v,z}$  noodzakelijkerwijze gelijk aan  $p_{0,z}$ , hoewel de waarde  $p_{v,z,x=0}$  bij het contact tussen paal en grond aanmerkelijk kleiner kan zijn.

c) Voorgestelde methode voor de berekening van de negatieve kleef op een alleenstaande paal

Men neemt als hypothese aan dat de invloed van een bovenbelasting zich niet doet voelen buiten een kegel met een tophoek van  $90^\circ$  en waarvan de top samenvalt met het aangrijpingspunt van de last (fig. 4a)

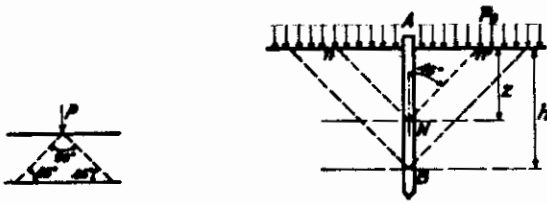


Fig. 4a

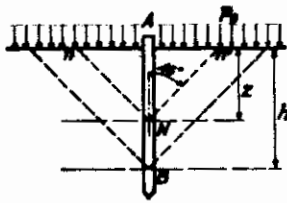


Fig. 4b

Laten we achtereenvolgens de invloed van de bovenbelasting  $p_0$  op de slappe laag en van het eigengewicht van deze laag in beschouwing nemen.

Volgens de aangenomen hypothese zijn de spanningen in het punt N (fig. 4b) op een diepte z beïnvloed door de bovenbelasting  $p_0$  die zich binnen de kegel met diameter  $n$   $n' = 2z$  bevindt.

De diameter van deze cirkel is gelijk aan nul voor het bovenpunt A en gelijk aan  $2h$  voor het onderste punt B, zodat de gemiddelde waarde van de invloedsdiameter gelijk is aan  $h$ .

Men neemt bij benadering aan dat de oppervlakte  $A_0$  welke men in de berekening van de term  $F_{n,0}$  van de negatieve wrijving in het geval van een alleenstaande paal dient in te voeren, gelijk is aan

$$A_0 = \frac{\pi h^2}{4} \quad (23)$$

Voor de berekening van de term  $F_{n,y}$  ingevolge het eigengewicht van de slappe laag kan worden aangetoond (zie <sup>3</sup>) dat de invloedsdiameter gelijk is aan  $h/2$  en men neemt bij benadering aan dat de oppervlakte  $A_y$  welke bij de berekening dient te worden ingevoerd, gelijk is aan

$$A_y = \frac{\pi h^2}{16} \quad (24)$$

Als voorbeeld wordt een alleenstaande paal genomen met diameter  $D = 0,52$  m, geheid door een slappe laag met als kenmerken

$$h = 10 \text{ m}, \quad \gamma_k = 1 \text{ t/m}^3, \quad K_0 \tan \varphi = 0,25.$$

Op deze laag wordt een ophoging aangebracht die zich tot in het oneindige uitstrekt en met een bovenbelasting van  $p_0 = 10 \text{ t/m}^2$  overeenstemt.

Een bovenste grens van de wrijving wordt gegeven door (22). Men vindt :

$$F_{n,M} = 61,275 \text{ t}$$

De toepassing van bovenvermelde formules en abaqes geeft voor  $K_0 \tan \varphi = 0,25$  :

$$F_n = F_{n,0} + F_{n,y} = 39,27 + 19,045 = 58,315 \text{ t}$$

Men note dat deze waarde slechts weinig kleiner is dan de berekende bovenste grens van  $61,275 \text{ t}$

d) Toepassing op een proefpaal in Noorwegen<sup>6</sup>

In Noorwegen werden metingen verricht op een holle stalen paal geheid tot op de rots doorheen een zeelei.

De zeelei heeft de volgende kenmerken

$$\begin{aligned} \gamma_k &= 1 \text{ t/m}^3 \\ \varphi &= 28^\circ \\ c &= 1,5 \text{ t/m}^2 \\ h &= 44 \text{ m} \end{aligned}$$

De paal heeft de volgende afmetingen  $D = 0,52$  m  
 $U = 1,634$  m

Op de kleilaag is een aanvulling aangebracht met  $p_0 = 10 \text{ t/m}^2$ .

Men heeft :

$$K_0 \tan \varphi = (1 - \sin 28^\circ) \tan 28^\circ = 0,2821.$$

Indien van alle adhesie tussen de paalwand en de klei wordt afgezien, wat te verdedigen is, vindt men voor  $F_{n,M}$

$$F_{n,M} = 0,2821 \times 1,634 \times 44 (10 + 1,0 \times \frac{44}{2}) = 649 \text{ t}$$

Men weet dat de aldus berekende waarde van  $F_{n,M}$  overdreven is.

Op het ogenblik dat de geplaatste waterspanningsmeters nog belangrijke overspanningen in de klei aangaven en derhalve de consolidatie van de klei nog verre van beëindigd was, werd reeds een negatieve wrijving  $F_n = 330$  ton opgemeten.

Uit de opmetingen blijkt derhalve dat bij volledige consolidatie de uiteindelijke negatieve wrijving belangrijk groter dan  $330$  ton dient te zijn. Gelet op de zeer grote dikte  $h$  van de samendrukbare laag, zal de negatieve wrijving echter ook belangrijk kleiner dan de theoretische waarde  $F_{n,0} = 649$  ton zijn.

Laten we de door ons ingevoerde benadering voor de bepaling van de invloedsoppervlakken toepassen.

1°) Bovenbelasting  $p_0$

$$A_0 = \frac{\pi \times 44^2}{4} = 1520 \text{ m}^2$$

$$F_{n,0} = 1520 \times 10 \left( 1 - e^{-\frac{1,634 \times 0,282 \times 44}{1520}} \right) = 201,5 \text{ t}$$

2°) Eigengewicht  $\gamma_k$ 

$$A_\gamma = \frac{\pi \times 44^2}{16} = 380 \text{ m}^2$$

$$\frac{A_\gamma}{Dh} = \frac{380}{0,52 \times 44} = 16,61$$

De figuur 3 geeft voor  $K_0 \text{ tg } \varphi = 0,28$

$$\frac{F_{n,\gamma}}{h A_\gamma \gamma_k} = 0,0266$$

$$F_{n,\gamma} = 0,0266 \times 44 \times 380 \times 1,0 = 444,9 \text{ ton}$$

waaruit ten slotte :

$$F_n = F_{n,o} + F_{n,\gamma} = 201,5 + 444,9 = 646,4 \text{ ton}$$

hetzij slechts circa 0,5 % minder dan de absolute bovenste grens van 649 ton.

Er kan worden gekonkludeerd dat door het invoeren van de voorgestelde waarden  $A_0$  en  $A_\gamma$  in de formule van Zeevaart zeker veilige waarden voor de negatieve kleeft van alleenstaande palen worden verkregen.

 e) Waarden van A voor het geval van een palengroep

Wanneer men een palenraaster heeft dient men tussen de binnenpalen, de palen der buitenste rijen en de hoekpalen onderscheid te maken.

Verder dient men afzonderlijk het geval van de bovenbelasting en van het eigengewicht der samen-drukbare laag te beschouwen.

 A. Bovenbelasting  $p_0$  (fig. 5)

INFLUENCE DE  $p_0$   
INVLOED VAN  $p_0$

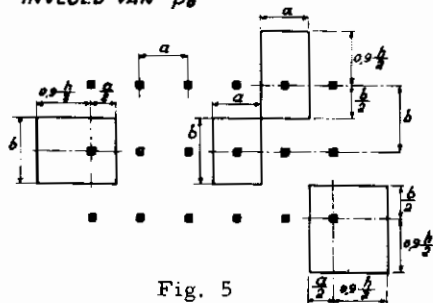


Fig. 5

Voor een alleenstaande paal werd aangenomen dat het werkend oppervlak  $A_0$  gegeven wordt door (23)

$$A_0 = \frac{\pi h^2}{4} \quad (23)$$

Hiermede komt een vierkant overeen met zijde x

$$x = h \sqrt{\frac{\pi}{4}} \cong 0,9 h \quad (25)$$

Indien a en b de tussenafstanden der palenrijen voorstellen (fig. 5), zal vooreerst worden verondersteld dat  $a < 0,9 h$  en  $b < 0,9 h$ .

Men berekent dan het oppervlak  $A_0$  als volgt :

$$\text{- Binnenpaal : } A_0 = ab \quad (26)$$

- Tussenpaal van een buitenste rij (fig. 5) respektievelijk :

$$A_0 = (0,9 \frac{h}{2} + \frac{b}{2}) a \quad (27)$$

$$A_0 = (0,9 \frac{h}{2} + \frac{a}{2}) b \quad (28)$$

- Hoekpaal :

$$A_0 = \frac{(a + 0,9 h)(b + 0,9 h)}{4} \quad (29)$$

In de formules (26) tot (29) gaat men uit van de onderstelling dat  $a < 0,9 h$  en  $b < 0,9 h$ .

In het tegengestelde geval dient men in de formules a resp. b door  $0,9 h$  te vervangen.

 B. Eigengewicht  $\gamma_k$  (fig. 6)

INFLUENCE DE  $\gamma_k$   
INVLOED VAN  $\gamma_k$

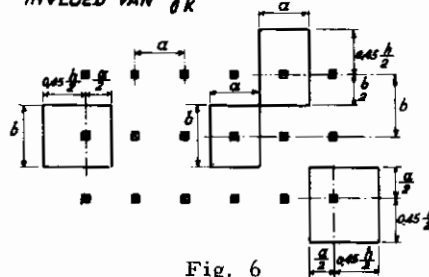


Fig. 6

Voor een alleenstaande paal wordt aangenomen dat het werkend oppervlak A gegeven wordt door (24)

$$A_\gamma = \frac{\pi h^2}{16} \quad (24)$$

Hiermede komt een vierkant overeen met zijde y

$$y = h \sqrt{\frac{\pi}{16}} \cong 0,45 h \quad (30)$$

Vooreerst wordt ondersteld dat  $a < 0,45 h$  en  $b < 0,45 h$ .

Men berekent dan het oppervlak  $A_\gamma$  als volgt :

$$\text{- Binnenpaal : } A_\gamma = ab \quad (31)$$

- Tussenpaal van een der buitenste rijen (fig. 6) respektievelijk

$$A_\gamma = (0,45 \frac{h}{2} + \frac{b}{2}) a \quad (32)$$

$$A_\gamma = (0,45 \frac{h}{2} + \frac{a}{2}) b \quad (33)$$

- Hoekpaal

$$A_\gamma = \frac{(a + 0,45 h)(b + 0,45 h)}{4} \quad (34)$$

In de formules (31) tot (34) gaat men uit van de onderstelling dat  $a < 0,45 h$  en  $b < 0,45 h$ . In het tegengestelde geval dient men in de formules a resp. b door  $0,45 h$  te vervangen.

f) Geval waarbij de negatieve kleeft zich in twee verschillende lagen voordoet

Het komt vaak voor dat de negatieve kleeft zich in twee verschillende lagen voordoet. Dit is namelijk het geval wanneer palen doorheen een zand-aanvulling worden geheid, die op samendrukbare klei- en veenlagen is aangebracht. In het meest algemene geval zal boven het peil van de paalkoppen nog een bovenbelasting  $p_o$  bestaan (fig. 7).

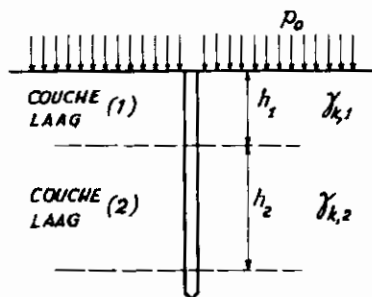


Fig. 7

Laten we onderstellen dat de bovenste laag gekenmerkt is door  $\gamma_{k,1}$ ,  $h_1$ ,  $\varphi_1$  en de onderste laag door  $\gamma_{k,2}$ ,  $h_2$ ,  $\varphi_2$ .

A) Laag 1

Krachtens (8) krijgt men aan de basis van de laag (1) een gemiddelde verticale spanning

$$p_{v,h_1} = \frac{\gamma_{k,1}}{m_{1,1}} (1 - e^{-m_{1,1} h_1}) + p_o e^{-m_{1,1} h_1} \quad (35)$$

en krachtens (11) is de negatieve kleeft in de laag (1)

$$F_{n,1} = A_1 (p_{o,h_1} - p_{v,h_1}) \quad (36)$$

met

$$p_{o,h_1} = p_o + \gamma_{k,1} h_1 \quad (37)$$

Zoals hierboven werd verklaard is het aangewezen  $F_{n,1}$  te berekenen door de termen  $F_{n,o,1}$  en  $F_{n,\gamma,1}$ , die het gevolg zijn van de bovenbelasting  $p_o$ , respektievelijk het eigengewicht  $\gamma_{k,1}$  van de eerste laag, te scheiden.

$$F_{n,1} = F_{n,o,1} + F_{n,\gamma,1} \quad (38)$$

B) Laag 2

De laag (2) wordt belast met :

$$(p_o)_2 = p_{v,h_1} \quad (38a)$$

Aan de basis van de laag (2) krijgt men, als gemiddelde verticale spanning

$$p_{v,h_2} = \frac{\gamma_{k,2}}{m_{1,2}} \left( 1 - e^{-m_{1,2} h_2} \right) + (p_o)_2 e^{-m_{1,2} h_2} \quad (39)$$

en krachtens (11) krijgt men voor de negatieve kleeft in de laag (2) :

$$F_{n,2} = A_2 [(p_{o,h_2} - p_{v,h_2})] \quad (40)$$

waarin  $(p_{o,h_2})$  wordt gegeven door :

$$(p_{o,h_2}) = (p_o)_2 + \gamma_{k,2} h_2 \quad (41)$$

Na enkele transformaties kan men schrijven :

$$F_{n,2} = A_2 (p_{o,h_2} - p_{v,h_2} + p_{v,h_1} - p_{o,h_1}) \quad (42)$$

met

$$p_{o,h_2} = p_o + \gamma_{k,1} h_1 + \gamma_{k,2} h_2 \quad (43)$$

Zoals werd verklaard vóór het geval van een enkele laag, is het aangewezen  $F_{n,2}$  te berekenen door de termen  $F_{n,o,2}$  en  $F_{n,\gamma,2}$  die het gevolg zijn van de bovenbelasting respektievelijk het eigengewicht  $\gamma_{k,2}$  van de tweede laag, te scheiden.

$$F_{n,2} = F_{n,o,2} + F_{n,\gamma,2} \quad (44)$$

Aangezien er eventueel een verschil kan bestaan in de oppervlakken  $A_{o,1}$  en  $A_{o,2}$ , kan de bovenbelasting  $(p_o)_2$  aan het bovenvlak van de laag (2) worden berekend met de formule

$$(p_o)_2 = \frac{A_{o,2} p_{o,h_1} - F_{n,1}}{A_{o,2}} \quad (45)$$

g) Begrenzing van de diepte tot dewelke de negatieve kleeft optreedt

Op een diepte  $z$  is de oorspronkelijke verticale korrelspanning, de z.g. terreinspanning  $\sigma_{k,v,z,o}$ .

Ten gevolge van een op het terrein opgebrachte oneindig uitgestrekte bovenbelasting  $p_o$  wordt de terreinspanning, bij afwezigheid van palen, uiteindelijk opgevoerd tot

$$p_{o,z} = p_o + \sigma_{k,v,z,o}$$

Ten gevolge van de aanwezigheid van de palen wordt de uiteindelijke verticale korrelspanning echter begrensd tot  $p_{v,z}$ , waarbij  $p_{v,z}$  een fiktieve gemiddelde waarde is over het invloedsoppervlak  $A$ .

Het is evident dat  $p_{v,z} < p_{o,z}$

Anderzijds kan men a priori hebben :

$$p_{v,z} < \sigma_{k,v,z,o} = p_{o,z} - p_o$$

$$p_{v,z} > \sigma_{k,v,z,o} = p_{o,z} - p_o$$

Indien  $p_{v,z} < \sigma_{k,v,z,o}$  is de gemiddelde uiteindelijke verticale korrelspanning op het invloedsoppervlak  $A$  kleiner dan de oorspronkelijke terreinspanning  $\sigma_{k,v,z,o}$ . Men heeft alsdan een ontlasting van de grond. Op de beschouwde diepte zal de grond derhalve niet meer de neiging hebben samen te drukken, doch wel te gaan zwellen, wat betekent dat de uitgangsveronderstellingen aldaar niet meer geldig zijn en dat derhalve de negatieve kleeft niet

over de ganse dikte der samendrukbare lagen kan ageren.

Wanneer  $p_{v,z} > \sigma_{k,v,z,o} = p_{o,z} - p_o$ , kan niet a priori worden uitgemaakt of de uitgangsveronderstellingen nog gelden. De berekeningsmethode van Zeevaert is immers op de aanneming van een gelijkmatige verdeling van de korrelspanningen  $p_{v,z}$  over het invloedsoppervlak A gesteund.

In werkelijkheid zijn de spanningen  $p_{v,z}$  echter niet gelijkmatig verdeeld over het oppervlak A, doch zijn veranderlijk met de horizontale afstand  $x$  tot de paal. Men heeft een verdeling zoals A'B' (fig. 8), die de kleinste waarde bij de paal en de grootste waarde aan de rand van het invloedsoppervlak toont.

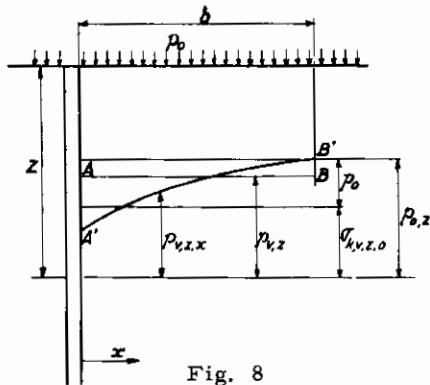


Fig. 8

Men heeft derhalve :

$$p_{v,z,x=0} < p_{v,z} < p_{v,z,x=b}$$

In geval van een alleenstaande paal sluit aan het uiteinde van het invloedsoppervlak de waarde  $p_{v,z}$  geleidelijk aan bij de waarde  $p_{o,z}$ , zodat alsdan

$$p_{v,z,x=b} = p_{o,z} = p_o + \sigma_{k,v,z,o}$$

Het gevolg is dat zelfs wanneer  $p_{v,z} > \sigma_{k,v,z,o}$ , het steeds nog mogelijk is dat

$$p_{v,z,x=0} < \sigma_{k,v,z,o}$$

Wanneer dit op een diepte  $z$  het geval is, zal in de onmiddellijke omgeving van de paal de samendrukbare laag aldaar vertikaal worden ontlast en dus een neiging tot zwellen vertonen, wat opnieuw tot gevolg heeft dat op deze diepte geen negatieve kleeft meer zal optreden.

De hypothese van de gelijkmatige verdeling van de spanningen  $p_{v,z}$  in de methode van Zeevaert zal derhalve voor het geval van zeer dikke samendrukbare lagen en geringe bovenbelastingen  $p_o$  tot een overschatten van de negatieve kleeft kunnen voeren.

In elk geval zal de negatieve kleeft slechts in rekening mogen worden gebracht tot de diepte waar

$$p_{v,z} = \sigma_{k,v,z,o} \quad (46)$$

De oorspronkelijke terreinspanning  $\sigma_{k,v,z,o}$  wordt gegeven door :

$$\sigma_{k,v,z,o} = \gamma_k z \quad (47)$$

Het invoeren van (47) en (8) in (46) maakt het mogelijk de maximum diepte  $Z$  te bepalen tot dewelke de negatieve kleeft kan optreden.

Na enkele transformaties vindt men :

$$\frac{Z D}{A} = \frac{2,3}{\pi K_o \operatorname{tg} \varphi} \log \frac{1 - \pi K_o \operatorname{tg} \varphi \frac{p_o D}{\gamma_k A}}{1 - \pi K_o \operatorname{tg} \varphi \frac{Z D}{\gamma_k A}} \quad (48)$$

In de figuur 9 zijn de waarden van  $\frac{Z D}{A}$  in functie van  $\frac{p_o D}{\gamma_k A}$  met  $K_o \operatorname{tg} \varphi$  als parameter uitgedragen.

Wanneer een groep van palen met diameter  $D = 0,40$  m wordt beschouwd, geschikt volgens vierkante mazen zó dat  $a = b = 2,50$  m, in een samendrukbare laag met een dikte  $h = 15,0$  m en gekenmerkt door  $\gamma_k = 1$  t/m<sup>2</sup>,  $K_o \operatorname{tg} \varphi = 0,25$ , dan vindt men dat voor een bovenbelasting  $p_o = 0,1$  t/m<sup>2</sup> de kritische diepte van de samendrukbare laag die bij de berekening van de negatieve kleeft in aanmerking komt, gelijk is aan 1,984 m en dat de negatieve kleeft een waarde van 0,859 ton niet kan overschrijden.

Wanneer de bovenbelasting op het terrein 1 t/m<sup>2</sup> in plaats van 0,1 t/m<sup>2</sup> is, neemt de kritische diepte toe van 1,984 tot 5,703 m.

In het geval van de proefpaal in Noorwegen die hierboven werd besproken (bovenbelasting  $p_o = 10$  t/m<sup>2</sup>), toont de berekening aan dat de kritische diepte die in de berekening van de negatieve kleeft kan optreden gelijk is aan 131,6 m en dus aanmerkelijk groter dan de werkelijke 44 m dikte van de zeeklei.

In dit geval is het derhalve niet uitgesloten dat de negatieve kleeft zich over de gehele dikte van de samendrukbare laag ontwikkelt. Om een zekerheid hierover te hebben zou men over de juiste waarden van  $p_{v,z,x=0}$  dienen te beschikken.

#### h) Invloed van de adhesie

Laten we onderstellen dat de adhesie  $c_a$  tussen paal en grond gelijk is aan de kohesie van de grond

$$c_a = c$$

Om met de kohesie rekening te houden, kan worden uitgegaan van de stelling van de overeenstemmende toestanden naar Caquot. Een grond met  $c$  en  $\varphi$  is aan de grens van het evenwicht onder een gegeven lastenstelsel, wanneer een grond met zelfde  $\varphi$  doch met  $c = 0$  aan de grens van het evenwicht is onder hetzelfde lastenstelsel vermeerderd met een alzijdige druk  $c \cotg \varphi$ .

Voor een grond zonder kohesie wordt de gemiddelde vertikale spanning  $p_{v,z}$  gegeven door de formule (8).

De toepassing van de stelling van de overeenstemmende toestanden naar Caquot geeft :

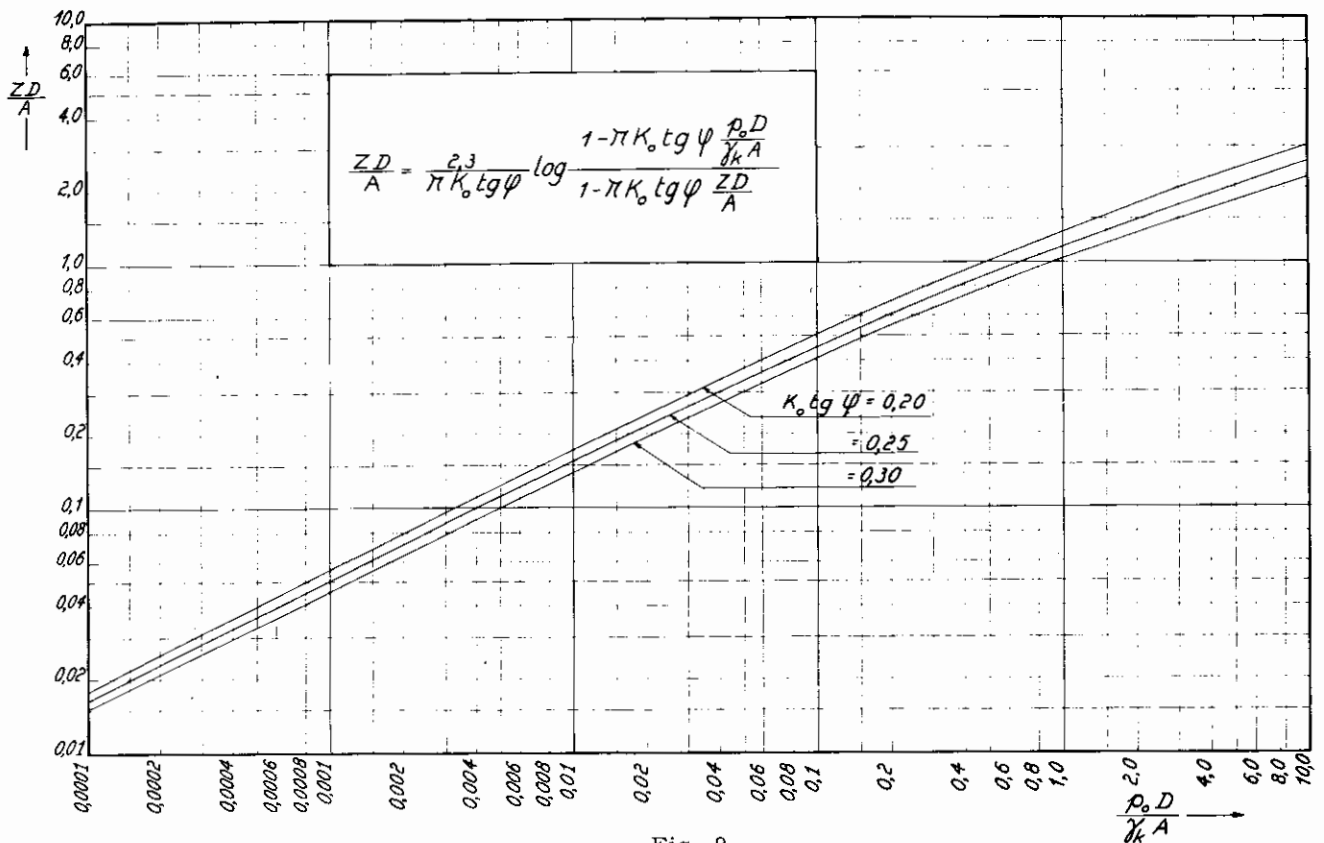


Fig. 9

$$p_{v,z} + c \cotg \varphi = \frac{\gamma_k}{m_1} (1 - e^{-m_1 z}) + (p_o + c \cotg \varphi) e^{-m_1 z} \quad (49)$$

en na enkele transformaties

$$p_{v,z} = \frac{\gamma_k - \frac{K_o U c}{A}}{m_1} (1 - e^{-m_1 z}) + p_o e^{-m_1 z} \quad (50)$$

Stel

$$\gamma_k - \frac{K_o U c}{A} = \gamma_{k,f} \quad (51)$$

De uitdrukking (50) wordt

$$p_{v,z} = \frac{\gamma_{k,f}}{m_1} (1 - e^{-m_1 z}) + p_o e^{-m_1 z} \quad (52)$$

De uitdrukking (52) is identiek met de vgl. (8), met het enige verschil dat het werkelijke effectieve volumegewicht  $\gamma_k$  door een fiktief effectief volumegewicht  $\gamma_{k,f}$  gedefinieerd door (51) is vervangen. De integratie van (52) ter bepaling van  $F_n$  zal dus volledig analoog verlopen met de integratie van (8), zodat, in het geval dat men een samenhangende grond heeft en de adhesie  $c_a$  van de grond tegen de paal gelijk is aan de kohesie  $c$  van de grond, de negatieve kleef langsheen de paal, analoog met (15) wordt verkregen door :

$$\frac{F_n}{h A \gamma_{k,f}} = 1 + \left( \frac{p_o}{\gamma_{k,f} h} - \frac{1}{\frac{U h K_o \cotg \varphi}{A}} \right) \left( 1 - e^{-\frac{U h K_o \cotg \varphi}{A}} \right) \quad (53)$$

i) Kritische beoordeling van de in te voeren waarde voor  $K_o \cotg \varphi$

Er werd reeds vermeld dat in de methode van Zeevaert meestal voor  $K_o$  de waarde van de coëfficiënt van neutrale gronddruk  $\lambda_n$  wordt ingevoerd. In hoeverre is deze aanneming te rechtvaardigen ?

Voor het geval van in de grond geboorde palen kan wel worden aangenomen dat geen zijdelingse verspanningen optreden, zodat in normaal gekonsolideerde gronden en voor boorpalen de aanneming  $K_o = \lambda_n$  niet onredelijk schijnt.

Wanneer vervolgens heipalen worden beschouwd, kan worden gesteld dat in slappe en uiteraard weinig doorlatende lagen het heien van de palen tot geen noemenswaardige horizontale verspanningen kan voeren, zodat ook voor heipalen in slappe grondlagen de aanneming  $K_o = \lambda_n$  nog aanvaardbaar lijkt.

Wanneer integendeel palen doorheen zandlagen worden geheid, kunnen hierin vrij belangrijke horizontale verspanningen ontstaan. Dit is in het bijzonder het geval met Franki-palen, waarbij tijdens het geleidelijk uittrekken van de voer-

buizen het beton zeer krachtig tegen de omringende grond wordt aangestampt. Wanneer derhalve een paal doorheen een zandaanvulling wordt geheid die op slappe grondlagen rust, kan men de negatieve kleef in de zandaanvulling wel zeer sterk onderschatten door voor de negatieve kleef in deze zandaanvulling van de waarden  $K_o = \lambda_n$  uit te gaan.

Het is zeer goed mogelijk dat ten gevolge van de verspanning die tijdens het heien van de paal is ontstaan in de buurt van de paal de horizontale spanning groter geworden is dan de verticale.

Nu kan men tegen de methode van Zeevaert opwerpen dat hierbij het contactvlak paal-grond als een schuifvlak wordt beschouwd en dat hierdoor de verhouding van de horizontale normaalspanning tot de verticale normaalspanning automatisch vastligt (fig. 10). Men heeft immers :

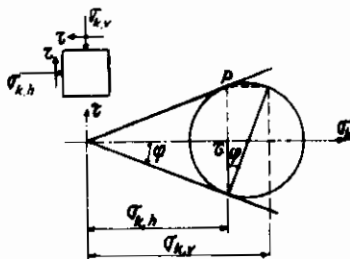


Fig. 10

$$\frac{\sigma_{k,v} - \sigma_{k,h}}{2} = \tau \operatorname{tg} \varphi$$

$$\frac{\sigma_{k,v} - \sigma_{k,h}}{2} = \sigma_{k,h} \operatorname{tg}^2 \varphi$$

waaruit volgt :

$$\frac{\sigma_{k,h}}{\sigma_{k,v}} = \frac{1}{1 + 2 \operatorname{tg}^2 \varphi} = \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} < 1$$

Opdat het contactvlak paal-grond een schuifvlak zou kunnen zijn, dient de horizontale normaalspanning noodzakelijk kleiner te zijn dan de verticale. Is dit niet het geval, dan dient de afschuiving op een andere wijze te geschieden.

Zolang voor de horizontale spanning  $\sigma_{h,z}$  een kleinere waarde dan voor de verticale spanning  $p_{v,z}$  wordt ingevoerd, wordt de ingevoerde benadering niet zozeer opgemerkt, doch wanneer voor  $\sigma_{h,z}$  een waarde wordt ingevoerd die groter is dan  $p_{v,z}$ , dan wordt dadelijk de tegenstrijdigheid aangevoeld.

Men mag nochtans niet uit het oog verliezen dat in de methode van Zeevaert met fiktieve gemiddelde spanningen wordt gerekend en dat men dus systematisch van het eigenlijke juiste spanningsveld afwijkt. Wanneer men dus geen bezwaren ondervindt om de werkelijke spanningen  $p_{v,z}$  door een fiktieve gemiddelde waarde  $p_{v,z}$  te vervangen en de schuifspanningen in het contactvlak met de paal met de formule  $K_o \operatorname{tg} \varphi p_{v,z}$  te berekenen, wanneer  $K_o = \lambda_n$ , bestaat er geen doorslaggevende reden om meer bezwaren tegen deze methode te laten gelden wanneer ze met een

waarde  $K_o > 1$  wordt aangewend. Ze is immers in elk geval als een ruwe benaderingsmethode te beschouwen, die niet aan de spanningstoestand in elk punt van het grondmassief voldoet.

Wanneer thans palen worden beschouwd die doorheen zandaanvullingen worden geheid, waarin negatieve kleef kan voorkomen doordat ze op slappe grondlagen steun nemen en waarin door het heien horizontale verspanningen kunnen ontstaan, kan worden getracht door het invoeren van een coëfficiënt  $K_o > 1$  in de methode van Zeevaert een orde van grootte van de te verwachten negatieve kleef te verkrijgen.

De invloed van de verspanning zal hierna door een getallenvoorbeeld worden aangetoond.

Zij een raster  $a = b = 2,00$  m bestaande uit palen  $D = 0,40$  m. De palen zijn geheid doorheen een zandaanvulling met een dikte  $h_1 = 6,00$  m. Deze zandaanvulling rust op een slappe kleilaag met  $h_2 = 6,00$  m (fig. 11). Aangenomen wordt dat ten tijde van het heien van de palen de consolidatie van de slappe kleilaag verre van beëindigd is. Boven het peil van de paalkoppen komt een bovenbelasting  $p_o = 2 \text{ t/m}^2$ .

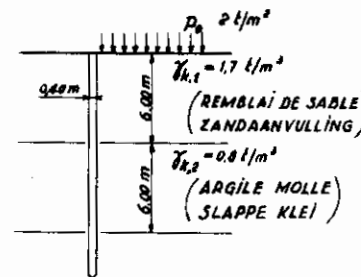


Fig. 11

In de zandaanvulling heeft men :

$$\gamma_{k,1} = 1,7 \text{ t/m}^3$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \operatorname{tg} 30^\circ = 0,577$$

$$K_{o,1} = 3$$

In de slappe kleilaag heeft men :

$$\gamma_{k,2} = 0,8 \text{ t/m}^3$$

$$K_{o,2} \operatorname{tg} \varphi_2 = 0,25$$

De berekening van de negatieve kleef met de hierboven gegeven kenmerken geeft :

$$\text{- in de zandophoging : } F_{n,1} = 36,5 \text{ t}$$

$$\text{- in de slappe kleilaag : } F_{n,2} = 8,5 \text{ t}$$

- totale negatieve kleef :

$$F_n = F_{n,1} + F_{n,2} = 36,5 + 8,5 = 45,0 \text{ t.}$$

Wanneer men was vertrokken van de hypotese dat  $K_{o,1} \operatorname{tg} \varphi_1 = K_{o,2} \operatorname{tg} \varphi_2 = 0,25$ , zou de berekende negatieve kleef zijn geweest :

$$\text{- in de zandophoging : } F'_{n,1} = 11,2 \text{ t}$$

$$\text{- in de slappe kleilaag : } F'_{n,2} = 18 \text{ t}$$

- totale negatieve kleef :

$$F'_n = F'_{n,1} + F'_{n,2} = 11,2 + 18 = 29,2 \text{ t}$$

hetgeen moet worden vergeleken met  $F_n = 45,0 \text{ t}$ .

De verhouding bedraagt :

$$\frac{F'_n}{F_n} = \frac{29,2}{45,0} = 0,65$$

Vastgesteld wordt dat ten gevolge van de verspanning in de zandlaag de negatieve kleeft in de zandlaag aanmerkelijk groter kan zijn dan wanneer de verspanning wordt verwaarloosd (11 ton tegen 36 ton). Er is echter gelukkig een compensatie in de kleilaag, waarin men bij verwaarlozing van de verspanning in de zandlaag een grotere negatieve kleeft vindt dan wanneer deze verspanning in rekening wordt gebracht (18 ton tegen 8,5 ton). Dank zij deze compensatie is het verschil in de totale waarden van de negatieve kleeft niet zo groot als men eerst zou kunnen vrezen.

In elk geval duidt deze berekening aan dat wanneer de negatieve kleeft zich in twee lagen voordoet, waarbij de bovenste laag een zandlaag is, de verdeling van de negatieve kleeft over de twee lagen een heel andere kan zijn dan met de klassieke aanwending van de formule van Zeevaert zou kunnen worden gevonden.

Bovendien blijkt uit het getallenvoorbeeld het nut de horizontale verspanning in de bovenste zandaanvulling op een of andere manier te voorkomen.

#### j) In te voeren veiligheidscoëfficiënten

Op welke wijze dient een aan negatieve kleeft onderworpen paal te worden berekend ?

Zij  $D_n$  het nuttige draagvermogen dat de paal met zekerheid moet kunnen torsen. In België wordt algemeen de lengte en het draagvermogen van palen aan de hand van de resultaten van diepsonderingen bepaald. Hierbij wordt gewoonlijk de positieve kleeft niet rechtstreeks in rekening gebracht, doch als een bijkomende veiligheidsmarge beschouwd. Als weerstand wordt in de berekeningen uitsluitend het grensdragvermogen door weerstand aan de basis ingevoerd. Dit grensdragvermogen  $B_g$  wordt uit de conuswaarden van de diepsonderdiagrammen afgeleid, waarbij terdege met het schaaleffect rekening dient te worden gehouden<sup>2</sup>. Aangezien van de gunstige invloed van de positieve kleeft wordt afgezien en het schaaleffect in veilige zin wordt ingevoerd, wordt voor het nuttige draagvermogen met een veiligheidscoëfficiënt 2 t. o. v. het grensdragvermogen aan de basis genomen genomen.

Zij thans  $F_n$  de negatieve kleeft. In zoverre de positieve kleeft niet in rekening wordt gebracht en de negatieve kleeft volgens de methode van Zeevaert wordt berekend, wordt t. o. v. de berekende negatieve kleeft geen veiligheidsmarge vereist.

Aldus komt men ten slotte tot de vergelijking

$$2 D_n + F_n = B_g \quad (54)$$

Voor een cirkelvormige paal met basisdiameter  $D_b$

$$2 D_n + F_n = d_g \cdot \frac{\pi D_b^2}{4} \quad (55)$$

met  $d_g$  = het grensdragvermogen van de grond onder de paalbasis, af te leiden uit het diagram der conusweerstand  $C_{k,d}$ , rekening houdend met het schaaleffect.

Wanneer palen worden geheid tot in een vaste kleilaag, wordt het bovenmatig het draagvermogen van de palen te berekenen met verwaarlozing van de positieve mantelwrijving, dit des te meer daar de palen gewoonlijk betrekkelijk diep in de kleilaag worden geheid. In dit geval lijkt het ons nodig te eisen dat aan de twee volgende voorwaarden gelijktijdig zou worden voldaan :

- het is nodig dat het nuttige draagvermogen van de paal zou worden berekend met een veiligheidscoëfficiënt van ten minste 1,1 ten opzichte van de grensweerstand aan de basis;
- tevens is het nodig dat het nuttige draagvermogen van de paal zou worden berekend met een veiligheidscoëfficiënt van ten minste 3 ten opzichte van de totale grensweerstand van de paal voortkomend uit de weerstand aan de basis en de positieve mantelwrijving.

Voor betonpalen en meer bepaald voor de in de grond gevormde palen is de wrijving per eenheid kontaktoppervlak paal-grond groter dan deze welke wordt gemeten bij de uitvoering van een diepsondering, bijzonder in het geval dat de uitvoeringswijze is gericht op het verwezenlijken van een hoge normaaldruk bij het contact paal-grond.

In dit geval, dit wil zeggen wanneer men te maken heeft met betonpalen, waarbij de uitvoeringstechniek of de plaatsing een hoge normaaldruk bij het contact paal-grond verzekert en in zoverre de negatieve kleeft wordt berekend volgens de methode van Zeevaert, wordt geen veiligheidsmarge geëist op de waarde van de negatieve kleeft.

Men verkrijgt aldus volgende formules :

$$B_g \geq 1,1 D_n + F_n \quad (56)$$

$$T_g \geq 3 D_n + F_n \quad (57)$$

$$T_g = B_g + F_p \quad (58)$$

$T_g$  = totale weerstand van de paal,  
 $F_p$  = positieve wrijving van de paal in de onder de samendrukbare grond gelegen lagen.

Er dient te worden opgemerkt dat aan de basis van de samendrukbare laag de betonspanningen in de paalschacht uiteindelijk bereiken :

$$\sigma'_b = \frac{D_n + F_n}{\frac{\pi D^2}{4}} \quad (59)$$

In het geval van een paal met verbrede voet, onderworpen aan de negatieve kleeft, mag men de controle van de betonspanning in de paalschacht niet uit het oog verliezen.

# k) Konklusies

De benaderingsmethode van Zeevaert geeft aan de veilige kant gelegen waarden van de negatieve kleeft, indien de gepaste mechanische parameters in het kontakvlak paal-grond werden ingevoerd. In bepaalde gevallen geeft deze methode echter waarden die al te zeer aan de veilige kant liggen.

De methode van Zeevaert steunt op het aannemen dat op een diepte  $z$  de uiteindelijke verticale spanningen gelijkmatig over het invloedsovervlak  $A$  zijn verdeeld. In feite zijn deze verticale spanningen het kleinst in de punten van het kontakvlak van de paal en stijgen met de afstand  $s$  tot de paal.

Deze benadering geeft opnieuw aan de veilige kant gelegen waarden voor de negatieve kleeft.

## C. BEPALING VAN DE DWARSKRACHTEN EN DE BUIGMOMENTEN OP DE PALEN

### 1. Beschikbare proefondervindelijke gegevens

Hoewel enkele ongevallen die bij paalfunderingen zijn opgetreden, met zekerheid konden worden toegeschreven aan de horizontale krachswerkingen die met de horizontale vervormingen en vloeiingen van de grond in verband staan, kunnen in de literatuur slechts zeer weinig kwantitatieve gegevens over deze krachswerkingen worden gevonden.

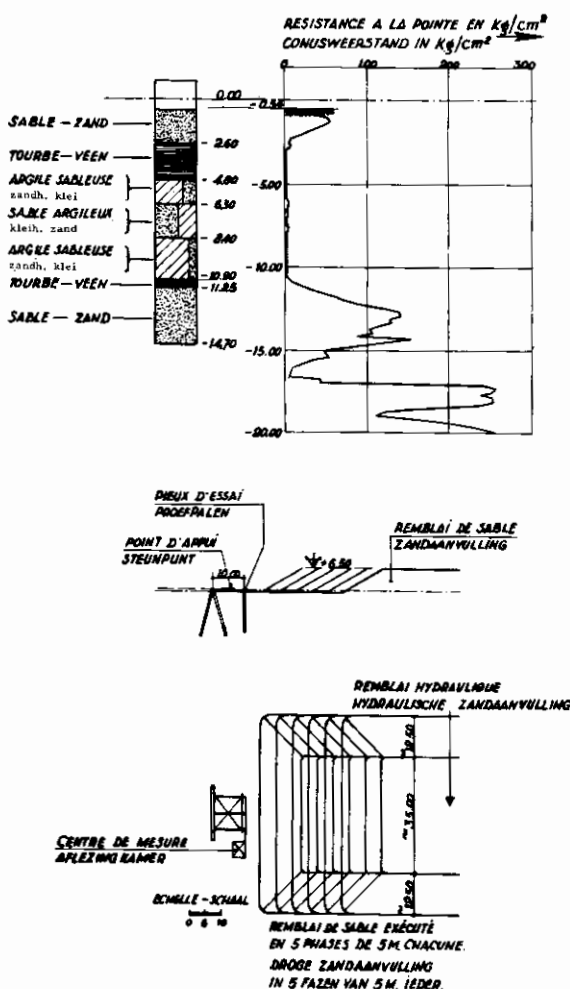


Fig. 12

# a) Proef te Amsterdam

Door L. Heyman en L. Boersma werden metingen uitgevoerd met het oog op de meting van de buigmomenten langs verticale palen en van de horizontale reactie op het steunpunt waarmede de proefpalen ter hoogte van het maaiveld waren uitgerust.

De fig. 12 werd ontleend aan de mededeling van deze beide ingenieurs op het 5e Internationale Kongres van Grondmechanica en Funderingen te Parijs in 1961.

De grond bestond, over de eerste twee meter, uit een vrij dichtgepakte ophoging, gevolgd door een zeer slappe laag samengesteld uit veen, zandhoudende klei en kleihoudend zand over een dikte van 9 meter. Onder dit slappe losgepakt zand wordt dichtgepakt zand aangetroffen.

De 12, 50 m lange proefpalen bestonden uit 2 stalen kanaalprofielen, die derwijze aan elkaar zijn gelast dat zij een holle vierkante paal van 0,30 x 0,30 m vormden.

Door rekstrookjes welke op de binnenzijde van de paalwanden waren gekleefd konden de spanningen worden gemeten, waaruit dan de buigmomenten konden worden afgeleid. De waarden van de steunpuntreacties werden opgemeten door middel van dynamometers die ingebouwd zijn in de stutten die de paalkoppen ter hoogte van het maaiveld vasthielden.

Een ophoging met een hoogte van 7 m, een breedte aan de kruin van ongeveer 35 m en aan de basis van ongeveer 60 m en waarvan het talud aan het uiteinde op ongeveer 1 : 1,75 was geprofileerd, werd met stroken van 5 m naar de raai der 3 proefpalen vooruitgebouwd.

Wanneer de voet van het talud op een afstand van 10 m van de proefpalen was gekomen, bedroeg het buigmoment in deze palen 14 ton/meter, de reactie aan de paalkop ongeveer 12-13 ton en de verplaatsing van de grond aan de oppervlakte en in de as bepaald door de drie proefpalen ongeveer 27 centimeter.

Er dient te worden opgemerkt dat bij de aanvang der proeven de zeer slappe laag nog niet volledig onder het gewicht van de ophoging van 2 m dikte was gekonsolideerd. Daarbij staat het niet vast dat op het ogenblik van de hiervoor vermelde meting de overspanningen in het poriënwater die het gevolg waren van de gedurende de proef overgebrachte overbelastingen en van de vervormingen van de grond, reeds volledig verdwenen waren en derhalve de horizontale verplaatsingen van de grond hun maximumwaarde hadden bereikt.

# b) Proef te Sidmar-Zelzate

Een tweede bron van gegevens betreffende de horizontale krachswerkingen op palen is de proef die met het oog op de bouw van het hoogovenbedrijf der N. V. Sidmar onder leiding van het raadgevend ingenieursbureau de S. A. Société de Traction et d'Electricité, op voorstel van de S. A. Pieux Franki, in 1963 te Zelzate werd uitgevoerd.

De proef had tot doel de invloed van de stockerlasten op de funderingspalen van de kolommen van de walserij te bestuderen.

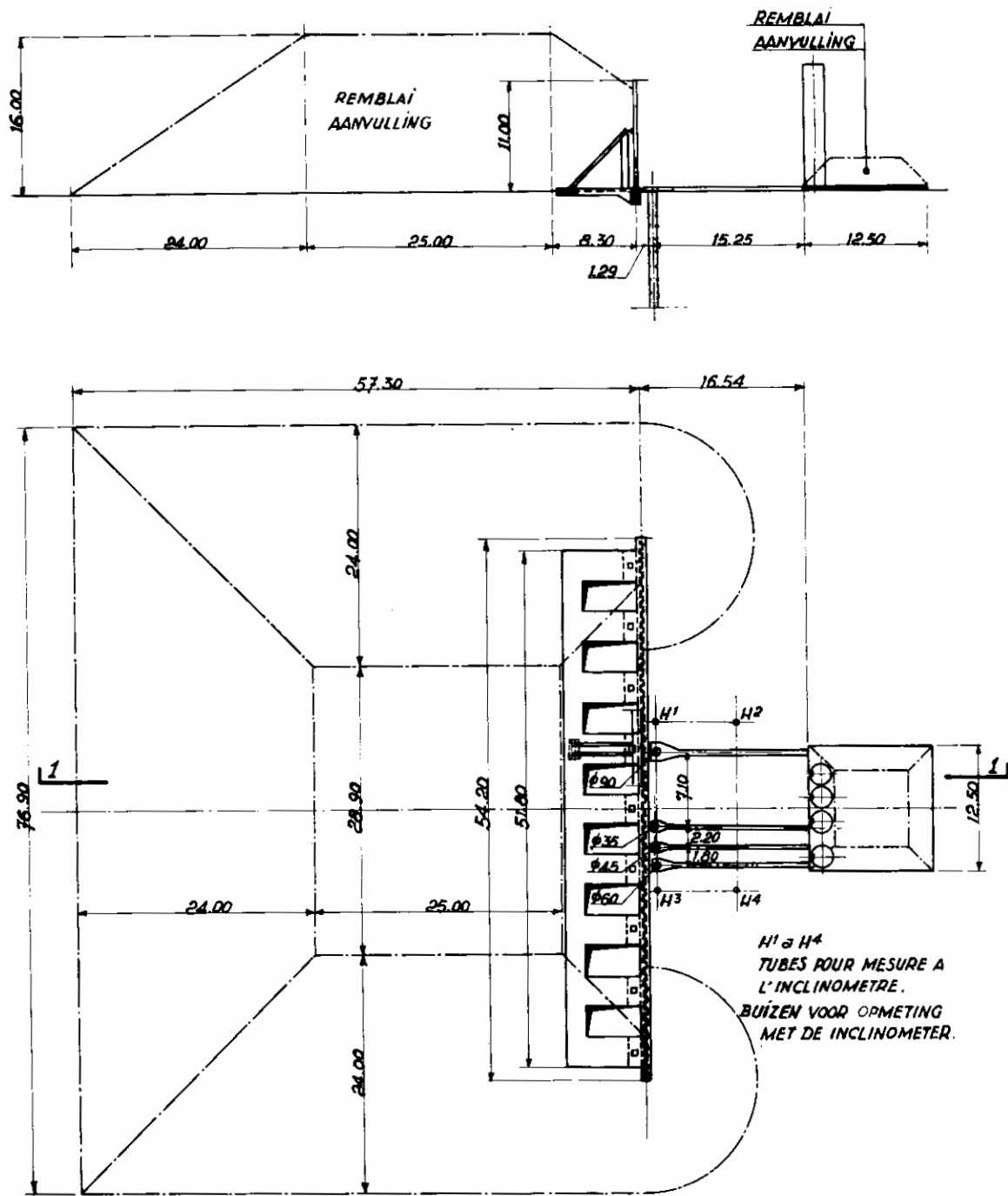


Fig. 13

In de proef werd de stockeerlast, die normaal in de hall uit stalen platen bestaat, vervangen (fig. 13) door een zandophoging van 50 000 m<sup>3</sup> die aan de zijde waar de palen waren geplaatst, begrensd was door een damwand met een hoogte van 11 meter en die dank zij de gepaste voorzieningen rechtstreeks op de grond was gefundeerd. Vanaf de bovenkant van deze wand strekt de aanvulling zich verder uit over een hoogte van 16 m onder een taludhelling van ongeveer 1 : 1,75.

Aan de voet van deze muur waren voorafgaandelijk  
4 proefpalen geplaatst :

- De eerste bestond uit een stalen buis met diameter 90 cm en 1,5 cm dikte; metingen met een vervormingsmeter op twee diametraal tegenoverstaande beschrijvende punten maakten het mogelijk de spanningen te meten en de buigmomenten

te berekenen.

- De tweede paal had een diameter van 60 cm en was van gewapend beton met het bewapeningspercentage van 4,27 %; deze paal was voorzien van rekstrookjes, gekleefd op twee diametraal tegenover elkaar gelegen langswapeningsstaven; hierdoor was het mogelijk de spanningen in het staal te bepalen en de buigmomenten te ramen.
- De twee andere palen hadden een diameter van 35 resp. 45 cm; zij waren gemaakt van gewapend beton, met bewapeningspercentages van 0,83 resp. 0,75 %; voor deze palen waren geen spanningsmetingen voorzien.

In het middelpunt van de betonpalen en langsheen de wand der buispalen werd een buis van plastic

aangebracht, ten einde het meten van de horizontale verplaatsingen en vervormingen van de proefpalen mogelijk te maken.

De palen werden aangebracht in beschoeide boorgaten met respectievelijk :

- Ø 1,28 m voor de paal van 0,90 m diameter,
- Ø 1,07 m voor de palen van 0,60 en 0,45 m diameter,
- Ø 0,80 m voor de paal van 0,35 m diameter.

De ringvormige ruimte tussen de palen en de wand van het boorgat werd met fijnzand opgevuld naar mate de voerbuizen van de boring werden uitgetrokken.

De palen werden aan de kop vastgehouden door middel van stutbalken die de krachten op een belaste betonplaat overdroegen.

De grond was samengesteld uit (zie diepsonderingen fig. 14 en 15) :

- een betrekkelijk dichtgepakte bovenlaag fijnzand die zich uitstrekt vanaf het maaiveld, gelegen omstreeks het peil + 8,36 tot omstreeks het peil - 2,00 tot - 3,00. In deze laag werd op ongeveer 3 meter diepte een losgepakte zone gevonden waarvan de dikte ongeveer 2 meter bedraagt;
- een laag zandhoudend leem met een dikte van 6,50 m waarin conusweerstanden werden opgemeten die variëren tussen 40 en 60 kg/cm<sup>2</sup>;
- daarna heeft men achtereenvolgens een 4,50 m dikke min of meer dichtgepakte schelphoudende zandlaag, 2 meter Boomse klei, 6 meter tertiair kleihoudend zand en eindelijk de Assiaanse klei.

Naast de hierboven vermelde grootheden werden ook nog gemeten :

- 1) de horizontale verplaatsingen van de grond door middel van de clinometer van Plantema,
- 2) de horizontale en verticale verplaatsingen der paalkoppen,
- 3) de overspanningen in het poriënwater van de laag zandhoudend leem en van de minder weerstandbiedende gedeelten van de bovenste zandlaag.

De ophoging werd op continue wijze in 72 kalenderdagen uitgevoerd.

Op de fig. 14 en 15, opgesteld voor de palen met respectievelijk 90 en 60 cm diameter, werden respectievelijk voorgesteld :

- de juiste stand van de paal ten opzichte van het terrein en de ophoging;
- het conusweerstandsdiagram van de grond in functie van de diepte, opgesteld ter plaatse van de paal alvorens hij werd geplaatst;
- de diagrammen van de buigmomenten in functie van de diepte op verschillende tijdstippen van de belasting, die wordt bepaald door de maximum bovenbelasting aan het terreinoppervlak;
- het diagram met de vermoedelijke horizontale kracht op de paal in functie van de diepte op twee tijdstippen van het belastingsverloop; deze diagrammen werden grafisch uit de diagrammen der buigmomenten afgeleid;

- het diagram met de vervormingen van de paal op twee ogenblikken van het belastingsverloop;
- het diagram met de benaderende verplaatsing van de grond ter plaatse van de palenrij op verschillende data.

Piezometrische waarnemingen hebben aangetoond dat er praktisch geen aanmerkelijke toeneming van de spanningen in het poriënwater gedurende de uitvoering van de proef optrad en dat derhalve de korrelspanningen zich om zo te zeggen onmiddellijk aan de door de ophoging veroorzaakte belasting hebben aangepast.

Een onderzoek van de fig. 14 en 15 toont aan dat op het ogenblik waarop de bovenbelasting op het terrein 5 t/m<sup>2</sup> resp. 14,3 t/m<sup>2</sup> en de maximumwaarde had bereikt, hetzij 17,6 t/m<sup>2</sup> ter plaatse van de damplanken en 25 t/m<sup>2</sup> in de zone waar de ophoging een maximum hoogte heeft,

- in de paal met Ø 90 cm het maximumbuigmoment 7,53 en 126 tm was,
- in de paal met Ø 60 cm het maximumbuigmoment 3,11 en 26,5 tm was.

Dezelfde figuren tonen aan dat de horizontale belasting van de palen het gevolg is van de horizontale vervorming van de losgepakte zone in de bovenste zandlaag over een dikte van ongeveer twee meter.

De verplaatsing van de grond in deze losgepakte zone is natuurlijk groter dan de verplaatsing van de paal die door de grond wordt meegetrokken, wat verklaart dat in deze zones de horizontale druklijnen naar buiten zijn gericht. In de boven- en benedenzone waar de grond dichter gepakt is, is de verplaatsing van de paal een weinig kleiner dan de verplaatsing van de grond, wat verklaart dat in deze zones de horizontale druklijnen naar de ophoging toe zijn gericht.

De gemiddelde waarden van de horizontale aangrijpende kracht (druk naar buiten gericht ter plaatse van de zone waarin zich grote horizontale vervormingen voordeden) worden door afleiding verkregen :

- Wanneer de bovenbelasting op het terrein 14,3 t/m<sup>2</sup> bereikt, heeft men voor de gemiddelde horizontale druk in de ongeroerde zone 16,8 t/m<sup>2</sup> voor de paal met Ø 90 cm en 4,4 t/m<sup>2</sup> voor deze met Ø 60 cm (over een betrekkelijk belangrijke dikte van de grond).
- Wanneer de bovenbelasting op het terrein 25 t/m<sup>2</sup> bereikt daar waar de ophoging 16 m hoog is en 17,6 t/m<sup>2</sup> ter plaatse van de L-vormige steunmuren, krijgt men gemiddelde horizontale drukken in de ongeroerde zone van 40 t/m<sup>2</sup> voor de paal van Ø 90 cm en 16,8 t/m<sup>2</sup> voor deze van Ø 60 cm.

De maximumverplaatsing van de grond vond plaats in de losgepakte zone van de bovenste zandlaag; zij bereikte ongeveer 6 cm ter plaatse van de palenrij onmiddellijk bij het einde van de belasting.

De doorbuiging van de palen bij het einde der belasting bedroeg 15 mm voor de paal Ø 90 cm en 20 mm voor deze met Ø 60 cm.

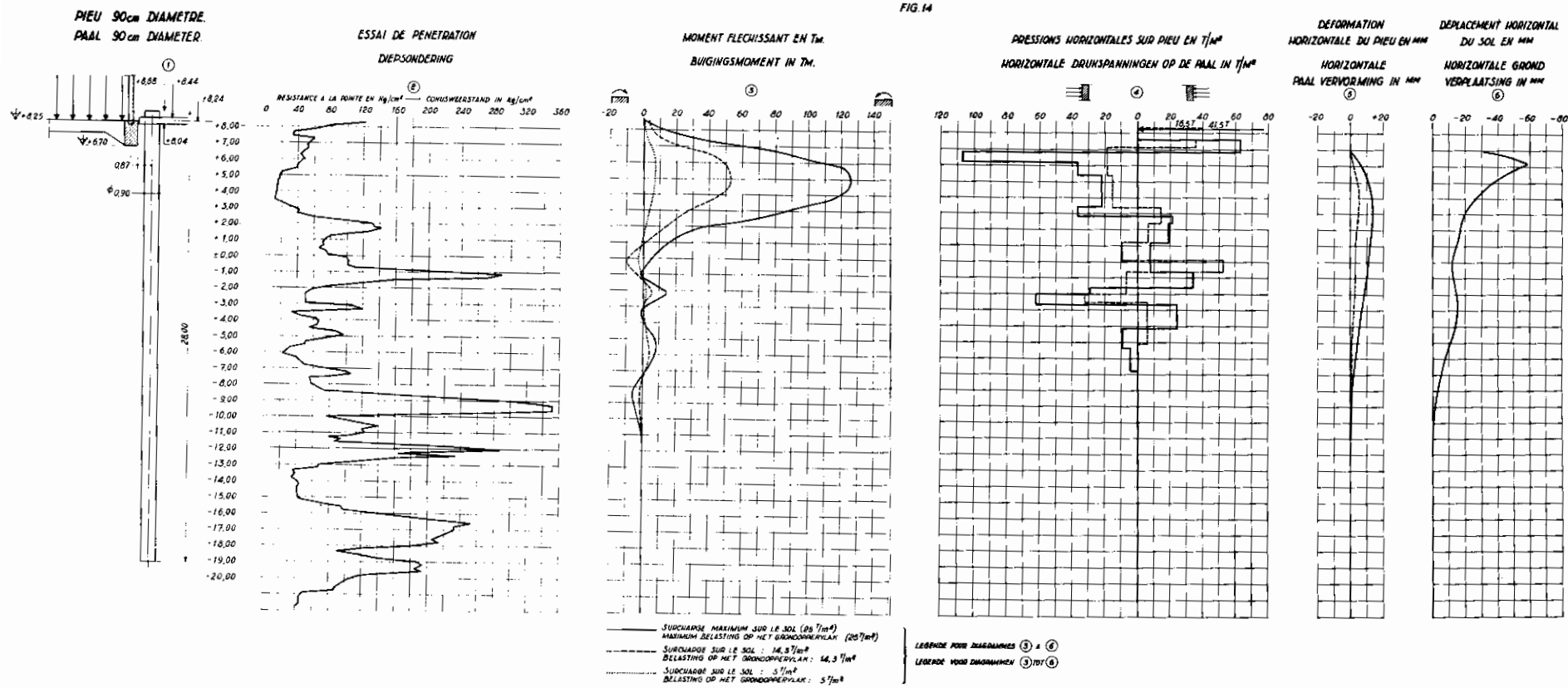


Fig. 14

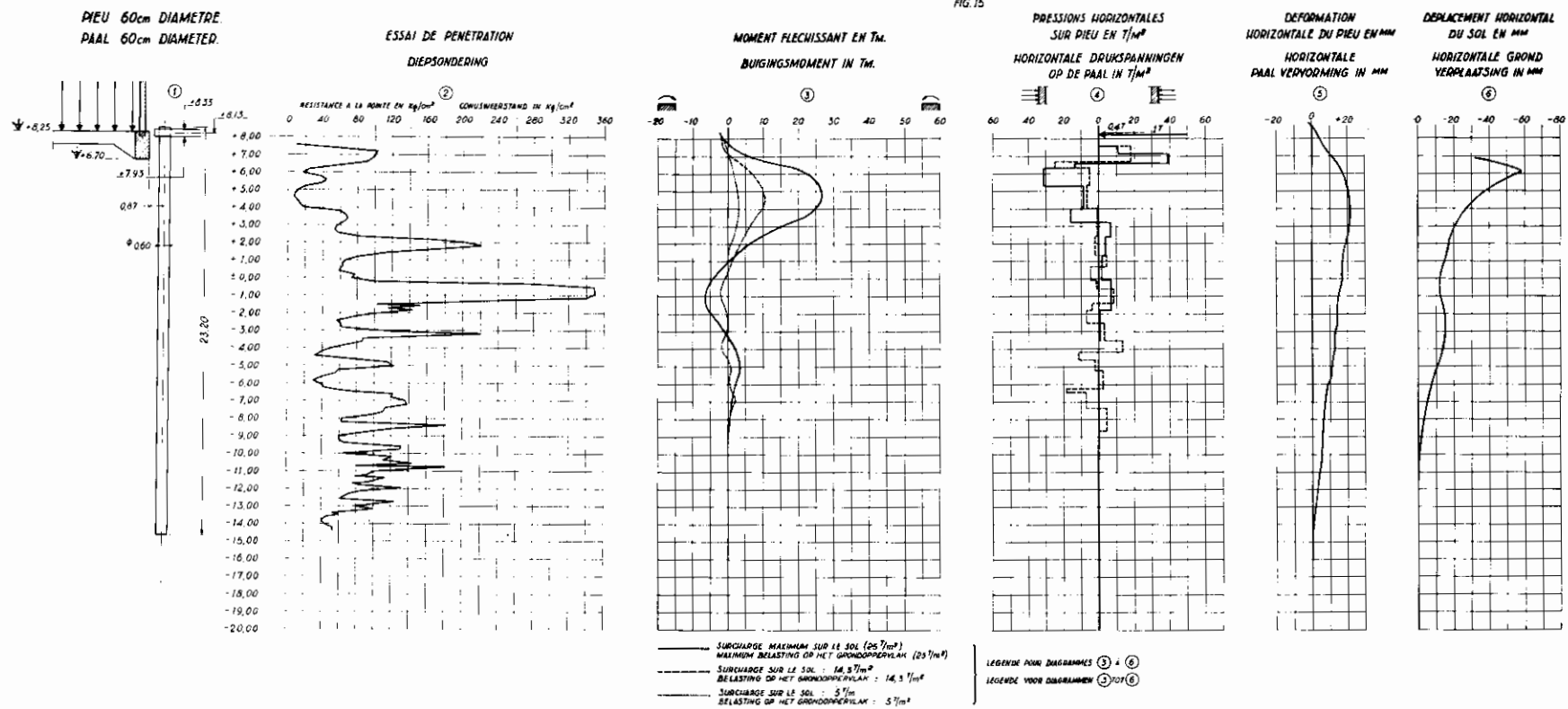


Fig. 15

Er dient te worden opgemerkt dat bij de beschreven proef, aangezien de L-vormige steunmuur rechtstreeks op het grondoppervlak rustte en hierdoor aan dit oppervlak de actieve horizontale gronddruk van de ophoging over de elf meter hoge muur werd overgebracht, de horizontale verplaatsingen van de grond, die de oorzaak waren van de belasting op de palen, niet alleen het gevolg waren van normaal gerichte drukken die op het terreinoppervlak door het gewicht van het ophogingslichaam op het terrein worden uitgeoefend, doch eveneens van de tangentialen spanningen die ten gevolge van de actieve gronddruk op de L-vormige steunmuur aan het terrein vlak worden verwerkt.

Men kan a priori stellen dat, zo de bovenbelasting op het terrein verwezenlijkt was geweest door een opstapeling van blooms die geen resulterende horizontale kracht op de grond veroorzaken en niet door middel van een door een steunmuur begrensde zandophoging, de horizontale verplaatsingen van de grond in de nabijheid van het grondoppervlak kleiner waren geweest en derhalve ook de horizontale belasting van de palen in de losgepakte zandlaag kleiner was geweest.

Toen in 1965 de funderingswerken voor de warmwalserij werden uitgevoerd, werden de proefpalen over de bovenste 7 meter vrijgemaakt.

De sterk bewapende paal met  $\varnothing$  60 cm vertoonde 19 mikroskopische scheuren over een hoogte van 3,50 m, die de 2 m dikke losgepakte zone in de bovenste zandlaag overlapte.

De palen van  $\varnothing$  45 cm en  $\varnothing$  35 cm, die aanmerkelijk minder bewapend waren (0,75 en 0,83 %), vertoonden minder talrijke doch duidelijk verder openstaande scheuren (13 voor de paal  $\varnothing$  45 cm en 10 voor de paal  $\varnothing$  35 cm). Bepaalde van deze scheuren stonden ver open en stemmen overeen met duidelijke breuken in de paal. Zie bijv.:

fig. 16 : scheur op een diepte van 3,32 m onder het grondoppervlak in de paal  $\varnothing$  45 cm,

fig. 17 : scheuren op 2,33 en 2,46 m onder het grondoppervlak in de paal  $\varnothing$  35 cm.

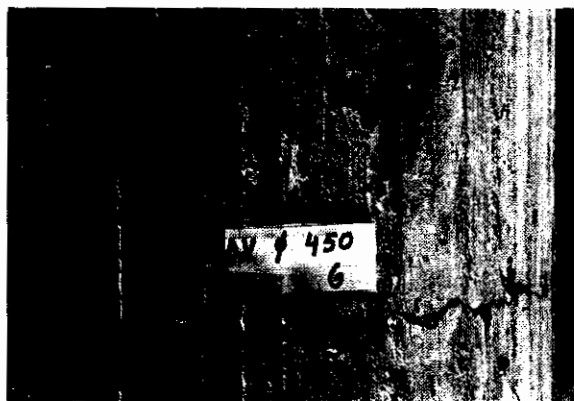


Fig. 16

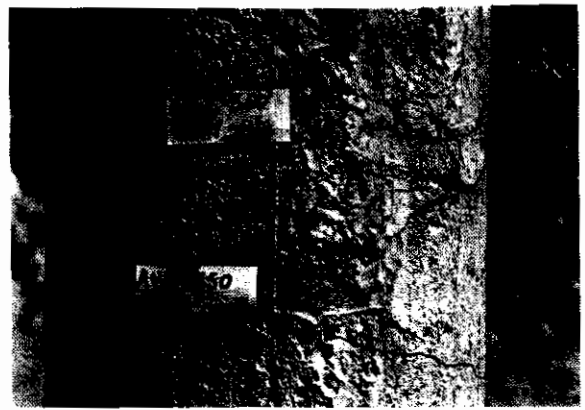


Fig. 17

### c) Proef aan de Duitse Noordzeekust

Sinds de eerste auteur heeft voorgesteld de verder beschreven empirische regels te gebruiken om de dwarse belastingen van de palen ten gevolge van zijdelingse bovenbelastingen van het terrein te ramen, werden nieuwe gegevens in verband met dit probleem in de literatuur gevonden: het betreft de gegevens afgeleid uit aan de Duitse Noordzeekust onder leiding van prof. dr. ir. H. Leussink uitgevoerde proeven. Deze proeven werden uitgevoerd voor rekening van de Klöcknerwerke AG en de resultaten ervan werden medegedeeld in de "Vorträge der Baugrundtagung 1966 in München".

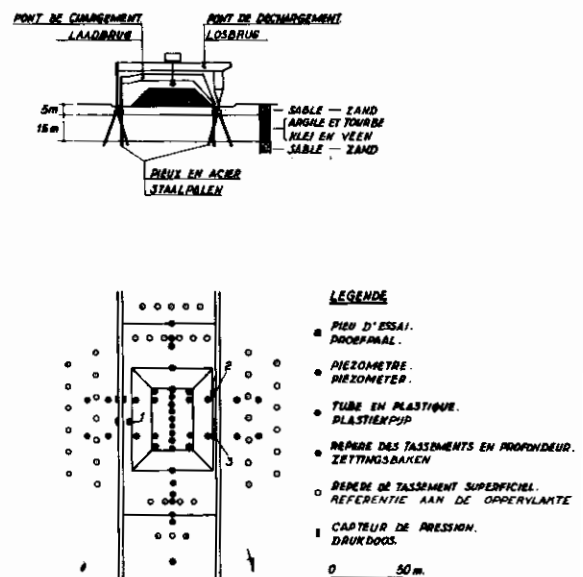


Fig. 18

Het terrein is samengesteld (fig. 18) uit 5 m opgespoten zand. Deze ophoging rust op een zeer slappe laag van 15 m dikte en samengesteld uit veen en klei waarvan de niet gekonsolideerde schuifweerstand  $2 \text{ t/m}^2$  bedraagt. Onder deze laag vindt men over grote diepte een dichtgepakt grinthoudend zand.

Op dit terrein heeft men een opslagpark voor ertsen (fig. 18) met een bovenbelasting van maximum  $30 \text{ t/m}^2$  ontworpen. Hiertoe werd een

rolbaan, samengesteld uit twee caisson-balken van gewapend beton van  $2,50 \times 2,70$  m, rustend om de 14,50 m op jukken van 3 palen, gebouwd. Deze palen zijn van staal en bestaan uit 3 samengestelde Peine-profielen P.Sp. 60. L. De portieken voor het laden en lossen zijn statisch bepaald (bogen met 3 scharnierpunten).

In de proefzone waar door middel van een zandophoging een bovenbelasting werd verwezenlijkt, werden drie stalen proefpalen met 0,85 m zijde geplaatst. De palen waren samengesteld uit 4 profielen van Larsen-damplanken, die ter plaatse van de klauwen op elkaar zijn vastgelast. Deze palen rustten tegen de rolbaan. In deze proefpalen werden een reeks drukmeetcellen van het type Glötzl geplaatst. Dergelijke cellen werden ook in de verticale wanden van de rolbaan geplaatst. Daarbij werden nog een reeks piezometers, plastieken pijpen voor het meten van de horizontale verplaatsingen van de grond, zakkingsbakens voor het meten van de zakkings van de grond in de diepte en oppervlakkige zettingsbakens geplaatst.

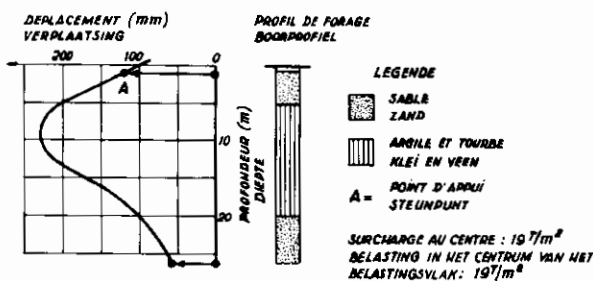
De proef werd gedurende meer dan twee jaar voortgezet. Gedurende het eerste jaar was de bovenbelasting in de middenzone van het opslagpark gemiddeld van de orde van grootte van  $15-16 \text{ t/m}^2$ ; gedurende het tweede jaar was zij meestal van de orde van grootte van  $28 \text{ t/m}^2$ .

Gedurende de proef was de zandophoging onder talud gebracht vanaf de top van de rolbaan.

Toen de bovenbelasting in de zone van de opslagoppervlakte  $16 \text{ t/m}^2$  bedroeg, werd op de evenwijdig met de rolbaan gelegen zijden van paal nr. 1, ter hoogte van het slappe lagenpakket een naar buiten gericht horizontaal drukverschil van gemiddeld 11 à  $12 \text{ t/m}^2$  gemeten. Het drukverschil blijkt plaatselijk aan de basis van de opgesloten zandlaag  $37 \text{ t/m}^2$  te hebben overschreden.

Wanneer de bovenbelasting in de controlezone van het opslagpark  $19 \text{ t/m}^2$  bedroeg, was de proefpaal nr. 1 naar buiten toe verplaatst (fig. 19):

FIG. 19

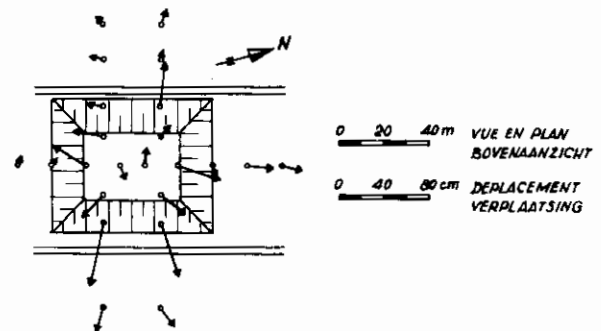


FLEXION DU PIEU D'ESSAI 1 PERPENDICULAIREMENT AU CHEMIN DE ROULEMENT.  
DOORBUIGING VAN PROEFPAAL 1 LOODRECHT OP DE KRAANBAAN.

- over 6 cm op een punt gelegen op 6 m diepte onder het oppervlak van de onderste dichtgepakte grinthoudende zandlaag;
- over 23 cm op een punt gelegen op een diepte van 8-9 m onder het grondoppervlak, hetzij op 3-4 meter diepte in de slappe laag,

- over 12 cm ter hoogte van het bovenste steunpunt, wat derhalve ook met de verplaatsing van de rolbalk ter plaatse van de paal overeenstemt.

Het maximum van de horizontale verplaatsingen van de grond zelf werd genoteerd op een diepte van de orde van grootte van 7 tot 12 m onder het bovenvlak van de rolbaan. De richting en de grootte van deze verplaatsingen zijn op fig. 20 voorgesteld. Men ziet dat de maximumverplaatsing van de orde van grootte van 60 cm optreedt ter plaatse van het talud en dat op 40 m van de voet van het talud nog verplaatsingen van de orde van grootte van 10 tot 20 cm werden vastgesteld.



DEPLACEMENTS HORIZONTAUX DU SOUS-SOL  
HORIZONTALE VERPLAATSINGEN VAN DE ONDERGROND.

Fig. 20

Het dient te worden genoteerd dat onder de inwerking van de actieve gronddruk op de rolbalken en op hun paalfunderingen, de rolbanen zich over meer dan 15 cm naar buiten hebben verplaatst. Daarbij hebben de langse wrijvingskrachten op de rolbanen en de daarmee evenwijdige horizontale krachten aan de koppen van de funderingspalen voor de rolbanen zulkdanige trekkrachten in de balken van de rolbaan veroorzaakt, dat de werkvoegen opengegaan zijn en men achteraf een langse voorspanning voor de balken van de rolbaan heeft moeten voorzien.

Het is waarschijnlijk dat bij het einde van de proef de overspanningen in het poriënwater van het veen- en kleilagenpakket, met een dikte van 15 m, nog niet volledig verdwenen waren, zodat men kan vermoeden dat de waarden van de vervormingen en belastingen waarvan hierboven sprake nog niet de maximumwaarden hadden bereikt die zich hadden kunnen voordoen.

## 2. Voorgestelde methode voor het vaststellen van de buigmomenten in palen

Steunend op de gegevens afgeleid uit de hiervoren in het kort beschreven proeven werd door de eerste auteur voor het vaststellen van de buigbelasting op palen die worden geheid door lagen waarin men belangrijke horizontale vervormingen, onder de werking van dissymmetrische zijdelingse belastingen kan verwachten, volgende empirische methode voorgesteld.

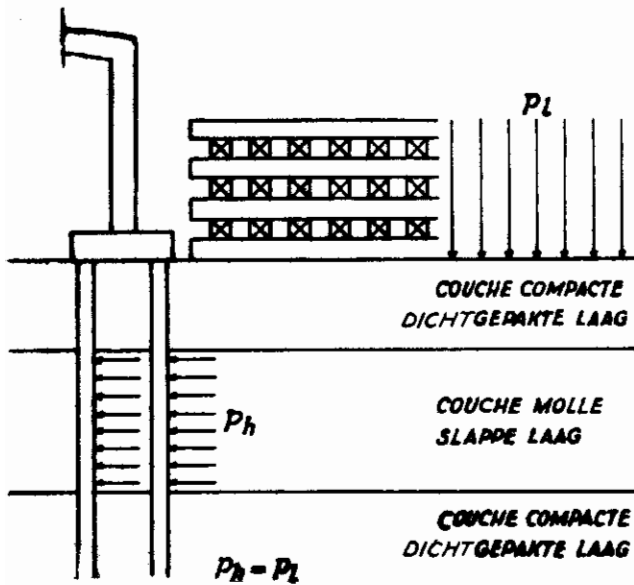


Fig. 21a

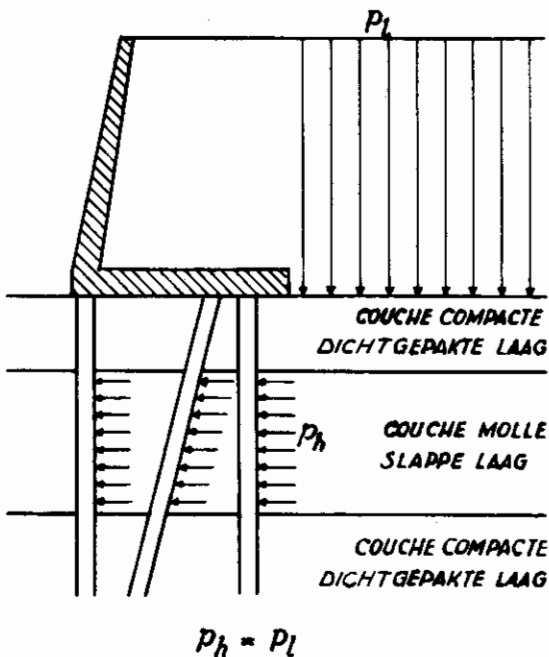


Fig. 21b

Wanneer (fig. 21a en fig. 21b) de zijdelingse bovenbelasting door een vertikaal talud ( $\alpha = 90^\circ$ ) en geen enkele horizontale kracht rechtstreeks door de zijdelingse belasting op het terrein wordt overgebracht, neemt men aan dat de horizontale druk  $p_h$  op de palen in de laag waarin men de horizontale vervormingen verwacht, gelijk is aan de verticale druk  $p_l$  die door de zijdelingse bovenbelasting op de grond wordt overgebracht :

$$p_h = p_l \quad (60)$$

De toestand, waarbij geen horizontale kracht rechtstreeks door de zijdelingse bovenbelasting op het terrein wordt overgebracht, kan optreden :

- hetzij wanneer het materiaal dat de zijdelingse bovenbelasting vormt, een zeer grote kohesie vertoont, wat o.m. het geval is (fig. 21) wanneer de bovenbelasting bestaat uit een hoop of

een stapeling balken (blooms, profielijzers, stukhout enz.) of platen (plaatijzer, bladen of houten platen, enz. ...);

- hetzij wanneer de materialen waaruit de zijdelingse bovenbelasting is samengesteld, wel horizontale krachten verwekt, doch deze krachten door middel van gepaste voorzieningen (bijv. een steunmuur op paalfundering) aan de diepere lagen wordt overgebracht.

Wanneer de zijdelingse bovenbelasting begrensd wordt door een talud, is het klaar dat de agerende resulterende druk op palen die in dit talud zijn geheid, verminderd is ten opzichte van hetzelfde geval, doch waarbij de zijdelingse bovenbelasting begrensd is door een vertikaal vlak. In dit geval (fig. 22) wordt inderdaad de agerende druk aan de ene zijde van de paal gedeeltelijk door de agerende druk aan de andere zijde van de paal in evenwicht gehouden.

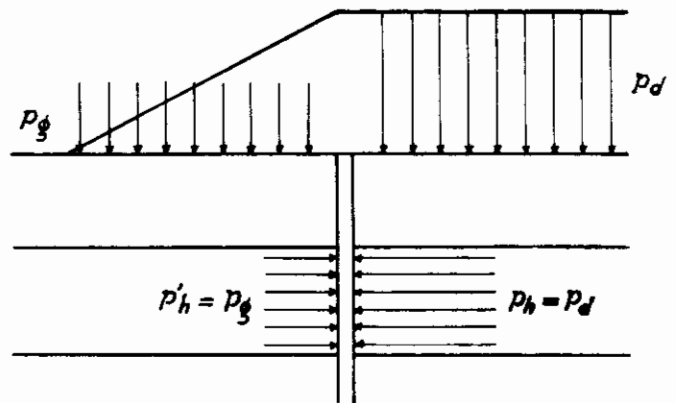


Fig. 22

Om rekening te houden met deze vaststelling werd door de eerste auteur een reductiefactor  $f$  ingevoerd en wel zodanig dat de horizontale druk  $p_h$  op de palen in de aan horizontale vervormingen onderhevige lagen, in eerste benadering wordt gesteld onder de vorm :

$$p_h = f p_l \quad (61)$$

Als een eerste ruwe benadering, en bij gebrek aan juistere theoretische formules, werd voor de reductiefactor  $f$  de volgende uitdrukking aangehouden :

$$f = \frac{\alpha - \frac{\varphi}{2}}{\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}} \quad (62)$$

waarin

$\varphi$  = de inwendige wrijvingshoek van de laag waarin belangrijke horizontale vervormingen kunnen optreden,  
 $\alpha$  = de hoek met de horizontale van een fictief talud bepaald als volgt :

Indien  $H$  de hoogte van de ophoging voorstelt en  $\gamma_k$  het "werkzaam" volumegewicht, dan bepaalt men een fictieve hoogte  $H_f$  met de formule

$$H_f = H \frac{\gamma_k}{1,8} \quad (63)$$

$\gamma_k$  in  $t/m^3$  ,  $H$  en  $H_f$  in m

Men tekent de hoogte  $H_f$  en bepaalt de lijn  $AB_f$  die de teen van het talud met de kruin  $B_f$  overeenstemmend met de fiktieve hoogte  $H_f$  verbindt. Men verkrijgt aldus de hoek  $\beta$ .

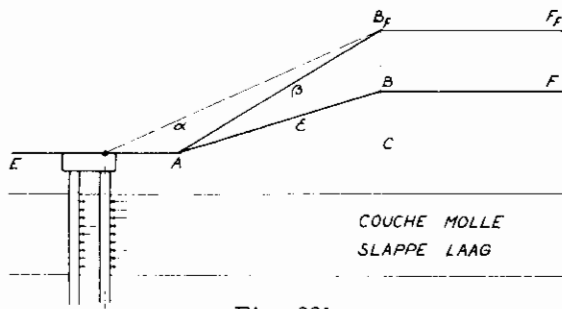


Fig. 23b

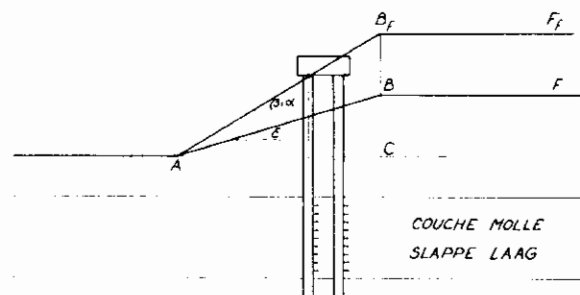


Fig. 23a

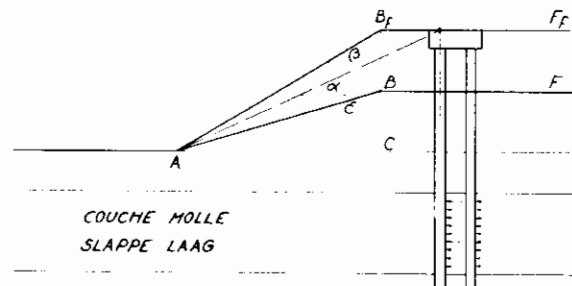


Fig. 23c

Men heeft thans 3 gevallen :

- 1) De paal staat afwaarts van de teen A van het talud.  
Men bepaalt een fiktief talud door het snijpunt van de paalas met de bodembegrenzing EA te verbinden met de fiktieve kruin  $B_f$  (fig. 23a).
- 2) De paal staat binnen het talud AC.  
Men heeft alsdan  $\alpha = \beta$  (fig. 23b).
- 3) De paal staat opwaarts van het talud.  
Men bepaalt een fiktief talud door het snijpunt van de fiktieve bodembegrenzings  $B_f F_f$  met de paalas, met de teen A van het talud te verbinden (fig. 23c).

De voor de reductiefactor voorgestelde formule (62) voldoet aan twee volgende grensvoorwaarden :

- a) Wanneer de palen geheid worden aan een verticale rand van een ophoging heeft men  $\alpha = \beta = \pi/2$ . Dit geval doet zich voor wanneer de zijdelingse

bovenbelasting begrensd is door een vertikaal talud en door deze zijdelingse bovenbelasting geen horizontale kracht rechtstreeks aan het terrein wordt overgebracht. Men heeft dan

$$f = 1$$

en de formule (61) wordt gelijk aan de formule (62).

$$P_h = P_l$$

- b) Wanneer  $\alpha = \varphi/2$ , krijgt men

$$f = 0$$

dit wil zeggen dat de formule werd opgesteld in de hypotese dat geen enkele horizontale kracht de paal belast en dat derhalve de horizontale vervormingen van de slappe of weinig vaste laag kunnen worden verwaarloosd, ter plaatse van de beschouwde paal, in het geval dat het fiktieve talud vlakker is dan een talud met een helling  $\alpha = \varphi/2$ .

In het geval van een door een talud begrensde zijdelingse bovenbelasting moet de in de formule (61) in te voeren druk  $p_1$  als volgt worden verstaan :

- a) voor de punten die boven de voet van het talud zijn gelegen (fig. 24) de verticale korreldrukken van de grond gerekend vanaf het beschouwd punt tot aan de kruin van het talud,
- b) voor de punten die onder de voet van het talud zijn gelegen (fig. 25) de verticale korreldruk van de grond tussen de kruin en de voet van het talud.

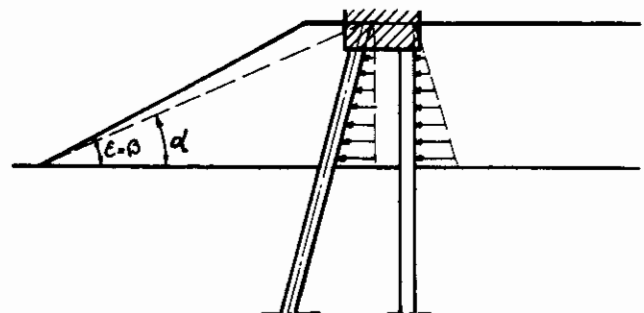


Fig. 24

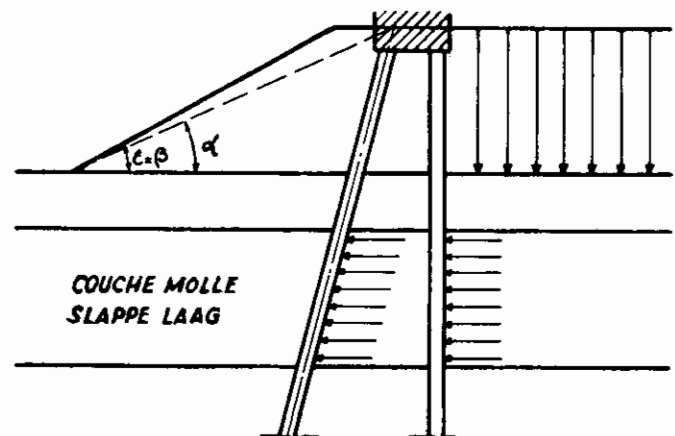


Fig. 25

De vraag of op de palen over de hoogte van het ophogingslichaam al dan niet agerende horizontale krachten dienen te worden beschouwd, is afhankelijk van de steilheid van het begrenzingstalud enerzijds en van de mechanische eigenschappen van het ophogingsmateriaal anderzijds.

Wanneer het ophogingsmateriaal, gelet op de hellingshoek  $E$  van het begrenzingstalud, zodanige ongunstige mechanische eigenschappen heeft dat veiligheidshalve geacht wordt dat horizontale krachten over de hoogte van het ophogingslichaam op de palen zullen ageren, en men verder het geval beschouwt waarbij het natuurlijke terrein uit een bovenste voldoende dikke en dichtgepakte laag bestaat, waaronder een losgepakte of slappe grondlaag wordt aangetroffen, dan worden de horizontale krachtwervingen welke op de paal kunnen ageren, voorgesteld door de fig. 26.

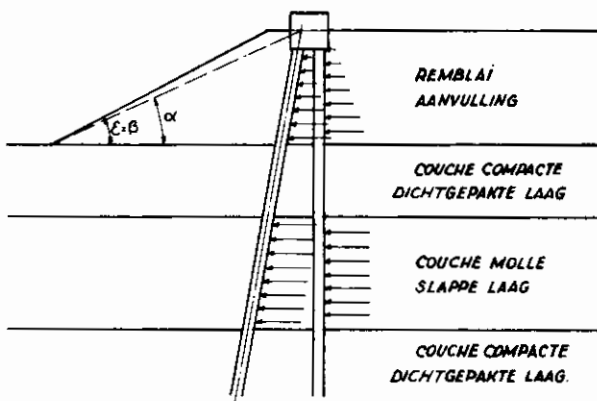


Fig. 26

Om een indruk te verkrijgen van de op de palen inwerkende buigmomenten, heeft men voorgesteld de volgende twee sterk vereenvoudigde berekeningswijzen aan te wenden en de grootste van de door deze twee berekeningswijzen gegeven waarde voor het buigmoment aan te houden :

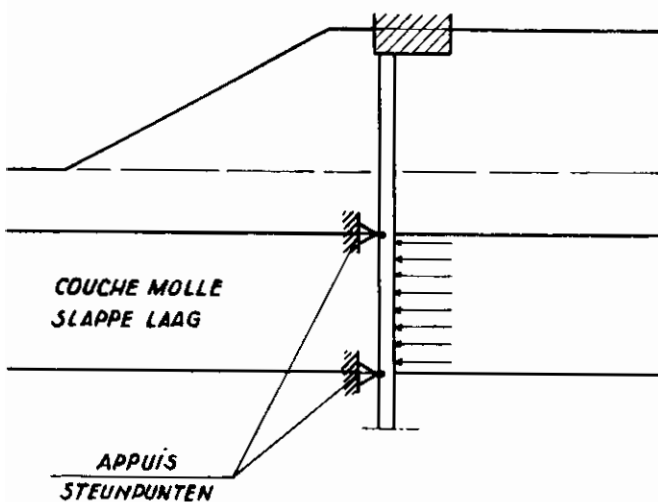


Fig. 27

#### a) Eerste werkwijze

Aangenomen wordt dat de horizontale drukken  $p_h$  inwerken op een aan beide uiteinden vrij opgelegde balk met dezelfde diameter als de paal en met een overspanning gelijk aan de dikte van de slappe of losgepakte laag (fig. 27) en men berekent het maximumbuigmoment overeenstemmend met dit geval.

#### b) Tweede werkwijze

Men neemt aan dat de horizontale drukken  $p_h$  inwerken op een paal met dezelfde diameter als de paal en :

- ingeklemd op 0,50 m diepte in de onderliggende vastgepakte laag (fig. 28a, en b),
- ingeklemd op 1,00 m in de vastgepakte laag boven het bovenvlak van de eerste losgepakte of slappe laag (fig. 28a en b),
- eventueel opgelegd ter plaatse van de tussenliggende vastgepakte lagen (fig. 28b) (middenpunt dezer lagen) en men berekent het maximumbuigmoment overeenstemmend met dit geval.

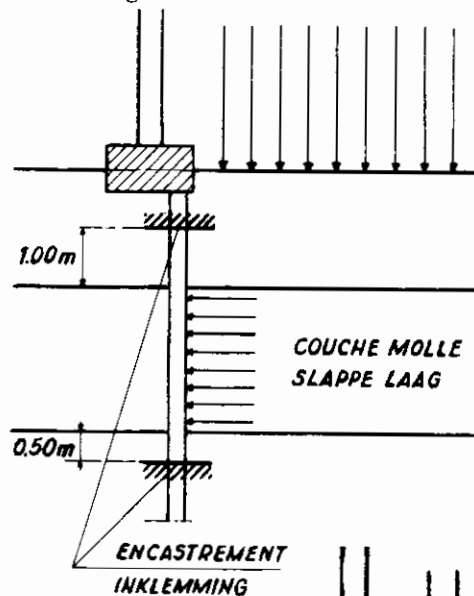


Fig. 28a

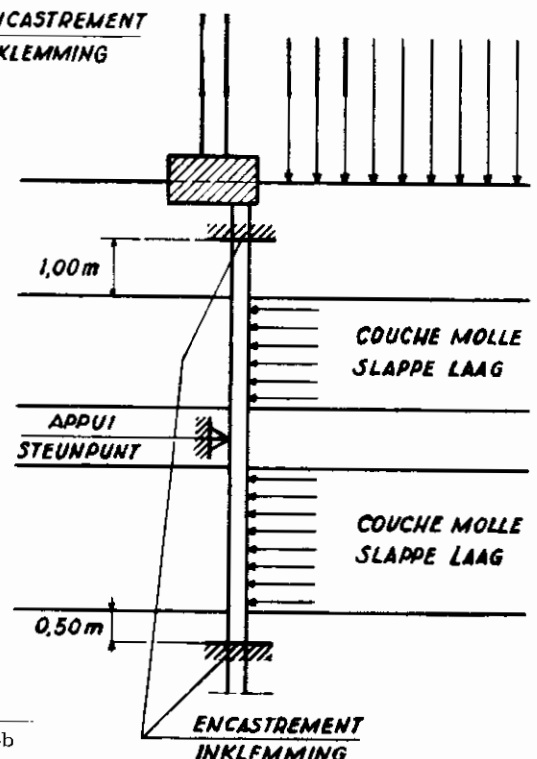


Fig. 28b

Wanneer de onderkant van de zool waarin de palen zijn ingewerkt gelegen is in een laag waarin grote horizontale vervormingen kunnen worden verwacht, neemt men aan dat de palen ter plaatse van deze zool een vrije oplegging hebben (fig. 29). Wanneer wegens de konstruktieve voorzieningen de aanneming van een stijve en voor een algemene rotatie weinig gevoelige zool kan worden gerechtvaardigd, kan worden aangenomen (fig. 30) dat de palen in de zool zijn ingeklemd. In dit geval moet de bewapening van de zool het buigmoment van de inklemming kunnen opnemen.

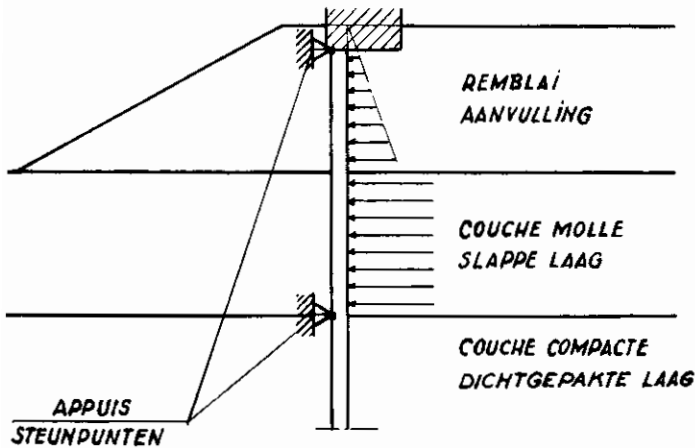


Fig. 29

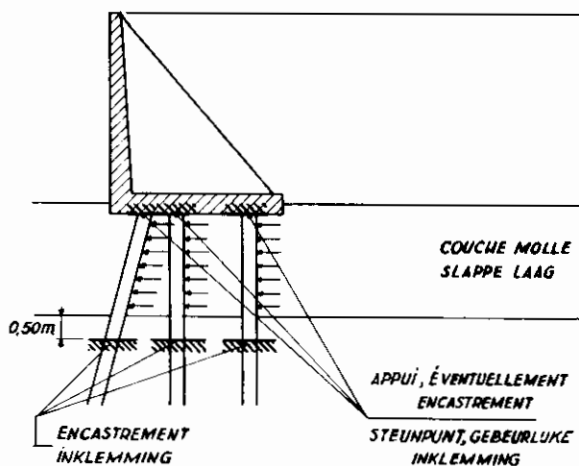


Fig. 30

Aangezien de voorgestelde methode een zeer sterk vereenvoudigde en half-empirische methode is, die enkel tot doel heeft een indruk te verkrijgen betreffende de waarde van het maximum buigmoment, kan men uit dergelijke rudimentaire berekeningen zeker niet gaan afleiden welke de verdelingswet van de buigmomenten in functie van de diepte zou zijn. Het is dan ook voorzichtig de palen zodanig te bewapenen dat zij over hun ganse lengte aan het berekende buigmoment kunnen weerstand bieden.

Er dient te worden op gewezen dat de palen op samengestelde buiging moeten worden berekend, aangezien zij gelijktijdig aan de langskrachten overgebracht door de bovenbouw en de negatieve kleeft en aan de buigmomenten ingevolge de grote horizontale vervormingen van de slappe laag of

lagen dienen weerstand te bieden.

### 3. Opmerking

Wanneer de funderingspalen door een slappe laag moeten reiken en enkel zijdelingse bovenlasten die volstrekt symmetrisch zijn, dienen te worden beschouwd, is het aangewezen, indien dit mogelijk is, schuine palen te vermijden en enkel vertikale palen te voorzien, voornamelijk wanneer de afstand tussen de palenrijen (fig. 31) klein is.

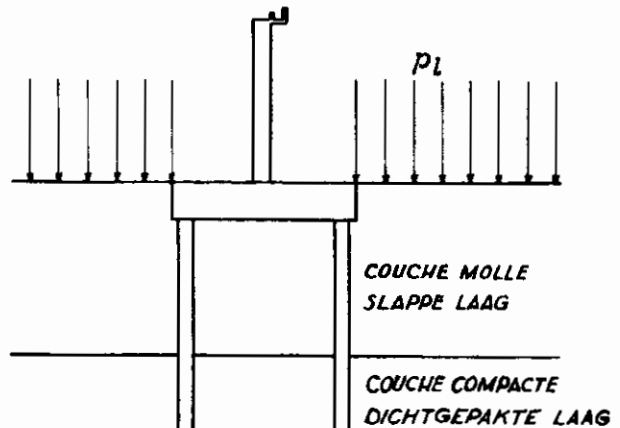


Fig. 31

Wanneer het onmogelijk is schuine palen te vermijden wegens het optreden van door de bovenbouw overgebrachte belangrijke horizontale belastingen, zal men de palenschikking derwijze kiezen, dat de schuine palen (fig. 32 en 33) zo ver mogelijk van de zones der grote zakkingen verwijderd blijven en dat zij zoveel mogelijk door de zool welke zij dragen "beschermd" worden.

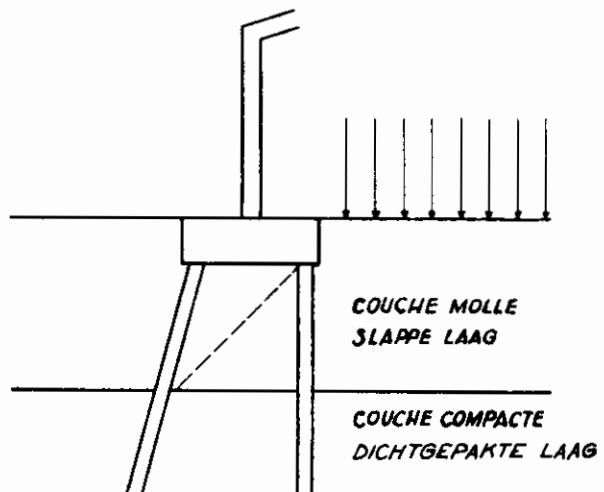


Fig. 32

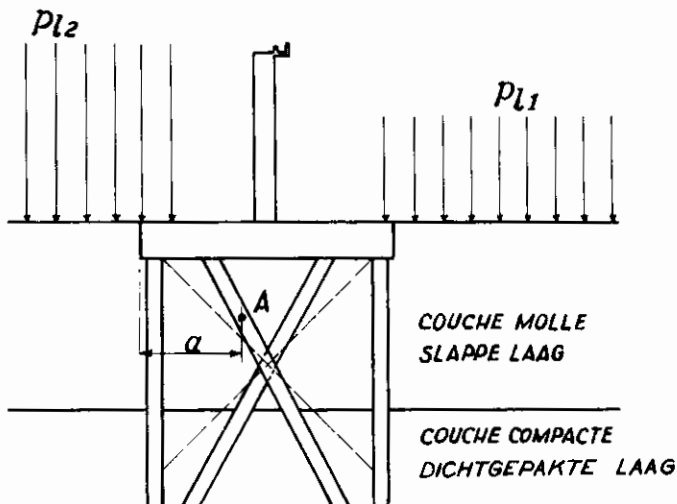


Fig. 33

In ieder geval zal men de schikkingen (fig. 34) waarbij de palen naar de bovenbelasting toe geheld zijn vermijden. In dit geval komen de palen inderdaad op plaatsen waar de zakking van de grond aanmerkelijk groter is dan onder de funderingszool. Wegens de helling van de palen hebben zelfs de verticale verplaatsingen ( $s$ ) van de grond een normaalkomponente ( $n$ ) op de paal (fig. 34).

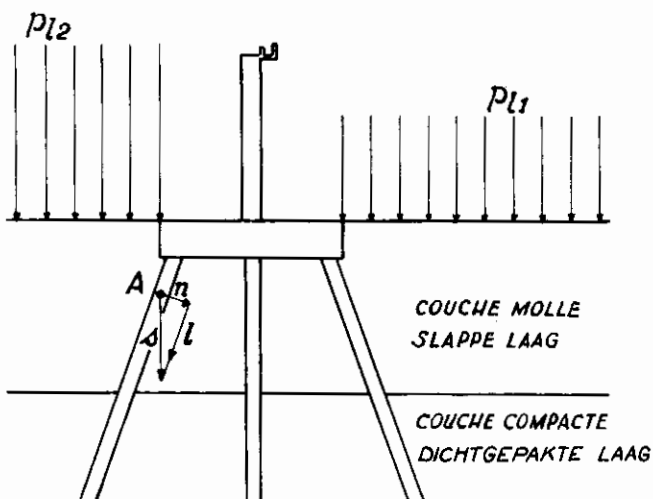


Fig. 34

Wanneer de zakking van de grond belangrijk is (enkele decimeters of zelfs meer dan een meter), wordt de normaalkomponente op de paal insgelijks belangrijk en dit des te meer naarmate de helling der palen groot is. In dit geval dient men zich te verwachten aan zeer strenge transversale belastingen en belangrijke vervormingen der palen zoals door de in Duitsland uitgevoerde proef werd aangetoond.

De schikkingen der figuren 32 en 33 beperken het gevaar van de buiging der palen zonder deze nochtans in elk geval volledig uit te schakelen.

#### D. TOEPASSINGSVOORBEELDEN VAN DE VOORGESTELDE BEREKENINGSMETODEN

Hierna worden twee konkrete voorbeelden gegeven van konstrukties in de omgeving van Antwerpen waar de voorgestelde berekeningsmethoden werden toegepast :

het eerste voorbeeld betreft het geval van een silo, het tweede voorbeeld een landhoofd van een brug.

##### Eerste voorbeeld : Funderingspalen van een silo

Thans wordt in de scheikundige nijverheid het opslaan of het stockeren der materialen meestal als volgt uitgevoerd : de silo's zijn samengesteld uit een geheel van betrekkelijk ver uit elkaar staande vertikale wanden; de bodem van de silo's bestaat uit een eenvoudige bedekking van de grond; de bovenkant van de vertikale wanden wordt derwijze uitgerust dat hij als rolbaan voor de werktuigen voor het vullen en het ledigen van de silo's kan dienen.

Uit deze schikking volgt dat het gewicht van het merendeel der opgeslagen materialen rechtstreeks op de grond wordt overgebracht en de vertikale wanden welke de opslagvakken begrenzen de rol van keermuren spelen.

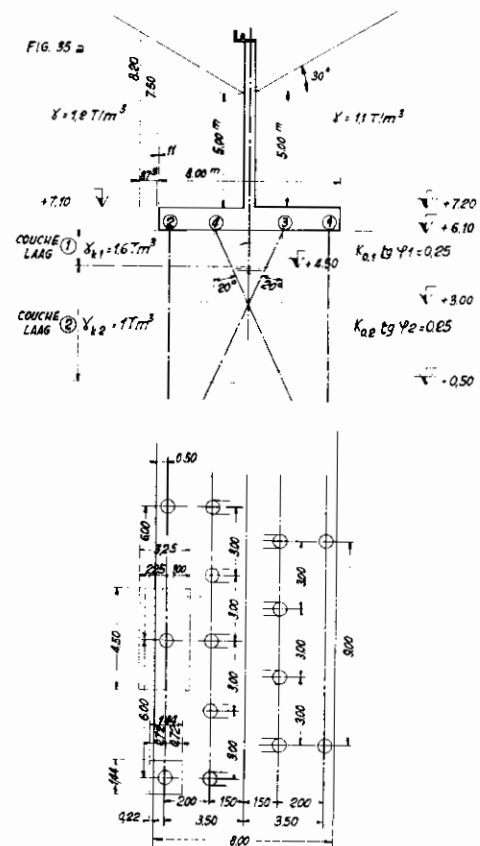


Fig. 35a

De fig. 35a stelt een dwarsdoorsnede van zulk een muur voor die op de terreinen van de Badische Anilin- und Sodafabrik A. G. te Zandvliet (Antwerpen) werd gebouwd. De muur heeft een hoogte van 7,70 m boven het maaiveld dat op het peil + 7,20 is gelegen. Ter plaatse van de muur kunnen de materialen aan beide kanten worden opgeslagen tot op 5,00 m boven het maaiveld.

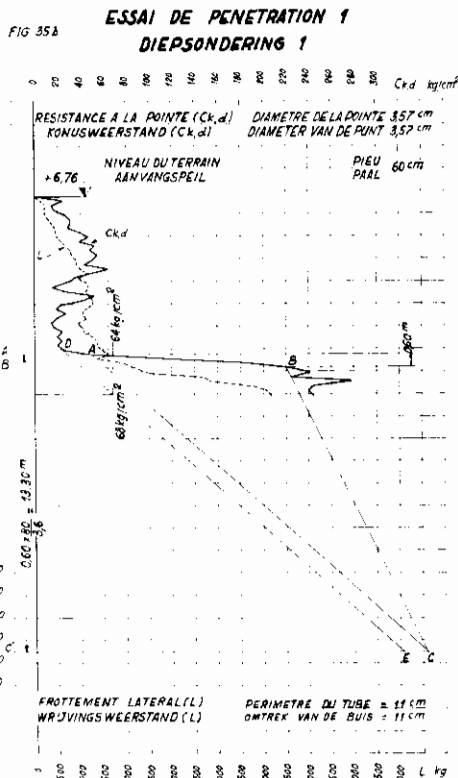


Fig. 35b

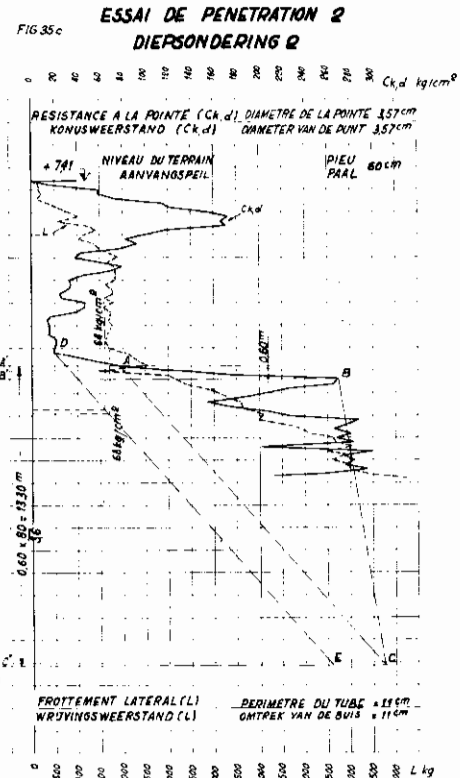


Fig. 35c

De taludhelling van de opgeslagen materialen bedraagt ongeveer  $30^\circ$ . Hun respectievelijke dichtheden bedragen 1,2 en  $1,1 \text{ t/m}^3$ .

Het oorspronkelijke natuurlijke terrein bevindt zich omstreeks het peil + 3,00. Het terrein werd door een hydraulische aanvulling opgehoogd tot op ongeveer het peil + 7,00.

Op de figuren 35b en c worden de diagrammen weergegeven van twee, korte tijd na het uitvoeren van de hydraulische aanvulling uitgevoerde diepsonderingen. Deze diagrammen tonen aan dat onder de hydraulische aanvullingslaag met hoge tot middelgrote pakkingsdichtheid de samendrukbare polderlaag zich uitstrekt tot omstreeks het peil 0, terwijl men onder deze laag een zeer dichtgepakte zandlaag vindt.

Uit deze gegevens volgt dat de wanden die de silo's begrenzen, op palen dienen te worden gefundeerd, dat de basis van deze palen tot in de zeer vastgepakte zandlaag dienen te worden geheid en dat met de negatieve kleeft op de palen evenals met hun buiging rekening dient te worden gehouden.

Ingevolge de belangrijkheid van de door de verticale wanden op te nemen horizontale krachten kon men schuine palen niet vermijden.

Het palenraster onder de zool van de muur werd zodanig voorzien (zie fig. 35a) dat in de aanvullings- en polderlagen de schuine palen zo dicht mogelijk bij het centrum van de zool zijn gelegen. Aldus werd de buiging ingevolge de zakkings van de grond tot een minimum beperkt.

Op de fig. 35d werden enerzijds de belastingen overgebracht per strekkende meter door de bovenbouw op het peil van de zoolbasis en anderzijds de langsdrukkkrachten in de palen, berekend volgens

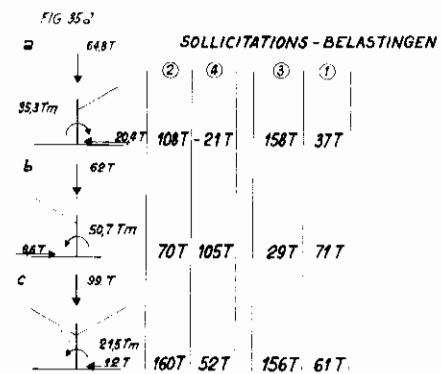


Fig. 35d

de methode van Nökkentved voor de belastingen door de bovenbouw voor de gekozen schikking der palen, aangeduid.

Er werden Franki-palen met een schachtdiameter van  $D = 0,60 \text{ m}$  voorzien.

#### a) Negatieve kleeft

##### α) Palen uit de rij (2) (fig. 35a)

De berekening van de negatieve kleeft werd eerst uitgevoerd voor een paal uit de rij (2).

Steunend op de resultaten van de diepsonderingen en er rekening mee houdend dat de aanwezigheid van een kanaaldok nabij de silo's een verhoging van het freatische oppervlak in de grond tot omstreeks het peil + 4,50 zal tot gevolg hebben, werd geoordeeld dat de negatieve kleeft voor de twee volgende lagen diende te worden berekend :

Eerste laag : van + 6,10 tot + 4,50, gekenmerkt door

$$h_1 = 6,10 - 4,50 = 1,60 \text{ m}$$

$$\gamma_{k,1} = 1,6 \text{ t/m}^3$$

$$K_{o,1} \text{ tg } \varphi_1 = 0,25$$

Tweede laag : van + 4,50 tot - 0,50, gekenmerkt door

$$h_2 = 4,50 + 0,50 = 5 \text{ m}$$

$$\gamma_{k,2} = 1 \text{ t/m}^3$$

$$K_{o,2} \text{ tg } \varphi_2 = 0,25$$

Eerste laag

Term  $F_{n,o,1}$  :

- Lengte :  $a = 6 \text{ m}$

$$0,9 \times h_1 = 0,9 \times 1,6 = 1,44 \text{ m}$$

minimum : 1,44 m

- Breedte :

$$\text{buiten kant : } 0,9 \times \frac{h_1}{2} = 0,9 \times \frac{1,6}{2} = 0,72 \text{ m}$$

binnen kant :

- halve afstand tussen de rijen (2) en (4) :

$$\frac{2,00}{2} = 1,00 \text{ m}$$

$$- 0,9 \times \frac{h_1}{2} = 0,72 \text{ m}$$

- minimum : 0,72 m

- men dient te beschouwen :

$$b = 0,72 + 0,72 = 1,44 \text{ m}$$

- belast (vanaf de rand van de zool) :

$$0,72 - 0,50 = 0,22 \text{ m}$$

- De oppervlakte waarop theoretisch de zijdelingse bovenbelasting werkt bedraagt :

$$A_{o,1} = 1,44 \times 1,44 = 2,07 \text{ m}^2$$

- In feite werkt de bovenbelasting slechts over :

$$1,44 \times 0,22 = 0,317 \text{ m}^2$$

- Op de 0,22 m breedte bedraagt de gemiddelde belasting :

$$7,5 \times 1,2 + 1,0 \times 1,6 = 10,6 \text{ t/m}^2$$

- De kracht waarvan een gedeelte door wrijving wordt opgenomen, bedraagt :

$$10,6 \times 0,317 = 3,36 \text{ t}$$

- Aangezien de zijdelingse bovenbelasting slechts over een uitwendig deel van de theoretische oppervlakte  $A_{o,1} = 2,07 \text{ m}^2$ , met de as van de paal als middelpunt, werkt, zal men voor de negatieve kleef een waarde verkrijgen die aan de kant van de zekerheid is gelegen door aan te nemen dat de kracht van 3,36 t gelijkmatig is verdeeld op de oppervlakte  $A_{o,1} = 2,07 \text{ m}^2$ , dit wil zeggen dat men aanneemt :

$$p_o = \frac{3,36}{2,07} = 1,62 \text{ t/m}^2$$

$$\frac{A_{o,1}}{D h_1} = \frac{2,07}{0,6 \times 1,60} = 2,16$$

$$\frac{F_{n,o,1}}{A_{o,1} p_o} = 0,31 \text{ (zie fig. 2)}$$

$$F_{n,o,1} = 0,31 \times 2,07 \times 1,62 = 1,04 \text{ t.}$$

Term  $F_{n,\gamma,1}$  :

$$\text{Lengte : } 0,45 h_1 = 0,45 \times 1,6 = 0,72 \text{ m}$$

$$\text{Breedte : } 0,45 h_1 = 0,45 \times 1,6 = 0,72 \text{ m}$$

$$A_{\gamma,1} = 0,72 \times 0,72 = 0,52 \text{ m}^2$$

$$\frac{A_{\gamma,1}}{D h_1} = \frac{0,52}{0,6 \times 1,60} = 0,54$$

$$\frac{F_{n,\gamma,1}}{A_{\gamma,1} \gamma_{k,1} h_1} = 0,50 \text{ (fig. 3)}$$

$$F_{n,\gamma,1} = 0,5 \times 0,52 \times 1,6 \times 1,6 = 0,67 \text{ t}$$

$$F_{n,1} = F_{n,o,1} + F_{n,\gamma,1} =$$

$$1,040 + 0,67 = 1,71 \text{ t}$$

Tweede laag :

Term  $F_{n,o,2}$

Lengte (fig. 35a) :

$$a = 6 \text{ m}$$

$$0,9 \times h_2 = 0,9 \times 5 = 4,50 \text{ m}$$

minimum : 4,50 m

Breedte (fig. 35a) :

$$\text{buiten kant : } 0,9 \times \frac{h_2}{2} = 0,9 \times \frac{5}{2} = 2,25 \text{ m}$$

binnen kant : halve afstand tussen de rijen (2) en (4)

$$\frac{2,00}{2} = 1,00 \text{ m}$$

$$0,9 \times \frac{h_2}{2} = 2,25 \text{ m}$$

minimum : 1,00 m

$$\text{Men dient te beschouwen : } b = 2,25 + 1,00 = 3,25 \text{ m}$$

De oppervlakte waarop theoretisch de zijdelingse bovenbelasting werkt :

$$A_{o,2} = 4,50 \times 3,25 = 14,65 \text{ m}^2$$

In feite werkt de bovenbelasting slechts over :

$$4,50 \times (2,25 - 0,50) = 7,87 \text{ m}^2$$

De gemiddelde bovenbelasting op deze oppervlakte bedraagt (zie fig. 35a) op het peil + 4,50 :

$$8,20 \times 1,2 + 2,60 \times 1,6 = 14,0 \text{ t/m}^2$$

De over het oppervlak  $A_{o,2}$  te verdelen kracht bedraagt dus :

zonder invloed van de negatieve kleef tot op het peil + 4,50 :

$$14 \times 7,87 = 110 \text{ t}$$

en rekening houdend met de negatieve kleef op de paal tussen + 6,10 en + 4,50

$$110 - 1,71 = 108,3 \text{ t}$$

$$(p_o)_2 = \frac{108,3}{14,65} = 7,42 \text{ t/m}^2$$

$$\frac{A_{o,2}}{D h_2} = \frac{14,65}{0,6 \times 5} = 4,89$$

$$\frac{F_{n,o,2}}{A_{o,2} (p)_2} = 0,147 \text{ (fig. 2)}$$

$$F_{n,o,2} = 0,147 \times 14,65 \times 7,42 = 16 \text{ t}$$

Term  $F_{n,\gamma,2}$  :

$$\text{Lengte : } 0,45 h_2 = 0,45 \times 5 = 2,25 \text{ m}$$

Breedte (zie fig. 35a) :

$$\text{buitenkant : } 0,45 \times \frac{h_2}{2} = 0,45 \times \frac{5}{2} = 1,125 \text{ m}$$

binnenkant : halve afstand tussen de rijen (2) en (4) op het peil + 4,50

$$\frac{2,74}{2} = 1,37 \text{ m}$$

$$0,45 \frac{h_2}{2} = 1,125 \text{ m}$$

$$\text{minimum : } 1,125 \text{ m}$$

Men dient te beschouwen :  $1,125 + 1,125 = 2,25 \text{ m}$

$$A_{\gamma,2} = 2,25 \times 2,25 = 5,07 \text{ m}^2$$

$$\frac{A_{\gamma,2}}{D h_2} = \frac{5,07}{0,6 \times 5} = 1,685$$

$$\frac{F_{n,\gamma,2}}{A_{\gamma,2} \gamma_{k,2} h_2} = 0,185 \text{ (fig. 3)}$$

$$F_{n,\gamma,2} = 0,185 \times 5,07 \times 1,0 \times 5 = 4,67 \text{ t}$$

$$F_{n,2} = F_{n,o,2} + F_{n,\gamma,2} = 16,0 + 4,67 = 20,67 \text{ t}$$

Negatieve kleef :

$$F_n = F_{n,1} + F_{n,2} = 1,71 + 20,67 = 22,38 \text{ t}$$

### (3) Palen uit de rij (1)

Voor de palen van de rij (1) bestaat het enige verschil met de berekening voor de palen van de rij (2) in de dichtheid van het opgeslagen materiaal :  $1,1 \text{ t/m}^3$  in plaats van  $1,2 \text{ t/m}^3$ , zodat men kan schrijven :

Eerste laag :

Gemiddelde bovenbelasting over 0,22 m (zie fig. 35a)

$$p_o = \frac{0,317}{2,07} \times (7,5 \times 1,1 + 1,1 \times 1,6) = 1,535 \text{ t/m}^2$$

$$F_{n,o,1} = \frac{1,535}{1,62} \times 1,04 = 0,99 \text{ t}$$

$$F_{n,\gamma,1} = 0,67 \text{ t}$$

$$F_{n,1} = F_{n,o,1} + F_{n,\gamma,1} = 0,99 + 0,67 = 1,66 \text{ t}$$

Tweede laag :

Gemiddelde bovenbelasting over 1,75 m (zie fig. 35a) op het peil + 4,50

$$8,1 \times 1,1 + 2,70 \times 1,6 = 13,2 \text{ t/m}^2$$

$$(p_o)_2 = \frac{13,2 \times 7,87 - 1,66}{14,65} = 7 \text{ t/m}^2$$

$$F_{n,o,2} = \frac{7}{7,42} \times 16 = 15,1 \text{ t}$$

$$F_{n,\gamma,2} = 4,7 \text{ t}$$

$$F_{n,2} = 15,1 + 4,7 = 19,8 \text{ t}$$

$$F_n = F_{n,1} + F_{n,2} = 1,66 + 19,8 = 21,5 \text{ t}$$

### (4) Palen der rijen (3) en (4)

Op het eerste gezicht zou men kunnen denken dat de palen der rijen (3) en (4) enkel onderworpen zijn aan de met de as van deze palen evenwijdige komponente van de negatieve kleef  $F_{n,\gamma}$  voortkomend van de zakking van de grond en berekend voor verticale palen, dit is :

$$(0,67 + 4,67) \cos 20^\circ = 5,05 \text{ t}$$

Deze berekening houdt geen rekening met het feit dat wanneer de dwarse verplaatsing van de paal kleiner is dan de normaal op de paalas gemeten komponente van de zakking van de grond, de resulterende van de gronddrukken op de paal en dus ook de negatieve kleef toeneemt.

Om deze reden heeft men gemeend dat in eerste benadering de wrijving op de palen van de rijen (3) en (4) de helft van de wrijving op de palen van de rij (2) kon bereiken, hetzij :

$$F_{n,1} = 0,85 \text{ t}$$

$$F_{n,2} = 10,34 \text{ t}$$

$$F_n = F_{n,1} + F_{n,2} = 11,19 \text{ t hetzij } 11,2 \text{ t}$$

### b) Buigmomenten

Gelet op de resultaten der diepsonderingen (fig. 35b en c) heeft men aangenomen dat de actieve horizontale krachten op de palen optraden in de polderlaag begrepen tussen de peilen + 3,00 en - 0,50 (fig. 36a).

De buiging in de palen is maximum wanneer het opslaan slechts aan één zijde van de verticale wand plaatsvindt.

Wanneer het opslaan gelijktijdig aan beide zijden plaatsvindt, zou er in principe geen buiging dienen te worden beschouwd in het geval dat het grondoppervlak rechtstreeks over de totale uitgestrektheid door het opslagmateriaal was belast. De afscherming veroorzaakt door de zool van de verticale wand veroorzaakt echter in horizontale richting een drukingsgradiënt, zodat een zekere horizontale vervorming van het gedeelte van de rechtstreeks onder het opgeslagen materiaal gelegen slappe laag naar de zone gelegen onder de zool hiervan het gevolg kan zijn. Deze horizontale vervorming zal des te belangrijker zijn naarmate de zool breder is.

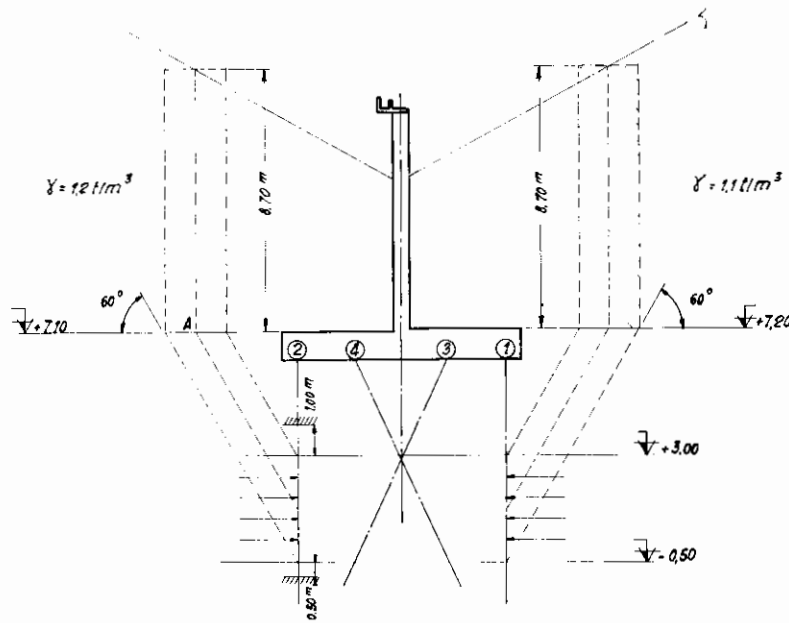


Fig. 36a

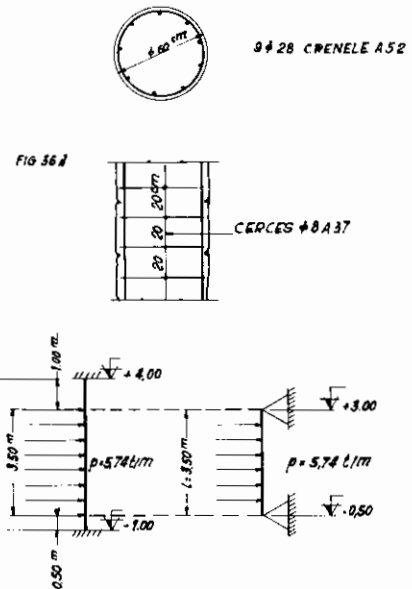


Fig. 36b

Om met dit verschijnsel rekening te houden en ondermeer met het feit dat de breedte van de zool 8,00 m is, dit is meer dan het dubbel van de dikte (3,50 m) van de laag waarin de horizontale vervormingen worden verwacht, neemt men à priori aan dat in het geval dat het opslaan gelijktijdig aan de beide zijden van de wand plaatsvindt, het buigmoment in de palen van de rijen (2) en (1) kon worden verminderd tot 75 % van de waarde die wordt berekend voor het geval dat het opslaan slechts aan één zijde van de verticale wand gebeurt. Daarbij heeft men in dit geval aangenomen dat de optredende krachswerking als een uitzonderlijk geval kan worden beschouwd, wat tot gevolg heeft dat men in de palen hogere spanningen dan bij normale belastingsgevallen kan toelaten.

Het is zonder meer duidelijk dat de wijze van opslaan en namelijk het alternatief opslaan aan een zijde van de verticale wand of het opslaan tot ongeveer dezelfde hoogte ter weerszijden van de wand, een aanmerkelijke invloed heeft op de horizontale drukken en derhalve op de buigmomenten die op de palen zullen inwerken. Er werd dan ook voorzien :

- de berekening van de inwendige spanningen in de palen te maken voor drie onderscheiden gevallen : twee gevallen met een maximaal opslaan aan één enkele zijde en het geval van gelijktijdig maximaal opslaan aan beide zijden van de verticale wand;
- en de wapening der palen te bepalen uitgaande van het minst gunstige geval.

#### a) Palen van de rij (1)

De berekening van het buigmoment werd eerst uitgevoerd voor de palen van de rij (1) onder aanname van een maximale opgeslagen voorraad aan één enkele zijde.

Ingevolge de helling waaronder het opgeslagen materiaal zich instelt werd aangenomen dat de zijdelingse druk  $p$  die in de berekening dient te worden ingevoerd, gelijk was aan de hoogte van de zijdelingse bovenbelasting in het punt A van het grondoppervlak, gelegen op een rechte welke

een hoek van  $60^\circ$  maakt met de horizontale welke door het midden van de samendrukbare laag wordt getrokken (fig. 36a).

In dit geval heeft men :

$$p_\ell = 1,1 \times 8,7 = 9,57 \text{ t/m}^2$$

$$p_h = p_\ell = 9,57 \text{ t/m}^2$$

De berekening van het buigmoment in de paal kan als volgt gebeuren :

- Hypothese van een dubbel ingeklemde paal in boven- en onderlaag (fig. 36b)

$$\ell = (3,00 + 0,50) + 1,00 + 1,50 = 5,00 \text{ m}$$

Belasting per strekkende meter op de paal :

$$p = p_h D = 9,57 \times 0,60 = 5,74 \text{ t/m}$$

Uit de tabellen van de toegepaste mechanica kan het maximumbuigmoment  $M_1$  van een dubbel ingeklemde balk met lengte  $\ell = 5,00 \text{ m}$  en belast met een verdeelde belasting van  $5,47 \text{ t/m}$  over een lengte van  $3,50 \text{ m}$  worden afgeleid.

Men vindt :

$$M_1 = 10,96 \text{ tm}$$

- Hypothese van de aan de boven- en onderkant van de samendrukbare laag vrij opgelegde paal (fig. 36c)

$$\ell = 3,00 + 0,50 = 3,50 \text{ m}$$

Belasting per strekkende meter op de paal :

$$p = 5,74 \text{ t/m}$$

Maximum buigmoment  $M_2$  in het geval van een aan beide uiteinden vrij opgelegde gelijkmatig belaste balk met  $p = 5,74 \text{ t/m}$

$$M_2 = \frac{p \ell^2}{8} = \frac{5,74 \times 3,50^2}{8} = 8,82 \text{ tm}$$

Het in aanmerking te nemen buigmoment  $M$  van de paal is de hoogste waarde van  $M_1 = M_2$  of in beschouwd geval :

$$M = M_1 = 10,96 \text{ tm}$$

In het geval van een maximale opgeslagen voorraad aan beide zijden van de wand wordt een buigmoment van

$$0,75 \times 10,96 = 8,22 \text{ tm}$$

beschouwd.

### β) Palen van de rij (2)

De berekeningsvoorwaarden zijn, op de dichtheid van het opgeslagen materiaal na, dezelfde als deze welke bij de berekening van de buigmomenten van de palen van de rij (1) optraden.

Daaruit volgt dat men, in het geval van een maximale opgeslagen voorraad aan één zijde van de verticale wand een buigmoment vindt van

$$\frac{1,2}{1,1} \times 10,96 = 11,95 \text{ tm},$$

en in het geval van een maximale opgeslagen voorraad aan beide zijden van de wand

$$\frac{1,2}{1,1} \times 8,22 = 8,97 \text{ tm}$$

### γ) Palen van de rijen (3) en (4)

De schuine palen van de rijen (3) en (4) gaan door de slappe laag op ongeveer 3 en 4 m van de rand van de zool. Hierdoor ondergaan zij, onder de invloed van de horizontale vervormingen in de slappe laag, agerende drukken en derhalve ook buigmomenten die aanmerkelijk kleiner zijn dan die van de verticale palen van de rijen (2) en (1) die aan de buitenrand van de zool zijn gelegen.

Anderzijds ondergaan de palen der rijen (3) en (4), door het feit dat zij hellend zijn, bijkomende gronddrukken en derhalve ook bijkomende buigmomenten ten gevolge van de zakking van de grond door dewelke zij werden geheild.

De zakking van de grond onder de zool is des te kleiner naarmate het beschouwde punt zich dichterbij het midden van deze zool bevindt.

Het is juist om zoveel mogelijk de dwarse gronddrukken en derhalve de op de schuine palen aangrijpende buigmomenten te verminderen, dat deze volgens het op de figuren 35a en 36a gegeven palenplan werden geplaatst, zodanig dat zij zo dicht mogelijk bij het midden van de zool zijn gelegen.

In de huidige stand der zaken is het onmogelijk, zij het ook maar bij grove benadering, de agerende drukken en bijgevolg de buigmomenten in de palen der rijen (3) en (4) te bepalen.

Men heeft, bij gebrek aan beter, aangenomen de palen der rijen (3) en (4) bij normale belastingsgevallen van een buigmoment gelijk aan 75% en in uitzonderlijke belastingsgevallen van een buigmoment gelijk aan 100 % van het buigmoment in de naaststaande palen van de rij (2) te voorzien.

Daarbij heeft men beslist een bewapening te voorzien die ten minste gelijk is aan deze welke in de verticale palen van de rijen (1) en (2) nodig is.

Onder deze voorwaarden heeft men, in het geval van een maximale opgeslagen voorraad aan één enkele zijde van de verticale wand, bij normale belastingsgevallen een buigmoment van  $0,75 \times 11,95 = 8,97 \text{ tm}$  en bij uitzonderlijke belastingsgevallen van  $1,00 \times 11,95 = 11,95 \text{ tm}$  aangenomen.

In het geval van een maximale opgeslagen voorraad aan de beide zijden van de wand bedraagt het beschouwde buigmoment  $0,75 \times 11,95 = 8,97 \text{ tm}$  en wordt als een uitzonderlijk belastingsgeval beschouwd.

### c) Spanningen in de palen

In tabel A heeft men voor de drie beschouwde en op fig. 35d geschematizeerde belastingsgevallen en voor de palen der verschillende rijen overzichtelijk aangegeven :

- de door de bovenbouw overgebrachte langskrachten,
- de waarden van de negatieve kleeft in de twee in de berekening beschouwde lagen,
- de in beschouwing te nemen buigmomenten hetzij bij normale belastingsgevallen, hetzij bij uitzonderlijke belastingsgevallen.

De palen werden als volgt bewapend :

in langsrichting : 9 staven van 28 mm in geribd staal, klasse 4, in dwarsrichting cirkelvormige beugels van 8 mm om de 20 cm. De langsbewapening stemt overeen met een staalpercentage van 1,96 %.

Figuur 36d toont een dwarsdoorsnede en een langsdoorsnede van de palen.

De spanningen in het beton en het staal werden met de formules van Tussenbroeck voor de samengestelde buiging voor twee gevallen voor de langskracht berekend :

- langskracht overgebracht door de bovenbouw,
- langskracht overgebracht door de bovenbouw, doch verhoogd met de berekende totale negatieve kleeft, d. i. de negatieve kleeft op het peil - 0,50.

De onder a) beschouwde langskracht stemt overeen met de minimale langskracht die in rekening moet worden gebracht; de onder b) beschouwde langskracht stemt overeen met de maximale langskracht. De berekening bij samengestelde buiging maakt het mogelijk in de twee gevallen de maximale spanningen in het staal en in het beton te bepalen.

De verkregen maximale spanningen, drukspanningen in het beton en trekspanningen in het staal, werden in tabel A opgenomen.

In tabel B werden de maximale waarden opgenomen die werden verkregen voor de drukspanningen in het beton en de trekspanningen in het staal voor al de berekende gevallen, waarbij onderscheid wordt gemaakt tussen normale en uitzonderlijke belastingsgevallen.

Men heeft in deze tabel ook de waarden van de maximale spanning opgenomen die in het beton zou optreden, indien men met de negatieve kleeft en de buigmomenten op de palen geen rekening had gehouden en men een klassieke wapening had voorzien van :

- in langsrichting : 5 staven van 18 mm in geribd staal van klasse 4. a of b (staalpercentage : 0,45 %),
- in dwarsrichting : windingen van 5 mm met een gang van 20 cm.

TABEL A

| Belastingen       | a                     |               |                    |                  |                                        |                  | b                     |               |                    |                  |                                        |                  | c                     |               |                    |                  |                                        |                  |
|-------------------|-----------------------|---------------|--------------------|------------------|----------------------------------------|------------------|-----------------------|---------------|--------------------|------------------|----------------------------------------|------------------|-----------------------|---------------|--------------------|------------------|----------------------------------------|------------------|
|                   | langekracht in ton    |               | buigmoment in tm   |                  | maximum-spanning in kg/cm <sup>2</sup> |                  | langekracht in ton    |               | buigmoment in tm   |                  | maximum-spanning in kg/cm <sup>2</sup> |                  | langekracht in ton    |               | buigmoment in tm   |                  | maximum-spanning in kg/cm <sup>2</sup> |                  |
|                   | gedeelte-lijke waarde | totale waarde | normale belas-ting | uitz. belas-ting | beton onder druk                       | beton onder trek | gedeelte-lijke waarde | totale waarde | normale belas-ting | uitz. belas-ting | beton onder druk                       | beton onder trek | gedeelte-lijke waarde | totale waarde | normale belas-ting | uitz. belas-ting | beton onder druk                       | beton onder trek |
| <b>Palen (2)</b>  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |
| -Bovenbouw        | 108                   |               |                    |                  | 35,9                                   |                  | 70                    |               |                    |                  | 66                                     | 363              | 160                   |               |                    |                  | 84,1                                   |                  |
| -Negatieve kleeft |                       |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |
| $F_{n,1}$         |                       |               |                    |                  |                                        |                  | 1,7                   |               |                    |                  |                                        |                  | 1,7                   | 182,4         |                    |                  | 91,5                                   |                  |
| $F_{n,2}$         |                       |               |                    |                  |                                        |                  | 20,7                  | 92,4          |                    |                  | 68,2                                   | 155              | 20,7                  |               |                    |                  |                                        |                  |
| -Buigmoment       |                       |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               | 11,95              |                  |                                        |                  |                       |               | 8,97               |                  |                                        |                  |
| <b>Palen (1)</b>  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |
| -Bovenbouw        | 37                    |               |                    |                  | 59,5                                   | 695              | 71                    |               |                    |                  | 23,6                                   |                  | 61                    |               |                    |                  | 46,7                                   | 106              |
| -Negatieve kleeft |                       |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |
| $F_{n,1}$         | 1,7                   |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               |                    |                  |                                        |                  | 1,7                   |               |                    |                  |                                        |                  |
| $F_{n,2}$         | 15,1                  | 53,8          |                    |                  | 59,7                                   | 450              |                       |               |                    |                  |                                        |                  | 15,1                  | 77,8          |                    |                  |                                        |                  |
| -Buigmoment       |                       |               | 10,96              |                  |                                        |                  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               | 8,22               |                  |                                        |                  |
| <b>Palen (4)</b>  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |
| -Bovenbouw        | -21                   |               |                    |                  | 42,5<br>59                             | 1590<br>1860     | 105                   |               |                    |                  | 60,4<br>70,9                           | 76,2             | 52                    |               |                    |                  | 49                                     | 280              |
| -Negatieve kleeft |                       |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |
| $F_{n,1}$         | 0,8                   |               |                    |                  |                                        |                  | 0,8                   |               |                    |                  |                                        |                  | 0,8                   |               |                    |                  |                                        |                  |
| $F_{n,2}$         | 11,2                  | -9,0          |                    |                  | 45<br>60,4                             | 1280<br>1680     | 11,2                  | 117           |                    |                  | 62,85<br>72,80                         | -<br>28,2        | 11,2                  | 64            |                    |                  | 50                                     | 168              |
| -Buigmoment       |                       |               | 8,97               | 11,95            |                                        |                  |                       |               | 8,97               | 11,95            |                                        |                  |                       |               |                    | 8,97             |                                        |                  |
| <b>Palen (3)</b>  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |
| -Bovenbouw        | 158                   |               |                    |                  | 83,5<br>94                             |                  | 29                    |               |                    |                  | 47,7<br>62,1                           | 550<br>870       | 156                   |               |                    |                  | 82,8                                   |                  |
| -Negatieve kleeft |                       |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |                       |               |                    |                  |                                        |                  |
| $F_{n,1}$         | 0,8                   |               |                    |                  |                                        |                  | 0,8                   |               |                    |                  |                                        |                  | 0,8                   |               |                    |                  |                                        |                  |
| $F_{n,2}$         | 11,2                  | 170           |                    |                  | 87,6<br>98                             |                  | 11,2                  | 41            |                    |                  | 48,6<br>63,5                           | 423<br>732       | 11,2                  | 168           |                    |                  | 87                                     |                  |
| -Buigmoment       |                       |               | 8,97               | 11,95            |                                        |                  |                       |               | 8,97               | 11,95            |                                        |                  |                       |               |                    | 8,97             |                                        |                  |

TABEL B

| Palen                                                                 | (2)                                   | (1)   | (4)   | (3)   |       |       |       |       |
|-----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Belasting                                                             | Maximumspanning in kg/cm <sup>2</sup> |       |       |       |       |       |       |       |
|                                                                       | beton                                 | staal | beton | staal | beton | staal | beton | staal |
| a) <u>Met buiging en negatieve kleeft (versterkte bewapening)</u>     |                                       |       |       |       |       |       |       |       |
| normaal                                                               | 68,2                                  | 363   | 59,7  | 695   | 62,85 | 1590  | 87,6  | 550   |
| uitsonderlijk                                                         | 91,5                                  | -     | 56    | 106   | 72,8  | 1860  | 98    | 870   |
| b) <u>Zonder buiging noch negatieve kleeft (klassieke bewapening)</u> |                                       |       |       |       |       |       |       |       |
|                                                                       | 53,1                                  | -     | 23,6  | -     | 34,9  | 1650  | 52,5  | -     |

Het onderzoek van tabel B toont aan dat, niet-tegenstaande de voorzienene zeer belangrijke wapening, de drukspanning in het beton volgende waarden kan bereiken :

87,6 kg/cm<sup>2</sup> bij normale belasting en  
98 kg/cm<sup>2</sup> bij uitzonderlijke belasting

en de trekspanning in het staal

1590 kg/cm<sup>2</sup> bij normale belasting  
1860 kg/cm<sup>2</sup> bij uitzonderlijke belasting.

Deze spanningen zijn veel hoger dan deze welke zouden zijn opgetreden :

53,1 kg/cm<sup>2</sup> bij druk in het beton

respektievelijk  
1650 kg/cm<sup>2</sup> bij trek in het staal

in de op klassieke wijze bewapende palen, indien de verschijnselen van de negatieve kleeft en de dwarsbuiging buiten beschouwing waren gelaten.

d) Lengte van de palen en aan de paalvoet te geven afmetingen

De tabel A toont aan dat men de maximumwaarde van het door de palen te leveren draagvermogen kan bepalen door de formule (54) toe te passen en de palen van de rij (2), met het belastingsgeval (c) en de palen van de rij (3) met het belastingsgeval (a) te beschouwen.

In beide gevallen vindt men inderdaad voor het grensdraagvermogen  $B_g$  der palen, door weerstand aan de basis, de waarden :

- palen (2) :  
 $B_g = 2 \times 160 + 22,4 = 342,4 \text{ t}$

- palen (3) :  
 $B_g = 2 \times 158 + 12 = 328 \text{ t}$

- maximumwaarde :  
 $B_g = 342 \text{ t}$

De door de eerste auteur van onderhavige studie<sup>2</sup> voorgestelde methode werd toegepast voor het geval van twee beschikbare diepsonderdiagrammen (fig. 35b en c) om de diepte te bepalen tot dewelke de Franki-palen dienden te worden geheid.

Wanneer de diepsondeerconus in het vastgepakte zand dringt, vindt men een quasi rechtlijnig diagram AB van de conusweerstand over een diepte  $A'B' = 0,60$  m.

Aangezien de voorziene Franki-palen een schachtdiameter van 60 cm hadden, neemt men aan dat onder normale uitvoeringsvoorwaarden (\*) de diameter van de paalvoet tenminste  $60 + 2 \times 10 = 80$  cm bedraagt. Ingevolge het in de publikatie<sup>2</sup> beschreven schaal-effekt kan men met de in het punt B, door de diepsondering gegeven puntweerstand voor een dergelijke diameter slechts rekenen vanaf een diepte C' gegeven door :

$$A'C' = A'B \times \frac{80}{3,6} \text{ cm} = 0,60 \times \frac{80}{3,6} = 13,30 \text{ m}$$

3,6 cm zijnde de diameter van de gebruikte conus.

Men houdt rekening met de uit een toeneming van de diepte voortvloeiende verhoging van de vertikale spanningen door aan te nemen dat de conusweerstand op de diepte C gegeven is door het punt C, inplaats van B, waarbij BC de wet van de gemiddelde toeneming van de bij de diepsondering in functie van de diepte gemeten conusweerstand voorstelt.

Derhalve werd aangenomen dat voor een diepsondering met een conusdiameter van 80 cm het diagram van de conusweerstand in functie van de diepte door de rechte AC zou zijn gegeven. Dit geldt in zover de conusweerstand van de grond boven AA' gemiddeld gelijk is aan deze overeenstemmend met het punt A.

Indien dit niet het geval is, zal men om veiligheidsredenen een evenwijdige DE aan AC trekken, waarbij wordt rekening gehouden met de geringere conusweerstand die in de lagen boven AA' werden opgemeten.

Derhalve stelt de rechte DE het gemiddelde conusweerstandsdiaqram van een diepsondering met een conus van 0,80 m diameter in functie van de diepte voor, of ook de weerstand aan de basis van een paal met dezelfde diameter.

De hierboven beschreven afleidingen werden op de fig. 35b en c weergegeven voor het geval der diepsonderingen (1) en (2).

Aangezien het grensdragvermogen der palen door weerstand aan de basis 342 ton moet bedragen, hetgeen overeenstemt met

$$\frac{342.000}{\frac{\pi}{4} \times 80^2} = 68 \text{ kg/cm}^2,$$

zal het nodig zijn de voerbuis voor het vormen van de Franki-palen in te heien tot ten minste het peil (zie fig. 35 b en c)

- 2,00 ter plaatse van de proef (1), hetzij 1,90 m in de zeer vastgepakte zandlaag,
- 2,90 ter plaatse van de proef (2), hetzij 2,70 m in deze laag.

(\*) In weinig of middelmatig dichtgepakte gronden met zandkarakter, of in leem- of kleigronden, maakt de door Franki gevolgde uitvoeringsmethode het mogelijk paalvoeten met grote diameter te vormen die de meter kunnen overtreffen.

Indien men geen rekening had moeten houden met de negatieve kleeft, ware de maximumbelasting op de palen 160 ton geweest (zie tabel A), waarmee een grensdragvermogen door weerstand aan de basis  $2 \times 160 = 320$  t overeenstemt, hetzij een eenheidsdrukdruk van

$$\frac{320.000}{\frac{\pi}{4} \times 80^2} = 64 \text{ kg/cm}^2$$

en had men de voerbuisen voor het vormen der Franki-palen slechts hoeven te heien tot ten minste de peilen :

- 1,85 ter plaatse van de proef (1), hetzij 1,75 m in de zeer vastgepakte zandlaag,
- 2,70 ter plaatse van de proef (2), hetzij 2,50 m in deze laag.

Men ziet dat in het onderhavig geval het bestaan van een negatieve kleeft een verlenging van de palen heeft vereist van :

- 0,15 m ter plaatse van de proef (1),
- 0,20 m ter plaatse van de proef (2).

#### e) Invloed van de verschijnselen van negatieve kleeft en dwarsbuiging der palen op de belangrijkheid van de fundering

Het voorgaande voorbeeld heeft aangetoond dat in het geval van de beschouwde silomuur de verschijnselen van de negatieve kleeft en de buiging der palen heeft geleid tot het voorzien van een langsbewapening van 9 staven van 28 mm, wat met een wapeningspercentage van 1,96 % overeenstemt, terwijl men zich, in het geval dat men met deze verschijnselen geen rekening had gehouden, had kunnen tevreden stellen met 5 staven van 18 mm, wat overeenstemt met een wapeningspercentage van 0,45 %.

De overlengten der palen die het gevolg zijn van het verschijnsel van de negatieve kleeft, zijn in het beschouwde geval betrekkelijk weinig belangrijk : 0,15 en 0,20 m per paal.

Er dient te worden aan herinnerd dat de algemene opvatting van de muur en van het palenplan met het oog op een vermindering tot een minimum van de buigbelastingen der palen werd gekozen.

#### Tweede voorbeeld : Funderingspalen van een bruggenlandhoofd

Een der bruggen in het wegencomplex aan de uitgang linkeroever van de Kennedytunnel leidt de autoweg E3 te Antwerpen over de toegangsweg en de spoorweg naar de tunnel welke op deze plaats op ongeveer het peil + 4,30 liggen (fig. 37a en b). De bovenbaan ligt ter plaatse van het landhoofd I ongeveer op het peil + 10,84 en ter plaatse van het landhoofd II op + 11,38.

Het gaat om een schuine brug met gebogen as; de hoek met de autowegrichting varieert van ongeveer 62° tot 75°.

De landhoofden zijn van het hooggelegen type, waarbij het peilverschil wordt overbrugt door een ophogingstalud in de uiterste overspanningen. Deze taluds zijn onder 1 : 1,5 geprofileerd en voorzien van een tussenberm.

Fig. 37a

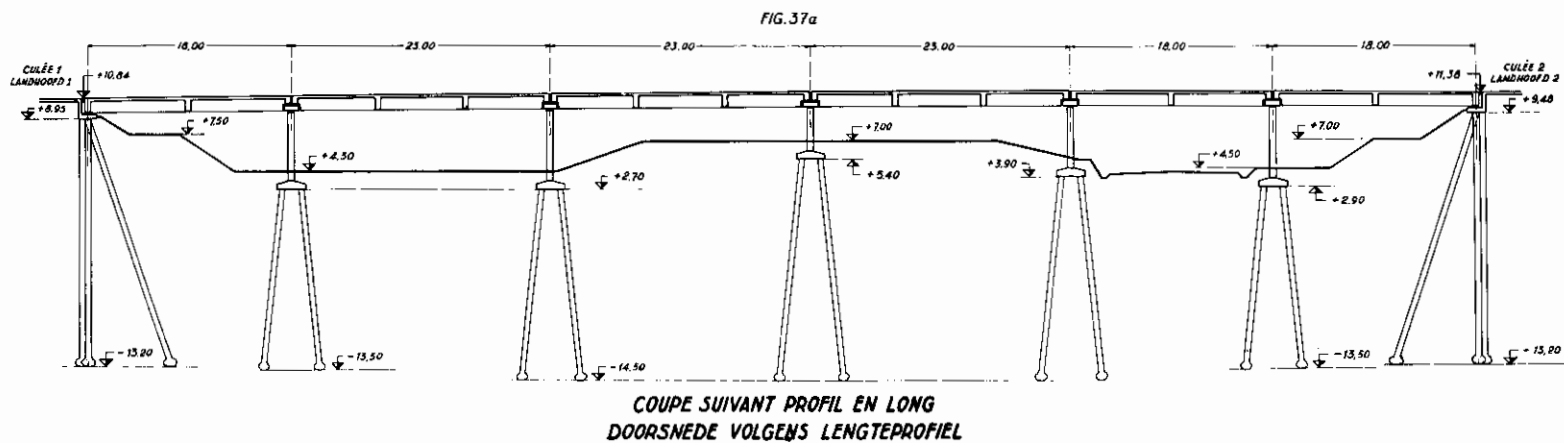
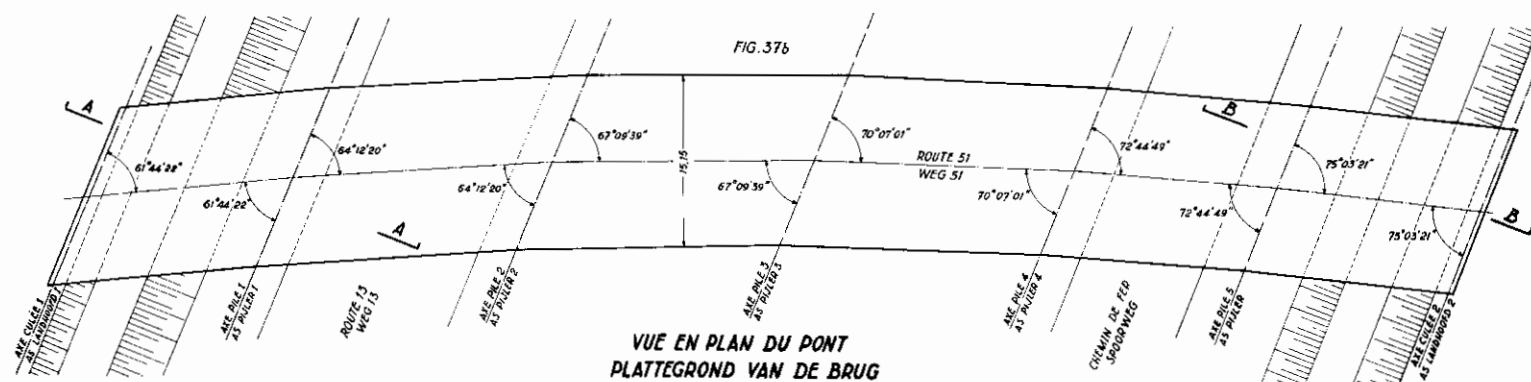


Fig. 37b



**COUPE A-A  
SNEDE A-A**

FIG. 38a

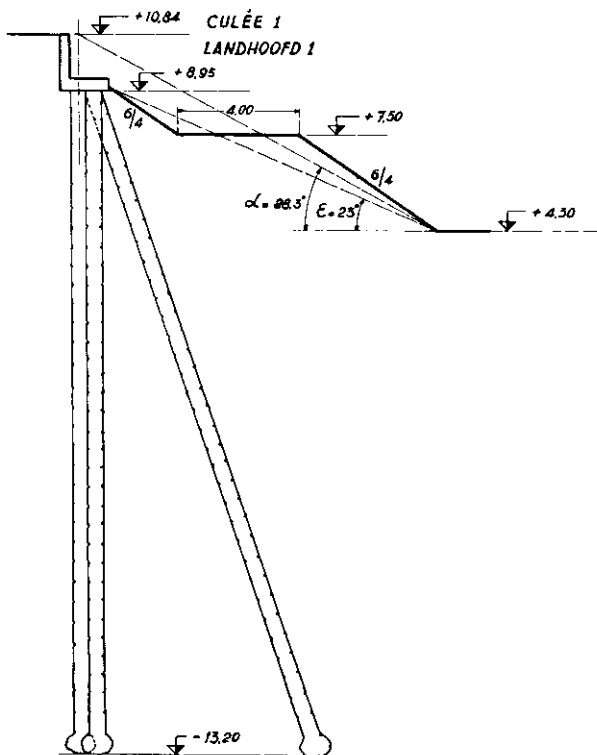


Fig. 38a

**COUPE B-B  
SNEDE B-B**

FIG. 38b

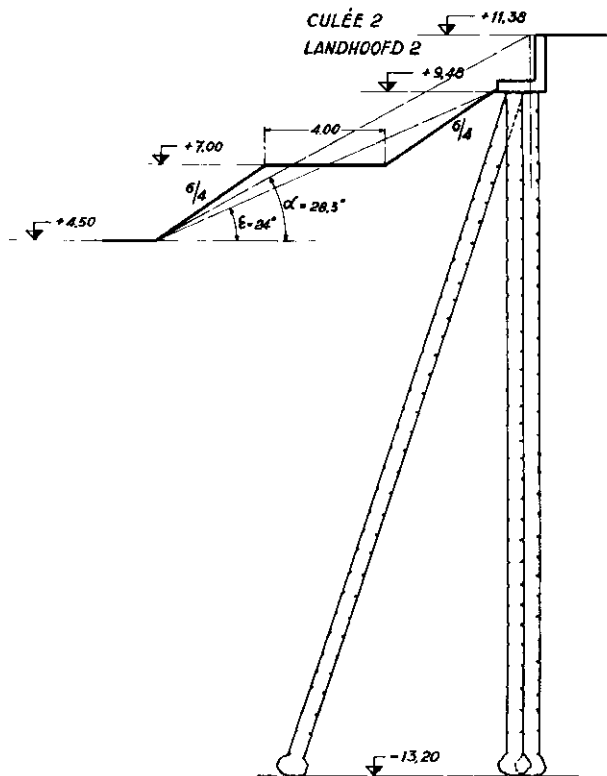
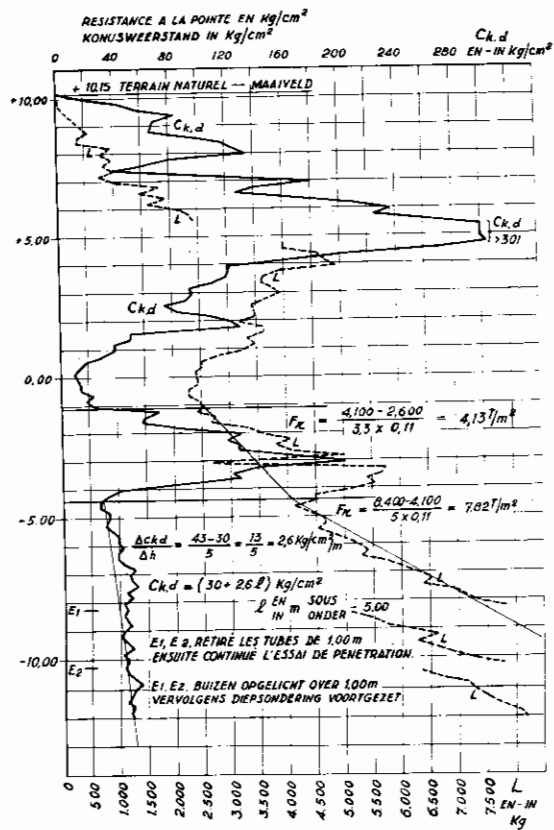
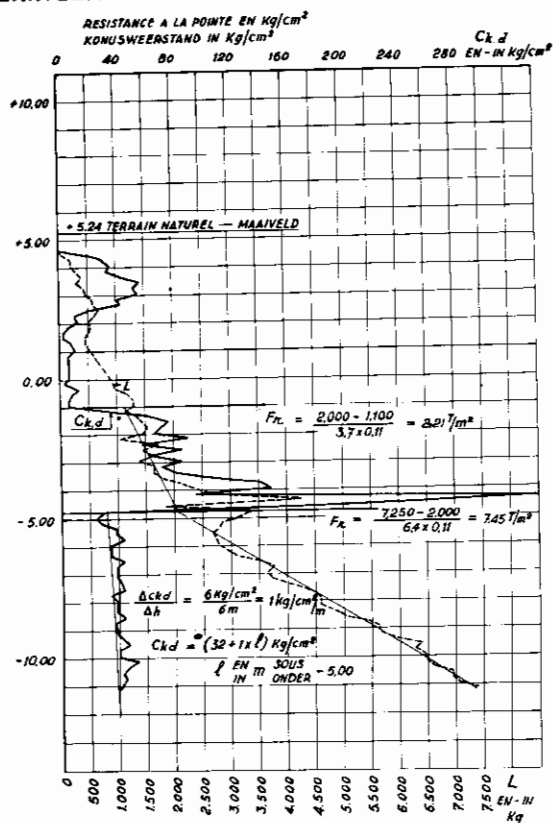


Fig. 38b

# ESSAIS DE PENETRATION DIEPSONDERINGEN

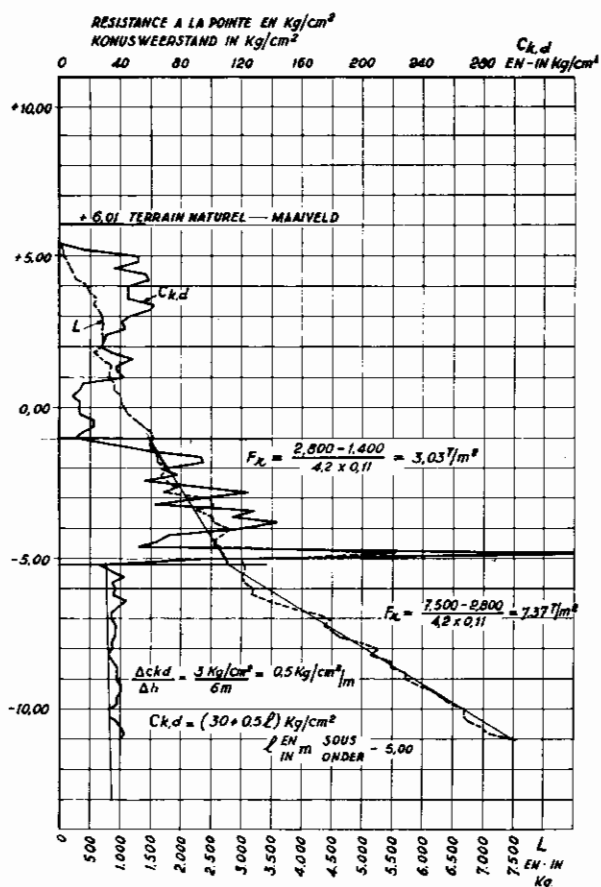
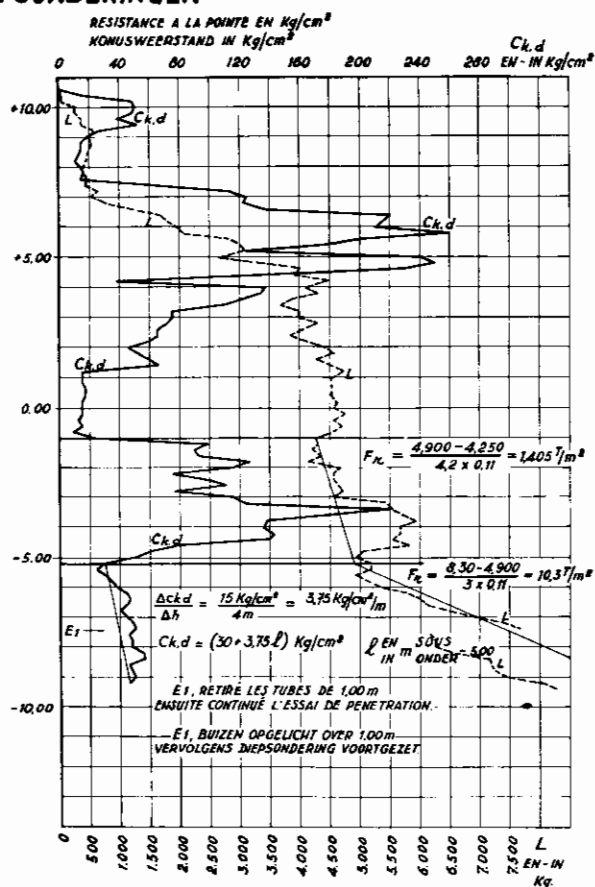


----- FROTTEMENT LATERAL  
WRUWINGSWEERSTAND (L)

PERIMETRE DU TUBE = 11 cm  
OMTREK VAN DE BUIS = 11 cm

Fig. 38c

# ESSAIS DE PENETRATION DIEPSONDERINGEN



----- FROTTEMENT LATERAL  
WRUWINGSWEERSTAND (L)

PERIMETRE DU TUBE = 11 cm  
OMTREK VAN DE BUIS = 11 cm

Fig. 38d

Aan de kant van het landhoofd I vormt het gemiddeld talud een hoek  $\xi = \beta = 23^\circ$  met de horizontale; kant landhoofd II, eveneens met  $\xi = \beta = 24^\circ$ .

Om een beslissing te nemen inzake funderingen beschikte men vóór het uitvoeren der ophogingen over de resultaten van twee diepsonderingen - A en B - die op een zekere afstand van de twee landhoofden werden uitgevoerd. De diagrammen van deze proeven zijn weergegeven op de fig. 38c en d.

Bovendien werden twee diepsonderingen uitgevoerd vanaf de kruin der ophogingen, respectievelijk ter plaatse van de twee landhoofden. De proefdiagrammen zijn insgelijks op de fig. 38c en d weer- gegeven.

Uit de proefdiagrammen volgt dat men onder een door de band dichtgepakte ophoging achtereenvolgens heeft :

- een slappe polderlaag welke tussen de peilen + 1,50 en - 1,00 wordt gevonden,
- een laag dichtgepakt zand die zich uitstrekt tot op een peil begrepen tussen - 4,50 en - 5,20,
- een laag vaste klei.

De voorhanden geologische gegevens tonen aan dat de twee laatstgenoemde lagen van tertiaire ouderdom zijn, de zandlaag behoort tot het Bolderiaan en de kleilaag aan de Rupeliaanse formatie (Boomse klei). De kleilaag strekt zich uit over een dikte van ten minste een vijftigtal meters.

Steunend op de proeven A en B werd een fundering op Franki-palen voorzien die tot in de Boomse klei worden geheid.

De aanwezigheid van de samendrukbare polderlaag en het feit dat het een landhoofd betreft dat aan de rand van een grondnivellatie ligt, toont aan dat het nodig is met de negatieve kleeft en de mogelijkheid van een buigingsbelasting op de palen rekening te houden.

Om deze redenen heeft men ook naar de ophogingen toe gehelde palen uitgesloten.

Het Studiebureau dat met de berekening van de bovenbouw van de brug belast was, heeft medegedeeld dat de axiale last vanwege de bovenbouw maximum 70 ton per paal bedraagt.

Men heeft daarbij aangenomen dat de minimumwaarde van de orde van grootte van de helft van deze waarde was, hetzij 35 ton.

Franki-palen met een schachtdiameter van  $D = 0,52$  m werden gekozen.

#### a) Negatieve kleeft

De berekening van de negatieve kleeft werd uitgevoerd voor een hoekpaal van het landhoofd II (fig. 38e).

Gelet op de algemene terreintoestand voorgesteld op de figuren 37a en b en rekening houdend met de benaderende gegevens betreffende het freatische oppervlak dat op het ogenblik van de uitvoering van de diepsonderingen werd opgemeten, heeft men aangenomen dat het freatische oppervlak zich bevindt op het peil + 4,00.

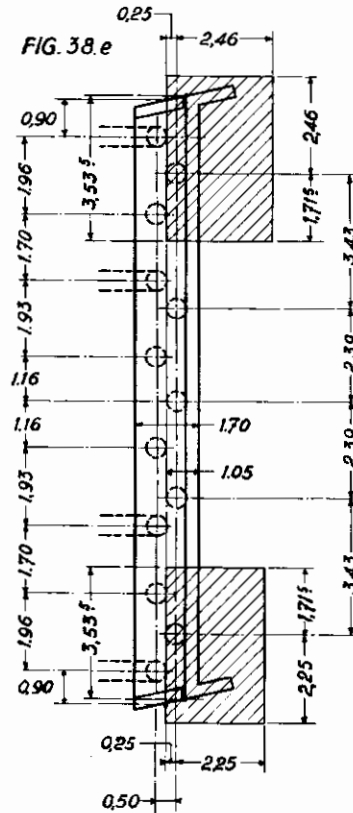


Fig. 38e

Bij de berekening van de negatieve kleeft werden de twee volgende lagen beschouwd :

Eerste laag : van + 9,48 tot + 4,00 gekenmerkt door :

$$h_1 = 9,48 - 4,00 = 5,48 \text{ m}$$

$$\gamma_{k,1} = 1,8 \text{ t/m}^3$$

$$K_{o,1} \text{ tg } \varphi_1 = 0,25$$

Tweede laag : van + 4,00 tot - 1,00 gekenmerkt door :

$$h_2 = 4,00 + 1,00 = 5,00 \text{ m}$$

$$\gamma_{k,2} = 1 \text{ t/m}^3$$

$$K_{o,2} \text{ tg } \varphi_2 = 0,25$$

Eerste laag :

Term  $F_{n, o, 1}$

lengte :

$$\frac{a}{2} + 0,9 \frac{h_1}{2} = 1,715 + 0,45 \times 5,48 = 4,175 \text{ m}$$

$$0,9 h_1 = 0,9 \times 5,48 = 4,93 \text{ m}$$

$$\text{minimum} : 4,175 \text{ m}$$

breedte :

$$\frac{b}{2} + 0,9 \frac{h_1}{2} = 0,25 + 2,46 = 2,71 \text{ m}$$

$$0,9 h_1 = 0,9 \times 5,48 = 4,93 \text{ m}$$

$$\text{minimum} : 2,71 \text{ m}$$

oppervlakte :

$$A_{o,1} = 4,175 \times 2,71 = 11,3 \text{ m}^2$$

waarop rechtstreeks op de grond de bovenbelasting aangrijpt :

$$\frac{A_{o,1}}{D h_1} = \frac{11,3}{0,52 \times 5,48} = 3,97$$

gemiddelde bovenbelasting op  $A_{o,1}$  (zie fig. 38e)

bovenbelasting :

$$1,8 (11,38 - 9,48) \times 4,175 \times 2,71 = 38,70$$

$$- 3,42 \times 1,05 \times 3,535 = - 12,70$$

$$26,00 \text{ t}$$

$$\text{hetzij } p_o = \frac{26,00}{11,3} = 2,30 \text{ t/m}^2$$

$$\frac{F_{n,o,1}}{A_{o,1} p_o} = 0,178 \text{ (zie fig. 2)}$$

$$F_{n,o,1} = 0,178 \times 11,3 \times 2,30 = 4,62 \text{ t}$$

Term  $F_{n,\gamma,1}$

lengte :

$$\frac{a}{2} + 0,45 \frac{h_1}{2} = 1,715 + 1,232 = 2,947 \text{ m}$$

$$0,45 h_1 = 0,45 \times 5,48 = 2,465 \text{ m}$$

minimum : 2,465 m

breedte :

$$\frac{b}{2} + 0,45 \frac{h_1}{2} = 0,25 + 1,232 = 1,482 \text{ m}$$

$$0,45 h_1 = 2,465 \text{ m}$$

minimum : 1,482 m

$$A_{\gamma,1} = 2,465 \times 1,482 = 3,66 \text{ m}^2$$

$$\frac{A_{\gamma,1}}{D h_1} = \frac{3,66}{0,52 \times 5,48} = 1,28$$

$$\frac{F_{n,\gamma,1}}{A_{\gamma,1} \gamma_{k,1} h_1} = 0,25 \text{ (fig. 3)}$$

$$F_{n,\gamma,1} = 0,25 \times 3,66 \times 1,80 \times 5,48 = 9,02 \text{ t}$$

$$F_{n,1} = F_{n,o,1} + F_{n,\gamma,1} = 4,62 + 9,02 = 13,64 \text{ t}$$

Tweede laag :

Term  $F_{n,o,2}$

lengte :

$$\frac{a}{2} + 0,9 \frac{h_2}{2} = 1,715 + 0,9 \times \frac{5}{2} = 3,965 \text{ m}$$

$$0,9 h_2 = 0,9 \times 5 = 4,50 \text{ m}$$

minimum : 3,965 m

breedte :

$$\frac{b}{2} + 0,9 \frac{h_2}{2} = 0,25 + 2,25 = 2,50 \text{ m}$$

$$0,9 h_2 = 0,9 \times 5 = 4,50 \text{ m}$$

minimum : 2,50 m

$$A_{o,2} = 3,965 \times 2,50 = 9,92 \text{ m}^2$$

$$\frac{A_{o,2}}{D h_2} = \frac{9,92}{0,52 \times 5} = 3,81$$

Te beschouwen gemiddelde bovenbelasting :

bovenbelasting op het peil + 4,00 zonder invloed van de paal :

$$1,8 (11,38 - 4,00) \times 3,965 \times 2,50 = 131 \text{ t}$$

$$1,8 (11,38 - 9,48) \times 1,05 \times 3,535 = - 12,7 \text{ t}$$

$$118,30 \text{ t}$$

bovenbelasting op het peil + 4,00 rekening houdend met de negatieve kleeft  $F_{n,1}$  :

$$118,30 - 13,64 = 104,66 \text{ t}$$

$$(p_o)'_2 = \frac{104,66}{9,92} = 10,55 \text{ t/m}^2$$

$$\frac{F_{n,o,2}}{A_{o,2} (p_o)'_2} = 0,181 \text{ (fig. 2)}$$

$$F_{n,o,2} = 0,181 \times 9,92 \times 10,55 = 19,00 \text{ t}$$

Term  $F_{n,\gamma,2}$

lengte :

$$\frac{a}{2} + 0,45 \frac{h_2}{2} = 1,715 + 0,45 \times \frac{5}{2} = 2,84 \text{ m}$$

$$0,45 h_2 = 0,45 \times 5,00 = 2,25 \text{ m}$$

minimum : 2,25 m

breedte :

$$\frac{b}{2} + 0,45 \frac{h_2}{2} = 0,25 + 1,125 = 1,375 \text{ m}$$

$$0,45 h_2 = 2,25 \text{ m}$$

minimum : 1,375 m

$$A_{\gamma,2} = 2,250 \times 1,375 = 3,09 \text{ m}^2$$

$$\frac{A_{\gamma,2}}{D h_2} = \frac{3,09}{0,52 \times 5} = 1,188$$

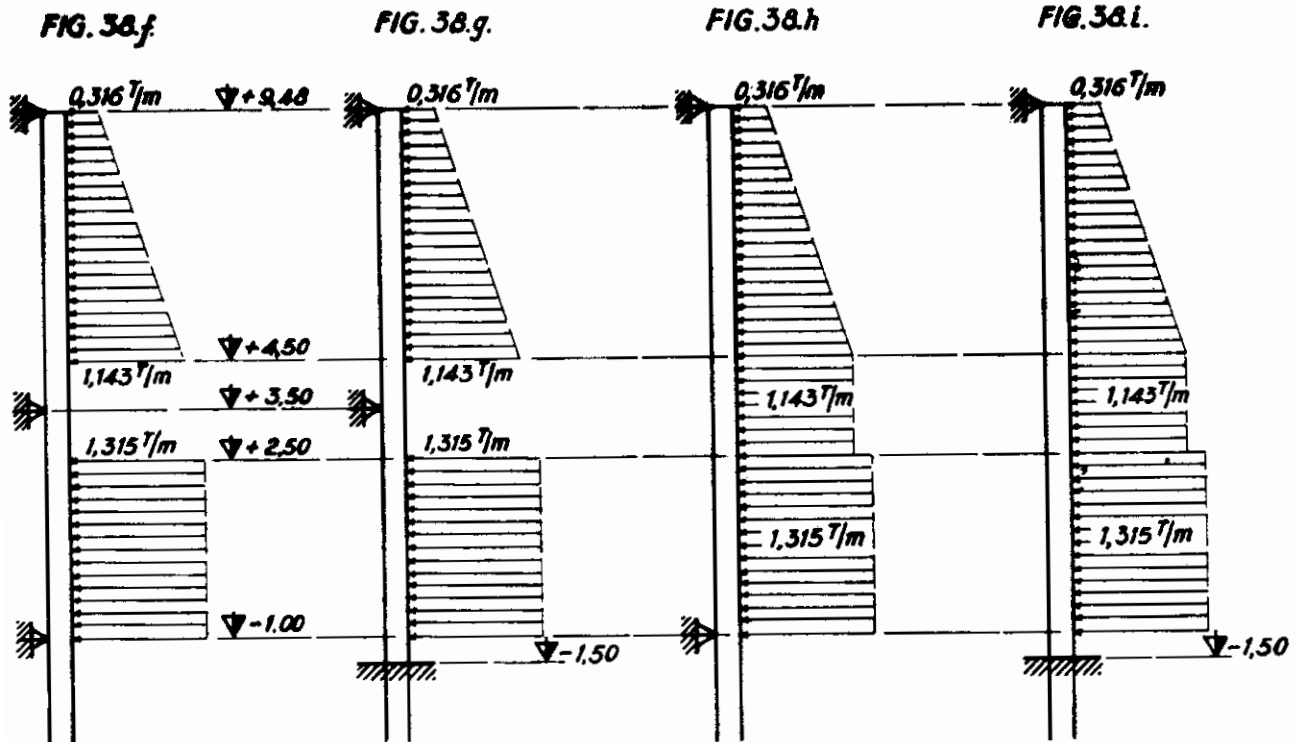
$$\frac{F_{n,\gamma,2}}{A_{\gamma,2} \gamma_{k,2} h_2} = 0,27 \text{ (fig. 3)}$$

$$F_{n,\gamma,2} = 0,27 \times 3,09 \times 1,00 \times 5,00 = 4,17 \text{ t}$$

$$F_{n,2} = F_{n,o,2} + F_{n,\gamma,2} = 19,00 + 4,17 = 23,17 \text{ t}$$

negatieve kleeft :

$$F_n = F_{n,1} + F_{n,2} = 13,64 + 23,17 = 36,81 \text{ t}$$



## b) Buigmomenten

De berekening werd uitgevoerd voor de verticale palen van het landhoofd II gelegen aan de landzijde.

Uit het nazicht der figuren 38a en b blijkt dat men een agerende horizontale druk op de palen in de volgende lagen dient te beschouwen (zie fig. 21)

- vooreerst in de ophoging tussen de peilen + 9,48 en + 4,50,
- vervolgens in de slappe polderlaag tussen + 2,50 en - 1,00

met een tussengelegen steunpunt (+ 3,50) in het midden van de dichtgepakte zone die voorkomt tussen de peilen + 2,50 en + 4,50.

De belastingsschema's die verband houden met dit geval zijn voorgesteld op de fig. 38f en g.

De vier op de fig. 38c en d weergegeven resultaten van diepsonderingen tonen aan dat de dichtgepakte zone op het peil + 3,50, waar een steunpunt wordt verondersteld ter plaatse van elk der diepsonderingen, wordt aangetroffen.

Nochtans zou men, voor het geval dit centrale steunpunt plaatselijk mocht ontbreken, in deze punten een belasting hebben waarvan de schema's op de fig. 38h en i zijn voorgesteld. Men ziet dat in deze gevallen de buigbelasting van de paal veel belangrijker zou kunnen zijn en dat het gevaar voor breuk door buiging ver van denkbareid zou worden.

Om deze reden heeft men voorzichtigheidshalve geoordeeld de buigbelasting der palen ook te moeten bepalen door de hypotese van het ontbreken van het centrale steunpunt te beschouwen en de bewapening der palen te voorzien voor de gemiddelde waarde van het buigmoment voor de gevallen dat men wel dan niet aanneemt dat er op het peil + 3,50 een centraal steunpunt bestaat.

## α) Horizontale drukken op de palen

- waarde van  $p_l$  :

$$\begin{aligned} \text{op } + 9,48 : p_l &= 1,8 (11,38 - 9,48) = 3,42 \text{ t/m}^2 \\ \text{op } + 4,50 : p_l &= 1,8 (11,38 - 4,50) = 12,4 \text{ t/m}^2 \\ \text{van } + 4,50 \text{ (of } + 2,50) \text{ tot } - 1,00 : p_l &= 12,4 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

- reductiecoëfficiënt  $f$  :

α volgens fig. 38b =  $28^\circ 30'$

Voor  $\varphi$  nemen wij aan :

- in de ophogingslaag, in eerste benadering, de taludhoek  $\varphi_1 = 30^\circ$
- in de slappe laag  $\varphi_2 = 25^\circ$

- waarde van de reductiecoëfficiënt :

a) in de ophogingslaag :

$$f_1 = \frac{\alpha - \frac{\varphi_1}{2}}{90^\circ - \frac{\varphi_1}{2}} = \frac{28^\circ 3' - 15^\circ}{90^\circ - 15^\circ} = 0,1775$$

b) in de slappe laag :

$$f_2 = \frac{\alpha - \frac{\varphi_2}{2}}{90^\circ - \frac{\varphi_2}{2}} = \frac{28^\circ 3' - 12^\circ 5'}{90^\circ - 12^\circ 5'} = 0,204$$

- waarde voor  $p_h$  :

$$\begin{aligned} \text{op } + 9,48 : p_h &= f_1 p_l = 0,1775 \times 3,42 = 0,607 \text{ t/m}^2 \\ \text{op } + 4,50 : p_h &= f_1 p_l = 0,1775 \times 12,4 = 2,20 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{van } +4,50 \text{ tot } +2,50 : \text{eventueel } p_h &= 2,2 \text{ t/m}^2 \\ \text{van } +2,50 \text{ tot } -1,00 : p_h &= f_2 p_\ell = \\ &= 0,204 \times 12,4 = 2,53 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

- waarde van de horizontale bovenbelasting op de palen per strekkende meter :

$$p = p_h D$$

$$\begin{aligned} \text{op } +9,50 : p &= 0,52 \times 0,607 = 0,316 \text{ t/m} \\ \text{op } +4,50 : p &= 0,52 \times 2,20 = 1,143 \text{ t/m} \\ \text{van } +4,50 \text{ tot } +2,50 : \text{eventueel } : p &= 1,143 \text{ t/m} \\ \text{van } +2,50 \text{ tot } -1,00 : p &= 0,52 \times 2,53 = \\ &= 1,315 \text{ t/m} \end{aligned}$$

β) Buigmoment in het geval van een centraal steunpunt (fig. 38f en g)

Men onderstelt vooreerst (zie fig. 38f) een balk opgelegd ter hoogte van de zool (+9,48), ter plaatse van het centrale steunpunt (+3,50) en dan aan het bovenpeil van de laag Bolderiaans zand (-1,00).

Uit de tabellen van toegepaste mechanica wordt in dit geval een maximumbuigmoment  $M_1 = 3,1 \text{ tm}$  afgeleid.

Men veronderstelt vervolgens (zie fig. 38g) dat de palen opgelegd zijn ter hoogte van de zool (+9,48) ter plaatse van het centrale steunpunt (+3,50) en ingeklemd in de laag Bolderiaans zand op 0,50 m diepte in deze laag.

Uit de tabellen van toegepaste mechanica leidt men in dit geval een maximumbuigmoment  $M_2 = 3,2 \text{ tm}$  af.

Als buigmoment dat inwerkt op de paal in het beschouwde geval met centrale steun wordt ten slotte de grootste waarde, hetzij  $M = 3,2 \text{ tm}$  aangehouden.

γ) Buigmoment in het geval het centraal steunpunt niet aanwezig is (fig. 38h en i).

Men onderstelt vooreerst (zie fig. 38h) een balk opgelegd ter hoogte van de zool (+9,48) en aan het bovenpeil van de laag Bolderiaans zand (-1,00). Men vindt voor het maximumbuigmoment de waarde  $M_1 = 13,95 \text{ tm}$ .

Men onderstelt vervolgens (zie fig. 38i) een balk opgelegd ter hoogte van de zool (+9,48) en ingeklemd in het Bolderiaans zand op het peil -1,50. Men vindt voor het maximumbuigmoment de waarde  $M_2 = 18,14 \text{ tm}$ .

Voor het buigmoment dat inwerkt op de paal in het beschouwde geval waarbij de centrale steun niet aanwezig is, neemt men de grootste waarde, hetzij  $M = 18,14 \text{ tm}$ .

δ) Aangehouden buigmoment

Zoals hoger reeds werd verklaard, heeft men om veiligheidsredenen en ter bepaling van de bewapening van de paal de gemiddelde waarde  $\frac{3,2 + 18,14}{2} = 10,67 \text{ tm}$  voor het op de paal inwerkend buigmoment aangenomen.

c) Bewapening en inwendige belasting der palen

De palen werden in langsrichting bewapend met 7 staven van  $\phi 28 \text{ mm}$  in staal klasse 3 en in dwarsrichting met windingen van 5 mm diameter en een gang van 20 cm. Fig. 38j stelt de voorziene bewapening voor.

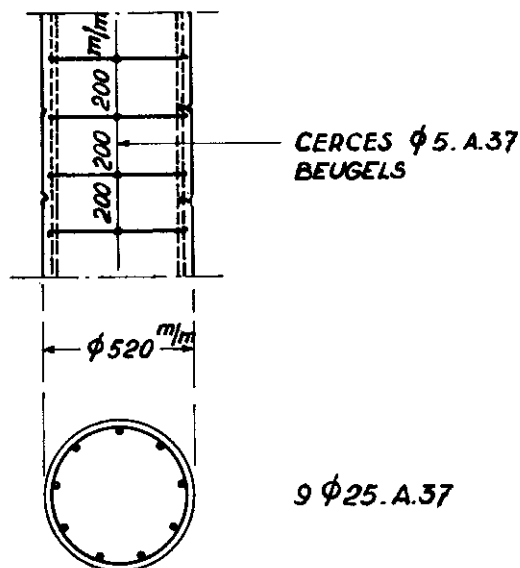


Fig. 38j

In langsrichting betekent deze bewapening

$$7 \times \frac{\pi \times 2,8^2}{4} = 0,0203$$

= 2,03 % van de doorsnede van de paalschacht.

De spanningen in het staal worden volgens de konventionele theorieën van het gewapend beton berekend, gebruik makend van de formules van Tussenbroeck voor de hiernavolgende uiterste gevallen :

- α)  $M = 10,67 \text{ tm}$   $N = 35 \text{ t}$ , d. w. z. voor de minimumwaarde van de axiale last,  
β)  $M = 10,67 \text{ tm}$   $N = 70 + 36,81 = 106,81 \text{ t}$ , d. w. z. voor de maximumwaarde van de axiale last.

De maximumwaarden van de drukspanning in het beton en de trekspanning in het staal zijn :

- beton :  $96,5 \text{ kg/cm}^2$   
- staal :  $1160 \text{ kg/cm}^2$

Er dient te worden opgemerkt dat indien het invoeren van de negatieve kleeft en de paalbuigingen niet nodig ware geweest, men zich had kunnen tevreden stellen met palen waarvan de schacht een diameter  $D = 45 \text{ cm}$  had inplaats van  $52 \text{ cm}$  en die volgens een klassieke methode ware bewapend geweest : 5 staven van  $\phi 18 \text{ mm}$  inplaats van 7 staven van  $\phi 28 \text{ mm}$ .

#### d) Lengte der palen

De nuttige belasting op de palen bedraagt  
 $D_n = 70 \text{ t}$  - de negatieve kleef  $F_n = 36,81 \text{ t}$ .

Er werd voorzien de Franki-palen tot in de Boomse klei te heien. Daarom zal het draagvermogen worden berekend met inachtneming van de weerstand aan de basis van de paal en de positieve mantelwrijving onder de polderlaag.

#### α) Weerstand aan de basis der palen

Aangezien de schachtdiameter van de Franki-palen  $D = 52 \text{ cm}$  bedroeg, werd aangenomen dat bij normale uitvoering (\*) de diameter van de verbrede voet ten minste  $52 + 2 \times 10 = 72 \text{ cm}$  bedraagt.

De hiermede overeenstemmende doorsnede bedraagt ten minste :

$$\Omega_b = \frac{\pi \times 72^2}{4} = 4070 \text{ cm}^2$$

Het onderzoek der diepsondeerdiagrammen op de fig. 38c en d toont aan dat de proef B de minst gunstige resultaten oplevert.

Op het diagram van deze proef ziet men dat men aan de veilige kant gelegen waarden voor de weerstand aan de basis zal hebben, indien men voor de weerstand aan de basis beneden het peil - 5,00 volgende wet aanneemt :

$$d_g = 30 + 0,5\ell$$

$d_g$  in  $\text{kg/cm}^2$ ,  $\ell$  in m beneden het peil - 5,00

Waaruit :

$$B_g = 4.070 (30 + 0,5\ell) \text{ in kg} \\ = 4,07 (30 + 0,5\ell) \text{ in ton.}$$

#### β) Wrijvingsweerstand onder de polderlaag

Het onderzoek van de beschikbare diepsonderingen toont aan dat de minimumwrijving in het Bolderiaans zand gelijk is aan  $1,405 \text{ t/m}^2$ .

Tussen de peilen - 1,00 en - 5,00 stemt hiermee op een paal met een schachtdiameter van 52 cm een wrijving overeen van :

$$F_{p,1} = 1,405 \times \pi \times 0,52 \times (5,00 - 1) = 9,18 \text{ t}$$

Het onderzoek van de beschikbare diepsonderingen toont aan dat in de Boomse klei de minimumwaarde van de wrijving gelijk is aan  $7,37 \text{ t/m}^2$ .

Onder het peil - 5,00 zal men voor de positieve wrijving  $F_{p,2}$  op de paal waarden hebben die aan de veilige kant zijn gelegen, door te schrijven :

$$F_{p,2} = 7,37 \times \pi \times 0,52 \times \ell = 12,05 \ell \quad (\ell \text{ in m})$$

De berekende positieve wrijving bedraagt :

$$F_p = F_{p,1} + F_{p,2} = 9,18 + 12,05 \ell \quad (\text{in ton}) \\ (\ell \text{ in m})$$

#### γ) Benodigde lengte voor de palen

Aan de voorwaarden (56) en (57) dient gelijktijdig te worden voldaan.

De voorwaarde (56) geeft :

$$4,07 (30 + 0,5\ell) = 1,1 \times 70 + 36,81$$

waaruit

$$\ell = \frac{77 + 36,81 - 122}{2,035} < 0$$

De voorwaarde (57) geeft :

$$4,07 (30 + 0,5\ell) + 9,18 + 12,05 \ell \\ = 3 \times 70 + 36,81$$

waaruit

$$\ell = \frac{210 + 36,81 - 122 - 9,18}{2,035 + 12,05} = 8,20 \text{ m}$$

Men neemt de grootste waarde van  $\ell$  aan, hetzij  $\ell = 8,20 \text{ m}$ , wat betekent dat de voet van de Franki-palen op het peil - 13,20 moet worden voorzien.

De veiligheidscoëfficiënt van de weerstand aan de basis  $B_g$  ten opzichte van de nuttige belasting  $D_n$  bedraagt in dit geval :

$$s = \frac{B_g - F_n}{D_n} = \frac{4,07 (30 + 3,43) - 36,8}{70} = 1,42$$

#### δ) Lengte der palen in het geval dat men noch met de negatieve kleef noch met de buiging der palen dient rekening te houden

Indien men geen rekening had moeten houden met de negatieve kleef en de buiging der palen, dan had men Franki-palen met een schachtdiameter van 45 cm aangenomen.

De doorsnede van de paalbasis, bij een normale uitvoering, ware ten minste

$\frac{\pi}{4} (45 + 2 \times 10)^2 = 3330 \text{ cm}^2$  geweest en de grensweerstand aan de basis van de paal zou ten minste hebben bedragen :

$$B_g = 3,33 (30 + 0,5\ell) \quad (\text{in ton})$$

De mantelwrijving in de tertiaire Bolderiaanse en Rupeliaanse formaties zou ten minste hebben bedragen :

$$F_p = 1,405 \times \pi \times 0,45 \times 4 + 7,37 \times \pi \times 0,45 \times \ell \\ = 7,94 + 10,40 \ell \quad (\text{in ton})$$

De lengte der palen zou bepaald zijn geweest door volgende voorwaarden waaraan gelijktijdig dient te worden voldaan :

$$a) \quad B_g = 1,1 D_n \\ 3,33 (30 + 0,5\ell) = 1,1 \times 70$$

waaruit

$$\ell < 0 \text{ m}$$

$$b) \quad B_g + F_p = 3 D_n \\ 3,33 (30 + 0,5\ell) + 7,94 + 10,40 \ell = 3 \times 70$$

waaruit

$$\ell = \frac{210 - 100 - 7,94}{1,67 + 10,40} = 8,45 \text{ m}$$

\* Zie voetnoot op blz. 31

Men had de hoogste waarden aangehouden, hetzij  $\ell = 8,45$ , wat er op neer had gekomen de basis der Franki-palen met een schachtdiameter van 45 cm tot op het peil - 13,45 te heien.

e) Invloed van het optreden van negatieve kleeft en dwarse buiging der palen op de belangrjkheid der fundering

Het voorgaande voorbeeld heeft aangetoond dat in het geval van de landhoofden van de beschouwde brug, het optreden van de negatieve kleeft en van de buigbelasting op de palen door de bovenbouw overgebrachte maximumbelastingen van 70 ton, er toe heeft geleid Franki-palen te voorzien met 52 cm schachtdiameter, met een langsbewapening van 7 staven van 2,8 cm diameter en met de paalbasis  $\varnothing 72$  cm geheid tot op het peil - 13,20.

Indien de palen geen negatieve kleeft en dwarsbuiging hadden moeten opnemen had men zich kunnen tevreden stellen met Franki-palen met een schachtdiameter van 45 cm, met een langsbewapening van 5 staven van 1,8 cm diameter en geheid tot op het peil - 13,45 met een basis  $\varnothing 65$  cm.

## E. KONKLUSIES

Wanneer in een terrein samendrukbare lagen voorkomen en er min of meer symmetrische bovenbelastingen rechtstreeks op het terrein worden aangebracht, hetzij door een ophoging of door middel van opslagmaterialen, ondergaan de vertikale palen welke door samendrukbare lagen reiken, een negatieve kleeft die aan de door de bovenbouw overgebrachte axiale lasten dient te worden toegevoegd.

De door Zeevaart voorgestelde methode geeft aan de veilige kant gelegen waarden van de negatieve kleeft indien de gepaste mechanische parameters in het kontakvlak paal-grond werden ingevoerd. De methode van Zeevaart werd door de eerste auteur uitgebreid ten einde in praktische gevallen de berekening van zolen op een paalfundering mogelijk te maken.

Daarbij werd aangetoond dat in het geval van geringe bovenbelastingen en zeer dikke samen-drukbare lagen de negatieve kleeft niet over de totale dikte van de laag optreedt. Een benaderende methode die aan de veilige kant gelegen waarden voor de negatieve kleeft geeft, wordt voorgesteld ter bepaling van de diepte tot dewelke de negatieve kleeft optreedt.

Wanneer de rechtstreeks op het maaiveld inwerkende bovenbelastingen niet meer symmetrisch omheen de paal zijn gespreid, wat het geval is aan de rand van een ophoging of nabij de rand van een opslagpark, kan er zich een horizontale vervorming in de slappe lagen naar de uitwendig minder belaste zones voordoen. Dit heeft tot gevolg dat de palen normaal op hun lengte-as aan agerende gronddrukken worden onderworpen en dat deze palen bijgevolg dienen te weerstaan aan min of meer belangrijke buigmomenten.

Bij ons weten bestaat er op het ogenblik geen wetenschappelijke methode waardoor de belastingen waaraan de palen in dit geval worden onderworpen, kunnen worden bepaald.

O.m. steunende op de resultaten van drie onlangs op ware grootte uitgevoerde proeven waarbij de belangrjkheid van de horizontale krachswerkingen op palen werd aangetoond, werd, bij gebrek aan beter, een empirische methode voorgesteld met het doel een vrij benaderende bepaling van de door de palen op te nemen buigmomenten mogelijk te maken.

Het is duidelijk dat in de laag gelegen havengebieden dikwijls de voorwaarden verenigd zijn die tot het ontstaan van de negatieve kleeft en van buigbelasting op de palen leiden.

In deze gebieden zijn de industriële terreinen inderdaad meestal kunstmatig opgehoogd ten einde de industriële inrichting tegen overstromingen te beveiligen. Bovendien worden deze terreinen dikwijls voor het opslaan van erts, goederen en industriële materialen aangewend.

De onderhavige studie omvat twee voorbeelden van in het Antwerpse havengebied uitgevoerde paalfunderingen voor dewelke met de verschijnselen van de negatieve kleeft en van de buigbelasting rekening werd gehouden.

Het eerste voorbeeld houdt verband met de fundering van de vertikale scheidingswanden in silo's die zodanig zijn opgevat, dat het mogelijk wordt een zeer groot deel van het gewicht der opgeslagen materialen rechtstreeks op de aangevulde grond over te dragen.

Het tweede voorbeeld houdt verband met de paalfundering van de landhoofden van een brug waarvan de toegangshellingen in ophoging op een samen-drukbare grond zijn aangelegd.

Met deze voorbeelden heeft men getracht de meerkosten welke men zich heeft moeten getroosten om voldoende weerstand te hebben tegen de negatieve kleeft en de buigbelasting der palen aan te tonen.

## DANKBETUIGINGEN

De auteurs van onderhavige studie stellen er prijs op hun dank te betuigen aan de leiding van de N. V. Sidmar en haar raadgevend ingenieursbureau S. A. Traction et Electricité en de Badische Anilin- und Sodafabrik A. G., en voornamelijk aan de heren Heine, Directeur-Generaal van Sidmar, Moortgat, Hoofdingenieur van de Dienst Werken bij Sidmar, Dubois, Beheerder-Directeur bij Traction et Electricité, De Houck, Onder-Directeur bij Traction et Electricité, Honeck en Schneiders van de B. A. S. F. Antwerpen N. V., voor de toestemming die zij zo vriendelijk waren te verlenen om te verwijzen naar de voornaamste resultaten van een voor rekening van Sidmar te Zelzate uitgevoerde proef en naar de berekeningen voor de fundering van een muur voor een silo te Zandvliet (Antwerpen).

Hun bijzondere dank gaat ook naar hun respectievelijke medewerkers, enerzijds in de schoot van het Rijksinstituut voor Grondmechanica en anderzijds in de schoot van de S. A. Pieux Franki, en o.m. aan de heren H. Raedschelders, Hoofdingenieur-Directeur bij het Rijksinstituut voor Grondmechanica, en P. Lion, Ingenieur bij de S. A. Pieux Franki.

# BIBLIOGRAPHIE

- 1 Brinch Hansen J. : Positive and negative skin friction on piles. Danish Geotechnical Institute (nog te verschijnen)
- 2 De Beer E.E. : De invloed van de dwarsafmetingen van een paal op de puntweerstand. De Ingenieur, n° 3, van 15-1-65, blz. B. 1-B. 10, n° 5 van 29-1-65, blz. B. 13-B. 21
- 3 De Beer E.E. : Berekening van de negatieve wrijving op palen. Tijdschrift der Openbare Werken van België, n° 6, 1966
- 4 Habib P., Buisson M. et Ahu J. : Le frottement négatif. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, n° 145, janvier 1960
- 5 Heyman L. et Boersma L. : Bending moments in piles due to lateral earth pressure. Mededelingen van het 5ème Congrès International de Mécanique des sols et des Travaux de Fondation, Paris 1961, Vol. II, blz. 425-429
- 6 Johannessen I. J. : Observations of the drag load on a steel pile to rock due to settlement of clay. Norwegian Geotechnical Institute, Publication n° 64, Oslo 1965
- 7 Leussink H. et Wenz K. P. : Über das Scherfestigkeitsverhalten von bindigen Erdstoffen im Bereich der Deutschen Nord-Seeküste bei Belastung mit hohen Flächenlasten. Deutsche Gesellschaft für Erd- und Grundbau eV Essen, Vorträge der Baugrundtagung 1966 in München
- 8 Locher H. G. : Combined cast-in-place and precast piles for the reduction of negative friction caused by Embankment fill. Mededelingen van het 6ème Congrès International de Mécanique des sols et des Travaux de Fondation, Montreal 1965, Vol. II, blz. 290-294
- 9 Pieux Franki : Problème de fondation dans le terrain Sidmar à Zelzate. Essai de flexion de pieux sous l'action d'une surcharge latérale du terrain. Rapport provisoire. Liège 7-10-1963 (niet verschenen verslag)
- 10 Pieux Franki : Zelzate - Sidmar - Laminaires à froid. Fondations sur pieux des colonnes de halls. Etude d'orientation. Liège, fin 1963 (niet verschenen verslag)
- 11 Pieux Franki : Problème de fondation dans le terrain Sidmar à Zelzate. Essai de flexion de pieux sous l'action d'une surcharge latérale du terrain. Rapport sur les observations de visu après dégagement de la partie supérieure des pieux. Liège, 30-4-1965 (niet verschenen verslag)
- 12 Zeevaert L. : Compensated foundations. First Panamerican Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Mexico 1960, Proceedings, vol. IV, blz. 1109-1126
- 13 Zeevaert L. : Dynamic design and behaviour of friction piles. Compensated foundations. De Ingenieur, n° 25, 1962, blz. B. 163-B. 174
- 14 Zeevaert L. : General considerations on problems related with pile and pier foundations. Conference on deep foundations, Mexico City, 7-10 Dec. 1964

# BEREKENING VAN DE MANTELWRIJVING OP INGEHEIDE PALEN

(1<sup>e</sup> deel)

door

**Dr. ir E. E. DE BEER**

Gewoon hoogleraar aan de Rijksuniversiteit te Gent  
Directeur-Generaal van het Rijksinstituut voor Grondmechanica

## INLEIDING

In het n<sup>o</sup> 6, december 1966 van het Tijdschrift der Openbare Werken van België [2] heb ik een bijdrage gepubliceerd handelend over de berekening van de negatieve wrijving op palen. De huidige bijdrage heeft een breder opzet, aangezien zowel de positieve als de negatieve kleef worden beschouwd. Bovendien wordt het geval van de negatieve kleef, dat in de voorgaande bijdrage, tot het geval van één of twee lagen was beperkt, tot meer ingewikkelde grondprofielen uitgebreid.

In zijn merkwaardig boek « Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions » [1] heeft Prof. Leonardo Zeevaert zijn methodes, beschreven in zijn vroegere publicaties, ter bepaling van de positieve en negatieve kleef bijgewerkt en verfijnd.

Het kan dan ook nuttig zijn deze methodes van Zeevaert eerst bondig te beschrijven en kritisch te beoordelen. Hierbij dient van meet af aan te worden herinnerd dat de methodes van Zeevaert hoofdzakelijk voor slappe grondlagen zijn opgesteld, en dat ze voor de funderingen in de zeer slappe kleien van Mexico-Stad op grote schaal met succes zijn toegepast.

## A. METHODE VAN ZEEVAERT

### A.I. Negatieve kleef

#### A.I.1. *Fysische gegevens*

#### A.I.1.1. Verkneding

Bij het inheien van de paal doorheen weinig doorlatende en met water verzadigde gronden moet een volume grond gelijk aan het paalvolume worden verdrongen. De grond zal worden verstoord en zal als een viskeuze vloeistof onder de voet van de paal worden weggeperst, waardoor een ringvormige verstoorde zone om de paal ontstaat.

Zeevaert neemt aan dat de weg te persen grond, wegvloeit over een ringvormig oppervlak gelijk aan het oppervlak van de paal (fig. 1). Zij  $r_o$  = de straal van de paal

$r'_o$  = de straal van de verstoorde zone.

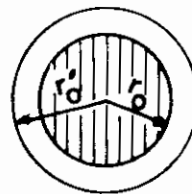


Fig. 1.

Men stelt:

$$\pi r_o'^2 - \pi r_o^2 = \pi r_o^2 \quad (1)$$

$$r_o' = r_o \sqrt{2} \quad (2)$$

### A.I.1.2. Tijd van reconsolidatie

Gedurende deze viskeuze stroming, verliest de grond zijn natuurlijke weerstand, terwijl belangrijke overspanningen in het poriënwater ontstaan. Deze overspanningen verdwijnen echter vrij vlug, daar het overtollige poriënwater kan wegvloeien in de omringende grond, en in de paal zelf wanneer deze van hout of van beton is. Een smalle ring van volkomen verstoorde grond rond de paalschacht gaat consolideren, en de grond herwint de schuifweerstand  $s_{o,z}$  gegeven door de formule:

$$s_{o,z} = \sigma_{h,z} \operatorname{tg} \varphi_r \quad (3)$$

$\sigma_{h,z}$  = horizontale korrelspanning op de diepte  $z$ ,  
 $\varphi_r$  = wrijvingshoek van de verstoorde grond.

De winst aan schuifweerstand is het grootst in het contactvlak met de mantel. Dit wordt o.m. gestaafd door het feit dat de grond aan de paal blijft kleven, wanneer men hem uit de grond trekt. Volgens de waarnemingen van Zeevaert vertoont in geval van negatieve kleef de schuifweerstand een minimum ongeveer op een afstand  $\bar{r}_0$  van de paalas gegeven door:

$$\bar{r}_0 = 1,05 r_0 \quad (4)$$

Om deze reden wordt bij de berekening van de kleef het potentiële glijdingsoppervlak verondersteld op de afstand  $\bar{r}_0$  te zijn gelegen.

Om  $\varphi_r$  te bepalen gaat Zeevaert als volgt tewerk: ongeroerde monsters worden verkneed bij constant watergehalte, vervolgens geconsolideerd door aangroeiing van de korrelspanningen, en tenslotte afgeschoven onder nul waterdruk. Indien gedurende de afschuiving enige waterspanning op het ogenblik van de breuk overblijft, zal ze van de opgebrachte spanning worden afgetrokken. De schuifweerstandspoeven worden bij zeer kleine vervormingssnelheden, overeenstemmend met deze waarmee de relatieve beweging tussen grond en paal in de werkelijkheid optreedt, uitgevoerd.

De horizontale korrelspanning  $\sigma_{h,z}$  welke in de formule (3) voorkomt, bereikt eerst na enkele tijd haar eindwaarde. Inderdaad, wegens de verkneeding van de klei tijdens het heien wordt vooreerst een gedeelte van de belasting door het poriënwater gedragen.

Tussen de graad van consolidatie  $\mu_p$  en de tijd-factor  $\tau_p$ , bestaat een verband afhankelijk van de randvoorwaarden en de vorm van het lastlichaam.

$$\mu_p = f(\tau_p) \quad (5)$$

Zeevaert neemt aan dat eenzelfde verband bestaat tussen  $\tau_p$  en de verhouding van de korrelspanning  $\sigma_{h,z,t}$  op het tijdstip  $t$  na het inheien van de paal, en de uiteindelijke korrelspanning  $\sigma_{h,z,\infty}$ :

$$\frac{\sigma_{h,z,t}}{\sigma_{h,z,\infty}} = f(\tau_p) \quad (6)$$

Men heeft:

$$(s_{o,z})_t = \sigma_{h,z,t} \operatorname{tg} \varphi_r \quad (7)$$

en dus:

$$(s_{o,z})_t = \sigma_{h,z,\infty} f(\tau_p) \operatorname{tg} \varphi_r \quad (8)$$

stel:

$$f(\tau_p) \operatorname{tg} \varphi_r = \operatorname{tg} \varphi'_r \quad (9)$$

$$(s_{o,z})_t = \sigma_{h,z} \operatorname{tg} \varphi'_r \quad (10)$$

Laten we opmerken dat in de vergelijking (6) het begrip  $\sigma_{h,z,t}$  dient te worden verduidelijkt. Inderdaad de korrelspanning  $\sigma_{h,z,t}$  is op het tijdstip  $t$  niet constant, over de dikte van de verstoorde zone (fig. 2). Men dient dus duidelijk te stellen dat  $\sigma_{h,z,t}$  de gemiddelde waarde van  $\sigma_{h,z,t}$  op het tijdstip  $t$  voorstelt.

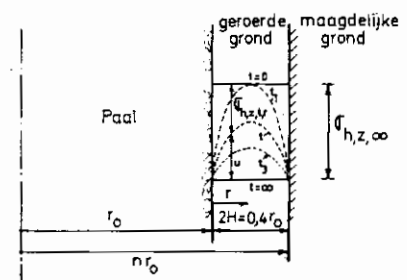


Fig. 2.

De tijdfactor  $\tau_p$  wordt gegeven door:

$$\tau_p = v_p \frac{t}{H^2} \quad (11)$$

met:

$$v_p = \frac{k \cdot C \cdot p}{\delta_w} \quad (12)$$

met  $k$  = de doorlatendheidscoëfficiënt,  
 $C$  = de samendrukkingsconstante,  
 $p$  = de oorspronkelijke korrelspanning,  
 $\delta_w$  = het soortelijk gewicht van water,  
 $H$  = de halve laagdikte, indien het water langs beide begrenzingen kan afstromen, zoniet de totale dikte van de verstoorde zone.

Volgens Zeevaert treedt de grondverstoring op over een dikte van  $0,4 r_0$  vanaf de paalwand (fig. 2). Deze verstoorde zone wordt gedraineerd door de omliggende ongeroerde grond welke een veel grotere doorlatendheid heeft, aangezien in geval van gevoelige gronden de consolidatiecoëfficiënt  $v_p$  van het verstoorde gedeelte slechts 0,1 à 0,01 maal deze van de ongeroerde grond bedraagt.

Laten we nagaan of een dergelijke vermindering b.v. ook voor Boomse klei mogelijk is.

In ongeroerde toestand heeft men b.v. voor de Boomse klei:

$$\text{ontlastingsconstante } A = 100,$$

$$k = 10^{-8} \text{ cm/sec},$$

$$v_{p,\text{ongeroid}} = \frac{k A p}{\delta_w} = 10^{-8} \times 100 \frac{p}{\delta_w} = 10^{-6} \frac{p}{\delta_w}$$

In verstoorde toestand is volgens Zeevaert:

$$v_{p,r} = \frac{1}{10} \text{ à } \frac{1}{100} v_{p,\text{ongeroid}}$$

$$1^\circ) \frac{v_{p,r}}{v_{p,\text{ongeroid}}} = \frac{1}{10}$$

$$v_{p,r} = 10^{-7} \frac{p}{\delta_w}$$

$$k_r C_r = \frac{1}{10} k A = 10^{-7} \text{ cm/sec.}$$

$$\text{Als } C_r = 20$$

$$k_r = \frac{10^{-7}}{20} = 0,5 \times 10^{-8} \text{ cm/sec.}$$

Wegens de verkneding is de samendrukbaarheid 5 maal groter en de doorlatendheid de helft kleiner. Een dergelijke invloed van de verkneding is à priori niet uitgesloten.

$$2^\circ) \frac{v_{p,r}}{v_{p,\text{ongeroid}}} = \frac{1}{100}$$

$$v_{p,r} = 10^{-8} \frac{p}{\delta_w}$$

$$k_r C_r = 10^{-8} \text{ cm/sec.}$$

$$\text{Indien } C_r = 20$$

$$k_r = \frac{10^{-8}}{20} = 0,5 \times 10^{-9} \text{ cm/sec.}$$

De doorlatendheid is thans 20 maal kleiner geworden. Een dergelijke vermindering zou slechts te verwachten zijn in gescheurde kleien, waar-

van de oorspronkelijke doorlatendheid wegens de scheuren b.v.  $10^{-7} \text{ cm/sec}$  zou bedragen. Dan zouden door verkneding de scheuren verdwijnen, waarbij de doorlatendheid zou afnemen tot  $0,5 \times 10^{-8} \text{ cm/sec}$ .

Het blijkt dus wel dat de aanname  $v_{p,r}$ :

$$v_{p,\text{ongeroid}} = \frac{1}{10} \text{ à } \frac{1}{100} \text{ ook in vaste kleien, zoals}$$

de Boomse klei met de werkelijkheid kan overeenstemmen.

In geval van houten en betonnen palen neemt Zeevaert aan dat de verstoorde zone haar overtollig water ook naar de paal toe kwijt kan. Aangezien, volgens Zeevaert de dikte  $2H$  van de gestoorde zone  $0,4 r_0$  bedraagt, heeft men:

$$\tau_p = \frac{v_p}{H^2} t = \frac{v_p}{(0,2 r_0)^2} t$$

Aangezien de verstoring niet homogeen is over het gestoorde gebied, wordt voor  $v_p$  een harmonisch gemiddelde waarde  $v_{p,r,m}$  ingevoerd.

Derhalve:

$$\tau_p = \frac{v_{p,r,m}}{(0,2 r_0)^2} t \quad (13)$$

In geval van een stalen paal kan het overtollige water slechts afvloeien naar de ongeroerde zone, en derhalve:

$$\tau_p = \frac{v_{p,r,m}}{(0,4 r_0)^2} t \quad (14)$$

De harmonisch gemiddelde waarde  $v_{p,r,m}$  wordt verkregen door:

$$v_{p,r,m} = \frac{\sum_1^n H_i}{\sum_1^n \frac{H_i}{v_{p,i}}} \quad (15)$$

#### Getallenvoorbeeld naar Zeevaert

Beschouwd wordt een stalen pijp  $2 r_0 = 40 \text{ cm}$ . Samen-drukkingsproeven geven voor de verstoorde klei een consolidatiecoëfficiënt  $v_{p,r} = 2 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{sec}$  terwijl voor de ongeroerde toestand wordt verkregen,

$$v_{p,\text{ongeroid}} = 1 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec.}$$

Verder heeft men  $\text{tg } \phi_r = 0,5$ .

Men heeft, krachtens (12):

$$k C = \frac{\delta_w}{p} v_p$$

$$\begin{aligned} \text{Zij } p &= 0,5 \text{ kg/cm}^2 & \delta_w &= 1 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3 \\ k C &= 2 \times 10^{-3} v_p \end{aligned} \quad (16)$$

waaruit:

$$(k C)_r = 2 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-5} = 4 \times 10^{-8} \text{ cm/sec,}$$

indien:

$$C_r = 10 \quad k_r = 4 \times 10^{-9} \text{ cm/sec,}$$

$$(k C)_{\text{ongeroerd}} = 2 \times 10^{-3} \times 1 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-6} \text{ cm/sec}$$

$$\text{indien } C_{\text{ongeroerd}} = 20 \quad k_{\text{ongeroerd}} = 10^{-7} \text{ cm/sec.}$$

De verhouding  $\frac{v_{p,r}}{v_{p,\text{ongeroerd}}} = \frac{1}{100}$  voert tot cijfers voor de samendrukkingsconstante  $C$  en de doorlatendheidscoëfficiënt  $k$ , welke wel mogelijk zijn voor de zeer gevoelige klei van Mexico, doch welke minder goed passen bij de slappe kleien van ons land. Een waarde van  $\frac{1}{10}$  voor de beschouwde verhouding lijkt beter met de eigenschappen van de kleien van onze streken overeen te komen.

De verkleding is volledig nabij de paalwand, en volgens Zeevaert nul op een afstand  $0,4 r_0$  van de wand.

Men heeft  $0,4 \times 20 = 8 \text{ cm}$ .

De toepassing van de formule (15), wanneer slechts 2 deellagen worden beschouwd, geeft:

$$\begin{aligned} v_{p,r,m} &= \frac{8}{\frac{4}{v_{p,r}} + \frac{4}{v_{p,\text{ongeroerd}}}} \\ v_{p,r,m} &= \frac{8}{\frac{4}{2 \times 10^{-5}} + \frac{4}{1 \times 10^{-3}}} = 3,93 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{sec} \end{aligned}$$

De formule (14) geeft:

$$\tau_p = \frac{v_{p,r,m}}{(0,4 r_0)^2} t = \frac{3,93 \times 10^{-5}}{8^2} t = 6,15 \times 10^{-7} t$$

$t \text{ in sec,}$

en aangezien  $t_{\text{in sec}} = 86\,400 t_{\text{in dagen}}$

$$\tau_p = 5,3 \times 10^{-2} t_{\text{in dagen}} \quad (17)$$

Een consolidatiegraad  $\mu_p = 0,99$  stemt overeen met  $\tau_p = 1,59$ .

De toepassing van de vergelijking (17) geeft:

$$t = \frac{1,59}{5,3} \times 10^2 = 30 \text{ dagen.}$$

Hieruit volgt dat in de klei van Mexico-stad in geval van een stalen paal eerst ongeveer 30 dagen na het inheien, de geconsolideerde toestand wordt bereikt. Zeevaert heeft hiermede het belang van het tijdseffect bij de interpretatie van belastingsproeven op in klei geheide palen aangetoond. Hij is van oordeel dat de palen met waterspanningsmeters langs de schacht dienen te worden uitgerust, teneinde op korrekte wijze de korrelspanningen langs de schacht te kunnen bepalen.

### A.I.1.3. Geboorde palen

Volgens Zeevaert kan, in geval van geboorde palen, de schuifweerstand worden berekend met de formule:

$$s_d = c_d + \sigma_h \tan \varphi_d \quad (18)$$

in dewelke  $c_d$  en  $\varphi_d$  de gedraineerde schuifweerstandsparementers zijn, welke op ongeroerde monsters zijn bepaald.

Aangezien voor een geheide paal slechts kan worden gerekend op de wrijvingshoek  $\varphi_r$  van de verstoorde klei, zou dit de indruk kunnen wekken dat de wrijvingsweerstand voor een geboorde paal groter is dan deze van een geheide paal. Men mag echter niet uit het oog verliezen dat Zeevaert hoofdzakelijk slappe lagen, welke zeer gevoelig zijn voor verkleding beschouwt. Bovendien kan in geval van een geheide paal de horizontale korrelspanning  $\sigma_{h,z}$  welke in de formule (3) dient te worden ingevoerd, groter zijn dan deze welke voor de formule (18) geldig is.

### A.I.2. Berekeningsaanname

In onze vorige bijdrage [2] werd reeds opgemerkt dat de gebruikelijke aanname:

$$\tau = \sigma_{h,z} \tan \delta = \sigma_{v,z} K_0 \tan \delta \quad (19)$$

met  $\delta$  = wrijvingshoek in het contact-vlak paal-grond

$$K_0 = 1 - \sin \varphi_r$$

$$K_0 = \text{coëfficiënt van neutrale gronddruk} \quad (20)$$

niet juist kan zijn, aangezien het verticaal vlakje niet langer een hoofdvlakje is.

Een juistere uitdrukking kan als volgt worden verkregen (fig. 3):

$$\frac{\sigma_{v,z} - \sigma_{h,z}}{2} = \tau \tan \varphi_r = \sigma_{h,z} \tan^2 \varphi_r \quad (21)$$

$$\sigma_{v,z} = \sigma_{h,z} (1 + 2 \tan^2 \varphi_r)$$

$$\frac{\sigma_{h,z}}{\sigma_{v,z}} = \frac{1}{1 + 2 \tan^2 \varphi_r} = \frac{\cos^2 \varphi_r}{\cos^2 \varphi_r + 2 \sin^2 \varphi_r}$$

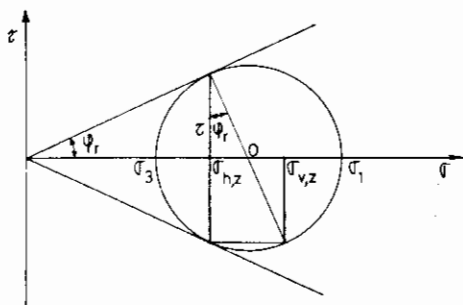


Fig. 3.

$$= \frac{1 - \sin^2 \varphi_r}{1 + \sin^2 \varphi_r} \quad (22)$$

Laten we deze verhouding aanduiden door  $K'_0$ :

$$K'_0 = \frac{1 - \sin^2 \varphi_r}{1 + \sin^2 \varphi_r} \quad (23)$$

Men heeft:

$$K'_0 = (1 - \sin \varphi_r) \frac{1 + \sin \varphi_r}{1 + \sin^2 \varphi_r} = K_0 \frac{1 + \sin \varphi_r}{1 + \sin^2 \varphi_r}$$

Men heeft steeds:

$$\frac{1 + \sin \varphi_r}{1 + \sin^2 \varphi_r} \geq 1,$$

en dus:

$$K'_0 \geq K_0.$$

Analoog met (3) kan worden geschreven:

$$s_{o,z} = \sigma_{h,z} \operatorname{tg} \delta \quad (24)$$

en gelet op (22) en (23):

$$s_{o,z} = \sigma_{v,z} K'_0 \operatorname{tg} \delta \quad (25)$$

Stel:

$$K_\Phi = K'_0 \operatorname{tg} \delta = \frac{1 - \sin^2 \varphi_r}{1 + \sin^2 \varphi_r} \operatorname{tg} \delta \quad (26)$$

De diagrammen van de bijdrage [1] kunnen verder worden aangewend indien aldaar  $K_0 \operatorname{tg} \varphi$  door  $K'_0 \operatorname{tg} \delta$  wordt vervangen.

Voor het geval van een niet bestreken paal stelt Zeevaert  $\delta = \varphi_r$ , zodat:

$$s_{o,z} = \sigma_{v,z} \frac{1 - \sin^2 \varphi_r}{1 + \sin^2 \varphi_r} \operatorname{tg} \varphi_r \quad (27)$$

$$K_\Phi = \frac{1 - \sin^2 \varphi_r}{1 + \sin^2 \varphi_r} \operatorname{tg} \varphi_r \quad (28)$$

De waarden van  $K_\Phi$  der formule (28) zijn in functie van  $\varphi_r$  door de curve ABC der figuur 4, overgenomen uit Zeevaert voorgesteld.

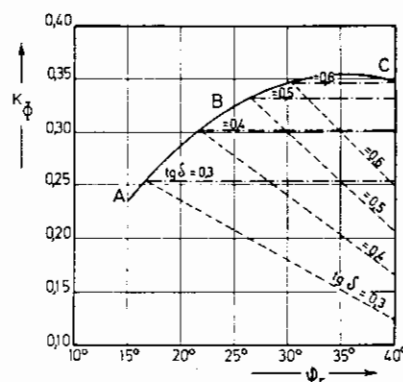


Fig. 4.

Voor  $\varphi_r = 25^\circ$  à  $30^\circ$  vindt men  $K_\Phi \approx \frac{1}{3}$ , dit is ietwat meer dan de waarde  $K_0 \operatorname{tg} \varphi = 0,25$  welke in de bijdrage [1] als normale waarde werd beschouwd.

Om de negatieve wrijving te verminderen kan de paalwand met een anti-kleefstof worden omhuld, waardoor de hoek  $\delta$  sterk wordt verminderd. Alsdan is  $\delta < \varphi_r$ .

De waarden van  $K_\Phi$  van de formule (26) zijn in functie van  $\varphi_r$ , met  $\delta$  als parameter op de uit Zeevaert overgenomen figuur 4 met streeplijnen aangeduid.

Uit deze figuur zou blijken dat men zelfs met een vrij onvolmaakte antikleeflaag een aanzienlijke vermindering van de waarde van de factor  $K_\Phi$  kan verkrijgen, en dat in geval van de aanwending van een antikleeflaag, de coëfficiënt  $K_\Phi$  zou afnemen wanneer  $\varphi_r$  toeneemt.

De figuur 4 geeft echter een te optimistisch beeld van de invloed van de anti-kleeflaag.

Inderdaad, wanneer  $\delta < \varphi_r$  kan het verticale vlak een breukvlak zijn (lineaire breuktoestand), zelfs wanneer de grond niet aan de grens van het evenwicht is.

In het geval  $\delta < \varphi_r$  kan de spanningstoestand in de grond met een welkdanige cirkel  $M_1$ , welke binnen de hoek AOB is gelegen, overeenstemmen (fig. 5).

Teneinde deze cirkel enigszins juister te bepalen, kan worden getracht rekening te houden met het feit dat de schuifspanningen, in geval van positieve kleef, uitgaan van de paal en langs een verticaal vlak aan de

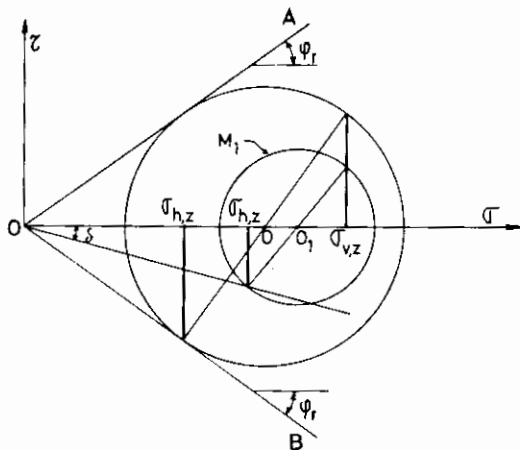


Fig. 5.

grond worden overgedragen, zodat het redelijk is te stellen dat in dat vlak de schuifspanningen een maximum vertonen.

In geval van negatieve kleeft, is het de stijfheid van de paal welke zich tegen de vervormingen verzet. Diensvolgens is het ook dan redelijk te stellen dat de schuifspanning maximum zal zijn in het vlak waar de weerstand tegen vervorming het grootst is, dit is het verticale vlak.

In beide gevallen zou de spanningstoestand alsdan worden voorgesteld door de Mohrcirkel  $M_2$  van de figuur 5a. Met deze spanningstoestand heeft men:

$$\sigma_{h,z} = \sigma_{v,z}.$$

De vergelijking (30) kan worden geschreven:

$$\frac{\lambda_p - 1}{\lambda_p + 1} \left( \frac{\sigma_{h,z}}{\sigma_{v,z}} + 1 \right) = \sqrt{\left( 1 - \frac{\sigma_{h,z}}{\sigma_{v,z}} \right)^2 + 4 \left( \frac{\sigma_{h,z}}{\sigma_{v,z}} \right)^2 \tan^2 \delta} \quad (33)$$

Uit (32):

$$\frac{\lambda_p - 1}{\lambda_p + 1} = \sin \varphi_r \quad (34)$$

$$\sin \varphi_r \left( \frac{\sigma_{h,z}}{\sigma_{v,z}} + 1 \right) = \sqrt{\left( 1 - \frac{\sigma_{h,z}}{\sigma_{v,z}} \right)^2 + 4 \left( \frac{\sigma_{h,z}}{\sigma_{v,z}} \right)^2 \tan^2 \delta} \quad (35)$$

De vergelijking (35) opgelost naar  $\frac{\sigma_{h,z}}{\sigma_{v,z}}$  geeft:

$$\frac{\sigma_{h,z}}{\sigma_{v,z}} = \frac{1 + \sin^2 \varphi_r - \sqrt{(1 + \sin^2 \varphi_r)^2 - (1 - \sin^2 \varphi_r + 4 \tan^2 \delta)(1 - \sin^2 \varphi_r)}}{1 - \sin^2 \varphi_r + 4 \tan^2 \delta} \quad (36)$$

$$K_\phi = \frac{\sigma_{h,z}}{\sigma_{v,z}} \tan \delta \quad (37)$$

$$K_\phi = \frac{1 + \sin^2 \varphi_r - \sqrt{(1 + \sin^2 \varphi_r)^2 - (1 - \sin^2 \varphi_r + 4 \tan^2 \delta)(1 - \sin^2 \varphi_r)}}{1 - \sin^2 \varphi_r + 4 \tan^2 \delta} \tan \delta \quad (38)$$

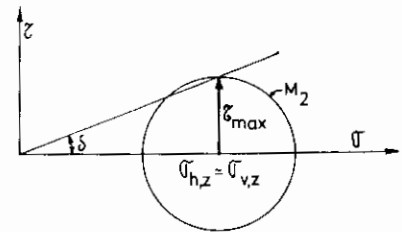


Fig. 5a.

Met deze extreme veronderstelling, krijgt men:

$$K_\phi = \tan \delta \quad (29)$$

onafhankelijk van  $\varphi_r > \delta$ .

Dit is een veel hogere waarde dan deze overeenstemmend met de streepijnen der figuur 4.

Men kan ook uitgaan van een totaal andere veronderstelling, namelijk dat de lijnbreuk langs het zwakkere vlak  $\delta$ , gepaard gaat met een zonale breuktoestand in de grondmassa zelf. Dit is overigens een willekeurige aanname.

In dit geval krijgt men de Mohrcirkel  $M_3$  der figuur 6. Men heeft:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{\sigma_{h,z} + \sigma_{v,z} + \sqrt{(\sigma_{v,z} - \sigma_{h,z})^2 + 4 \tau^2}}{\sigma_{h,z} + \sigma_{v,z} - \sqrt{(\sigma_{v,z} - \sigma_{h,z})^2 + 4 \tau^2}} \quad (30)$$

$$\tau = \sigma_{h,z} \tan \delta \quad (31)$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \lambda_p = \frac{1 + \sin \varphi_r}{1 - \sin \varphi_r} \quad (32)$$

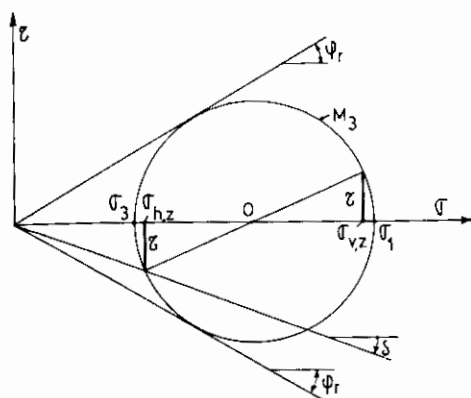


Fig. 6.

Met de uitdrukking (38) krijgt men voor  $K_\phi$  nog kleinere waarden dan deze welke met de streeplijnen der figuur 4 overeenstemmen.

Derhalve, wanneer er een zwakheidsvlak  $\delta < \phi_r$  bestaat, kan de waarde van  $K_\phi$  begrepen zijn tussen de uiterste waarden (29) (maximum) en (38) minimum). De waarde van  $K_\phi$  van de formule (26) van Zeevaert is begrepen tussen deze grenzen, doch er bestaat geen zekerheid dat de werkelijkheid niet met een hogere waarde van  $K_\phi$  dan deze der formule (26) overeenstemt.

Anderzijds kan redelijkerwijze worden gepostuleerd dat de aanwezigheid van een vlak van zwakheid, de waarde van  $K_\phi$  niet kan vermeerderen.

Steunende op al deze beschouwingen kan een waarde voor  $K_\phi$ , welke wellicht aan de veilige kant is gelegen, uit de volgende vergelijking worden afgeleid:

$$K_\phi = \frac{1 - \sin^2 \delta}{1 + \sin^2 \delta} \operatorname{tg} \delta \quad (39)$$

Derhalve, wanneer  $\delta < \phi_r$ , krijgt men uit (39) een waarde voor  $K_\phi$  welke onafhankelijk is van  $\phi_r$ . Deze waarden worden voorgesteld door de puntstreeplijnen der figuur 4.

#### Getallenvoorbeeld

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta &= 0,3 & \phi_r &= 30^\circ \\ \delta &= 16^\circ 40' \\ \sin \delta &= 0,287 & \sin \phi_r &= 0,5 \end{aligned}$$

formule (28) van Zeevaert:

$$K_\phi = \frac{1 - 0,5^2}{1 + 0,5^2} \times 0,3 = 0,18$$

zie ook streeplijnen der figuur 4,

formule (29):

$$K_\phi = \operatorname{tg} \delta = 0,3,$$

formule (38):

$$\begin{aligned} K_\phi &= \frac{1,25 - \sqrt{(1,25)^2 - 1,11 \times 0,75}}{1,11} \times 0,3 \\ &= 0,356 \times 0,3 = 0,107 \end{aligned}$$

$$1 - \sin^2 \phi_r + 4 \operatorname{tg}^2 \delta = 0,75 + 0,36 = 1,11,$$

formule (39):

$$K_\phi = \frac{1 - \sin^2 \delta}{1 + \sin^2 \delta} \operatorname{tg} \delta = \frac{1 - 0,287^2}{1 + 0,287^2} \times 0,3 = 0,254$$

Het is deze laatste waarde welke we voorstellen aan te houden.

In plaats van de afhellende streeplijnen der figuur 4 nemen we veiligheidshalve, de horizontale puntstreeplijnen gaande door de snijpunten van de in volle-lijn getekende curve.

De invloed van een antikleeflaag is dus niet zo spectaculair als door de afhellende streeplijnen wordt voorgespiegeld.

Een verder gevolg is dat, teneinde een belangrijke vermindering van de negatieve kleef te verkrijgen, het nodig is een bekleding met een betrekkelijk lage waarde van  $\operatorname{tg} \delta$  aan te wenden.

#### A.I.3. Berekening van de negatieve kleef

##### A.I.3.1. Symbolen

Volgende symbolen worden ingevoerd:

- $\sigma_{v,z}^{(o)}$  = uiteindelijke verticale spanning op de diepte  $z$ , bij afwezigheid van de palen. Deze spanning is uiteraard onafhankelijk van de afstand  $r$  tot de as van de beschouwde paal.
- $\sigma_{v,z,r}$  = uiteindelijke verticale spanning op de diepte  $z$ , en op afstand  $r$  van de paalas, in aanwezigheid van de palen.
- $\sigma_{v,z,r_0}$  = uiteindelijke verticale spanning op de diepte  $z$  aan de paalwand ( $r = r_0$ ).
- $\sigma_{h,z}$  = horizontale spanning op de diepte  $z$  aan de paalwand.
- $\bar{r}_0$  = afstand uit de paalas waar de schuifweerstand  $s$  minimum is.
- $\bar{X}$  =  $2 \pi \bar{r}_0$ .
- $\bar{A}_{z_i}$  = ekwivalent invloedsoppervlak op de diepte  $z_i$ .

Ter definitie van het ekwivalent invloedsoppervlak geldt het volgende (fig. 7).

Wegens de negatieve kleef worden op de diepte  $z_i$  de spanningen van  $\sigma_{v,z_i}^{(o)}$  verlaagd tot  $\sigma_{v,z_i,r}$ .

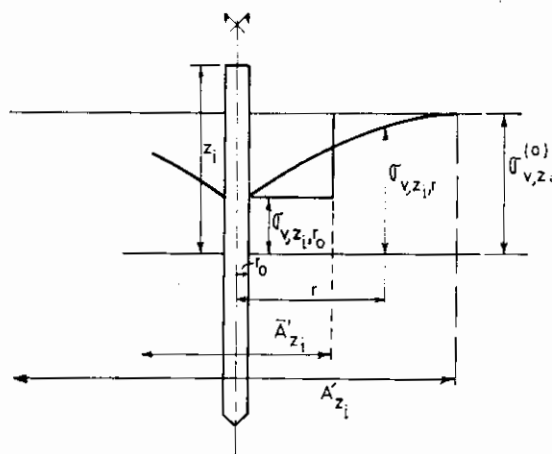


Fig. 7.

De negatieve kleef  $F_{n,z_i}$  over de hoogte  $z_i$  wordt gegeven door:

$$F_{n,z_i} = \sigma_{v,z_i}^{(0)} (A'_{z_i} - \Omega_p) - \iint_{(A'_{z_i} - \Omega_p)} \sigma_{v,z_i,r} 2\pi r dr \quad (40)$$

waar  $A'_{z_i}$  het werkelijk bruto invloedsooppervlak is,

$\Omega_p$  = oppervlak van de paal.

Men kan echter een fictief bruto oppervlak  $\bar{A}'_{z_i}$  bepalen door te stellen:

$$F_{n,z_i} = \sigma_{v,z_i}^{(0)} (\bar{A}'_{z_i} - \Omega_p) - \sigma_{v,z_i,r_0} (\bar{A}'_{z_i} - \Omega_p) \quad (41)$$

$$F_{n,z_i} = (\sigma_{v,z_i}^{(0)} - \sigma_{v,z_i,r_0}) (\bar{A}'_{z_i} - \Omega_p) \quad (42)$$

Stel:

$$\bar{A}'_{z_i} - \Omega_p = \bar{A}_{z_i} \quad (43)$$

De waarde  $\bar{A}_{z_i}$  kan echter slechts worden aangehouden in zoverre  $\bar{A}_{z_i}$  kleiner is dan het oppervlak van de repetitie cel van het palenraster.

**A.I.3.2. Globale berekeningsmethode,** gesteund op een parabolische verdeling der uiteindelijke spanning, en een waarde van het ekwivalent invloedsooppervlak enkel afhankelijk van de paaldiameter

Zij (fig. 8)  $h$  = de dikte van de slappe laag, waarover de negatieve kleef optreedt.

Het vertikaal evenwicht van een elementaire moot van de paal geeft:

$$\frac{\partial F_{n,z}}{\partial z} dz = 2\pi r_0 s_{0,z} dz \quad (44)$$

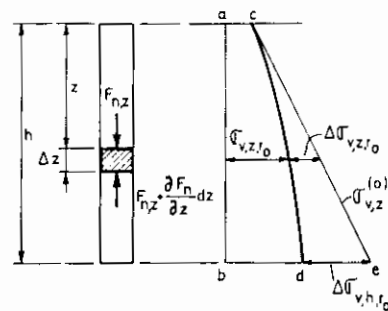


Fig. 8.

$$F_{n,h} = \bar{\chi} \int_0^h s_{0,z} dz \quad (45)$$

Men heeft:

$$s_{0,z} = K_{\Phi,z} \sigma_{v,z,r_0} \quad (46)$$

$$\sigma_{v,z,r_0} = \sigma_{v,z}^{(0)} - \Delta\sigma_{v,z,r_0} \quad (47)$$

In het geval van een homogene laag is  $K_{\Phi,z}$  constant en voorgesteld door  $K_{\Phi}$ .

De vergelijking (45) wordt:

$$F_{n,h} = \bar{\chi} K_{\Phi} \int_0^h \sigma_{v,z}^{(0)} dz - \bar{\chi} K_{\Phi} \int_0^h \Delta\sigma_{v,z,r_0} dz \quad (48)$$

$$\int_0^h \sigma_{v,z}^{(0)} dz = a b c e \quad (\text{fig. 8})$$

$$\int_0^h \Delta\sigma_{v,z,r_0} dz = c d e \quad (\text{fig. 8})$$

In een eerste methode veronderstelt Zeevaert dat de uiteindelijke verticale spanningen  $\sigma_{v,z,r_0}$  variëren volgens een parabool van de 2<sup>o</sup> graad. De voorstellende curve  $cd$  is dus een parabool van de 2<sup>o</sup> graad welke in  $c$  rakend is aan de rechte  $ce$  van de uiteindelijke spanningen welke in afwezigheid van de palen, zouden optreden (fig. 8).

Alsdan heeft men:

$$F_{n,h} = \bar{\chi} K_{\Phi} \left[ \int_0^h \sigma_{v,z}^{(0)} dz - \frac{1}{3} \Delta\sigma_{v,h,r_0} h \right] \quad (49)$$

Verder wordt door Zeevaert aangenomen dat het ekwivalent invloedsooppervlak  $\bar{A}$  onafhankelijk is van de diepte, en enkel afhankelijk is van de paaldiameter. Hij stelt:

$$\bar{A} = \pi (n r_0)^2 \quad (50)$$

$$\Delta\sigma_{v,h,r_0} = \frac{F_{n,h}}{\bar{A}} \quad (51)$$

$$F_{n,h} = \bar{\chi} K_{\Phi} \int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz - \bar{\chi} K_{\Phi} \frac{1}{3} \frac{F_{n,h}}{\bar{A}} h \quad (52)$$

waaruit:

$$F_{n,h} = \frac{\bar{\chi} K_{\Phi} \int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz}{1 + \bar{\chi} K_{\Phi} \frac{1}{3} \frac{h}{\bar{A}}} \quad (53)$$

Volgens Zeevaert kan de waarde  $\bar{A}$  voor een afzonderlijke paal gelijk worden genomen aan:

$$\bar{A} = \pi (12 r_o)^2 \quad (54)$$

Hier komt men tot het belangrijk probleem dat Zeevaert stelt dat het ekwivalent invloedsoppervlak  $\bar{A}$  enkel afhankelijk is van de straal van de paal, of van zijn diameter  $D = 2 r_o$ .

$$\bar{A} = \pi (6D)^2 \quad (55)$$

Deze aanname zal achteraf kritisch worden onderzocht.

A.I.3.3. Iteratiemethode toepasselijk op een lagenpakket en gesteund op een ekwivalent invloedsoppervlak afhankelijk van de diepte

#### A.I.3.3.1. Opstellen der recurrentieformule

Zij een pakket bestaande uit  $n$  slappe lagen, en laten we de laag  $i$  op diepte  $z_i$  beschouwen. Het ekwivalent invloedsoppervlak  $\bar{A}_{z_i}$  is thans een functie van  $z$ .

Het vertikaal evenwicht van het grondlichaam met hoogte  $\Delta z_i$  en met de ekwivalente invloedsoppervlakken  $\bar{A}_{z_{i-1}}$  en  $\bar{A}_{z_i}$  (fig. 9) wordt uitgedrukt door:

$$\gamma_k \frac{\bar{A}_{z_{i-1}} + \bar{A}_{z_i}}{2} \Delta z_i + \sigma_{v,z_{i-1},r_o} \bar{A}_{z_{i-1}} = s_{o,z_i} \bar{\chi} \Delta z_i + \sigma_{v,z_i,r_o} \bar{A}_{z_i} \quad (56)$$

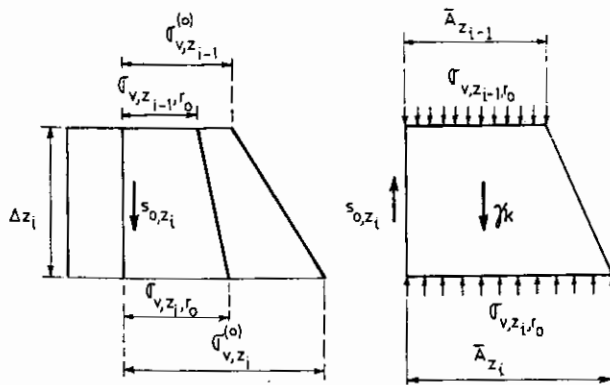


Fig. 9.

Men heeft:

$$\sigma_{v,z_i}^{(o)} = \sigma_{v,z_{i-1}}^{(o)} + \gamma_k \Delta z_i \quad (57)$$

$$\gamma_k \Delta z_i = \sigma_{v,z_i}^{(o)} - \sigma_{v,z_{i-1}}^{(o)} \quad (58)$$

De uitdrukking (58) ingevoerd in (56) geeft:

$$(\sigma_{v,z_i}^{(o)} - \sigma_{v,z_{i-1}}^{(o)}) \frac{\bar{A}_{z_{i-1}} + \bar{A}_{z_i}}{2} + \sigma_{v,z_{i-1},r_o} \bar{A}_{z_{i-1}} = s_{o,z_i} \bar{\chi} \Delta z_i + \sigma_{v,z_i,r_o} \bar{A}_{z_i} \quad (59)$$

$$\sigma_{v,z_i}^{(o)} \frac{\bar{A}_{z_{i-1}} + \bar{A}_{z_i}}{2} - \sigma_{v,z_i,r_o} \bar{A}_{z_i} - \sigma_{v,z_{i-1}}^{(o)} \frac{\bar{A}_{z_{i-1}} + \bar{A}_{z_i}}{2} + \sigma_{v,z_{i-1},r_o} \bar{A}_{z_{i-1}} = s_{o,z_i} \bar{\chi} \Delta z_i \quad (60)$$

of benaderend:

$$(\sigma_{v,z_i}^{(o)} - \sigma_{v,z_{i-1},r_o}) \bar{A}_{z_i} - (\sigma_{v,z_{i-1}}^{(o)} - \sigma_{v,z_{i-1},r_o}) \bar{A}_{z_{i-1}} = s_{o,z_i} \bar{\chi} \Delta z_i \quad (61)$$

Men heeft analoog met (46):

$$s_{o,z_i} = K_{\Phi} \frac{\sigma_{v,z_i,r_o} + \sigma_{v,z_{i-1},r_o}}{2} \quad (62)$$

Men heeft nog:

$$F_{n,z_i} = (\sigma_{v,z_i}^{(o)} - \sigma_{v,z_i,r_o}) \bar{A}_{z_i} \quad (63)$$

$$F_{n,z_{i-1}} = (\sigma_{v,z_{i-1}}^{(o)} - \sigma_{v,z_{i-1},r_o}) \bar{A}_{z_{i-1}} \quad (64)$$

De uitdrukkingen (62) en (64) invoerend in (61) verkrijgt men:

$$(\sigma_{v,z_i}^{(o)} - \sigma_{v,z_i,r_o}) \bar{A}_{z_i} = F_{n,z_{i-1}} + K_{\Phi} \frac{\sigma_{v,z_i,r_o} + \sigma_{v,z_{i-1},r_o}}{2} \bar{\chi} \Delta z_i \quad (65)$$

$$(\sigma_{v,z_i}^{(o)} - \sigma_{v,z_i,r_o}) \bar{A}_{z_i} = F_{n,z_{i-1}} + \pi \bar{r}_o K_{\Phi} (\sigma_{v,z_i,r_o} + \sigma_{v,z_{i-1},r_o}) \Delta z_i \quad (66)$$

Stel:

$$\pi \bar{r}_o K_{\Phi} = m_i \quad (67)$$

$$(\sigma_{v,z_i}^{(o)} - \sigma_{v,z_i,r_o}) \bar{A}_{z_i} = F_{n,z_{i-1}} + m_i (\sigma_{v,z_i,r_o} + \sigma_{v,z_{i-1},r_o}) \Delta z_i \quad (68)$$

De vergelijking (68) opgelost naar  $\sigma_{v,z_i,r_o}$  geeft:

$$\sigma_{v,z_i,r_o} = \frac{\sigma_{v,z_i}^{(o)} \bar{A}_{z_i} - (F_{n,z_{i-1}} + m_i \sigma_{v,z_{i-1},r_o} \Delta z_i)}{\bar{A}_{z_i} + m_i \Delta z_i} \quad (69)$$

Aan de bovenkant der slappe laag heeft men  $i - 1 = 0$ ,

$$F_{n,z_i-1} = 0 \quad \sigma_{v,z_i-1,r_0} = \sigma_{v,z_i-1}^{(0)} = p_0 \quad (70)$$

$p_0$  = de bovenbelasting.

Voor  $i = 1$ , vindt men dan uit (69):

$$\sigma_{v,z_1,r_0} = \frac{\sigma_{v,z_1}^{(0)} \bar{A}_{z_1} - m_1 \sigma_{v,z_1,r_0} \Delta z_1}{\bar{A}_{z_1} + m_1 \Delta z_1} \quad (71)$$

met:

$$\sigma_{v,z_1}^{(0)} = \gamma_k \Delta z_1 \quad (72)$$

Door de recurrentieformule (69) kan men derhalve, uitgaande van de bovenkant van het slappe lagenpakket, op elke diepte  $z_i$  de waarde van  $\sigma_{v,z_i,r_0}$  bepalen en derhalve:

$$F_{n,z_i} = (\sigma_{v,z_i}^{(0)} - \sigma_{v,z_i,r_0}) \bar{A}_{z_i} \quad (73)$$

Stel:

$$\frac{\bar{A}_{z_i}}{\bar{A}_{z_i} + m_i \Delta z_i} = N'_i \quad (74)$$

$$\frac{m_i \Delta z_i}{\bar{A}_{z_i} + m_i \Delta z_i} = N''_i \quad (75)$$

$$\frac{1}{\bar{A}_{z_i} + m_i \Delta z_i} = N'''_i \quad (76)$$

De formule (69) wordt:

$$\sigma_{v,z_i,r_0} = N'_i \sigma_{v,z_i}^{(0)} - N''_i \sigma_{v,z_i-1,r_0} - N'''_i F_{n,z_i-1} \quad (77)$$

Om de opgestelde formules te kunnen toepassen, dient echter nog te worden aangegeven op welke wijze de ekwivalente invloedsoppervlakken  $\bar{A}_{z_i}$  kunnen worden bepaald.

#### A.I.3.3.2. Bepalen van de ekwivalente invloedsoppervlakken

Om het ekwivalent invloedsoppervlak  $\bar{A}_{z_i}$  te kunnen bepalen, dient men de spanningsvermindering  $\Delta \sigma_{v,z_i,r_0}$  te kennen, welke aan de paalwand optreedt. Doch deze spanningsvermindering is juist de gezochte onbekende. Om de kringloop te doorbreken, zal men zich dus een bepaalde wet voor de verdeling van  $\Delta \sigma_{v,z_i,r_0}$  dienen op te geven, of althans een methode dienen te definiëren om een eerste benaderde waarde van  $\Delta \sigma_{v,z_i,r_0}$  te vinden. Deze benaderde waarde dient dan om de waarde van het invloedsoppervlak  $\bar{A}_{z_i}$  vast te leggen. Door de invoering van deze waarde van  $\bar{A}_{z_i}$  in de recurrentieformule (69) worden tenslotte de waarden van  $\sigma_{v,z_i,r_0}$  berekend.

Bij de bepaling van de benaderde waarden van  $\Delta \sigma_{v,z_i,r_0}$  dient te worden in acht genomen dat de spanningsvermindering aan de paalwand, in het meest algemene geval niet enkel voortspuit van de negatieve kleeft op de beschouwde paal zelf, doch ook van de negatieve kleeft op de naburige palen.

Om deze spanningsverminderingen te begroten, gaat Zeevaert uit van de veronderstelling, dat, wegens de aanwezigheid van de palen de spanningsverdeling meer gehoorzaamt aan de wet van Westergaard dan aan die van Boussinesq. De formule van Westergaard werd opgesteld voor het geval van een grond, welke wegens de aanwezigheid van talrijke stijve tussenlaagjes, zich enkel in verticale zin kan vervormen. De verticale spanningen veroorzaakt door een alleenstaande kracht  $P$  aan het oppervlak, worden dan gegeven door (fig. 10):

$$\sigma_{v,z,r} = \frac{P}{z_i^2} \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z_i}\right)^2} \right]^{3/2} \quad (78)$$

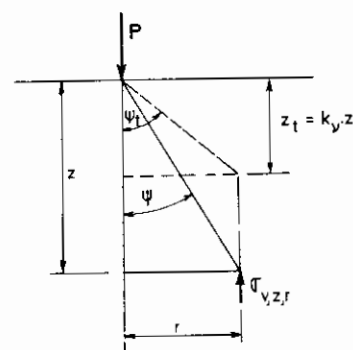


Fig. 10.

Hierin is  $z_t$  een getransformeerde diepte:

$$z_t = k_v \cdot z \quad (79)$$

$z$  = werkelijke diepte:

$$k_v = \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}} \quad (80)$$

waarin  $\nu$  = coëfficiënt van Poisson voor de laag tussen de horizontale verstijvingen.

Wanneer  $\nu = 0$  heeft men:

$$k_v = \sqrt{\frac{1}{2}} \quad (81)$$

Wanneer men stelt  $r = z_t \tan \psi_t$  (fig. 10), kan (78) worden geschreven:

$$\sigma_{v,z,r} = \frac{P}{2\pi z_i^2} (\cos \psi_i)^3 \quad (82)$$

Laten we de paal tekenen met getransformeerde diepten (fig. 11).

Beschouwd wordt een punt A(z,r), of in het getransformeerde diagram (z<sub>t</sub>,r) het punt A<sub>t</sub> en een elementaire ontlastingskracht op een hoogte u<sub>t,j</sub> boven het punt A<sub>t</sub>.

Men heeft:

$$dP = -\chi s_{o,z_j} dz_j \quad (83)$$

en dus, krachtens (78):

$$d(\Delta \sigma_{v,z,r}) = -\frac{1}{2\pi} \frac{\chi s_{o,z_j} dz_j}{u_{t,j}^2} \cos^3 \psi_{t,j} \quad (84)$$

Krachtens (79):

$$dz_j = \frac{dz_{t,j}}{k_v} \quad (85)$$

hetgeen ingevoerd in (84) geeft:

$$d(\Delta \sigma_{v,z,r}) = -\frac{1}{2\pi k_v} \frac{2\pi r_o s_{o,z_j} dz_{t,j}}{u_{t,j}^2} \cos^3 \psi_{t,j} \quad (86)$$

Men heeft:

$$dz_{t,j} = + du_{t,j} \quad (87)$$

zodat:

$$d(\Delta \sigma_{v,z,r}) = -\frac{r_o}{k_v} \frac{s_{o,z_j} du_{t,j}}{u_{t,j}^2} \cos^3 \psi_{t,j} \quad (88)$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = -\frac{r_o}{k_v} \int_0^{z_t} \frac{s_{o,z_j}}{u_{t,j}^2} \cos^3 \psi_{t,j} du_{t,j} \quad (89)$$

Om de integratie van (89) te kunnen uitvoeren, dient men te weten hoe de schuifspanningen  $s_{o,z_j}$  variëren met  $z_j$ . Hiervoor dient men echter de formules (69) en (73) te kunnen toepassen, en hiervoor is de kennis van  $\bar{A}_{z_i}$  vereist.

Men draait dus in een kringloop, te meer daar  $s_{o,z_j}$  ook nog van de aanwezigheid van de andere palen afhankelijk is.

Om de kringloop te doorbreken gaat Zeevaert uit van de vaststelling dat voor praktische problemen de waarde  $\bar{A}_{z_i}$  niet sterk van de juiste verdeling van de wrijving van de wand afhankelijk is. Hij bestudeert dan ook 3 eenvoudige gevallen:

$$1^o) s_{o,z_j} = k z_j \quad (90)$$

$$2^o) s_{o,z_j} = s_e \quad (91)$$

$$3^o) s_{o,z_j} = s_e + k z_j \quad (92)$$

A.I.3.3.2.1.

$$s_{o,z_j} = k z_j$$

De uitdrukking (90) ingevoerd in (89) geeft:

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = -\frac{r_o k}{k_v} \int_0^{z_t} \frac{k z_j}{u_{t,j}^2} \cos^3 \psi_{t,j} du_{t,j} \quad (93)$$

Krachtens (79):

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = -\frac{r_o k}{k_v^2} \int_0^{z_t} \frac{z_{t,j}}{u_{t,j}^2} \cos^3 \psi_{t,j} du_{t,j} \quad (94)$$

Uit de figuur 11 volgt:

$$z_{t,j} = z_t - u_{t,j} \quad (95)$$

hieruit:

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = -\frac{r_o k}{k_v^2} \int_0^{z_t} \frac{z_t - u_{t,j}}{u_{t,j}^2} \cos^3 \psi_{t,j} du_{t,j} \quad (96)$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = -\frac{r_o k}{k_v^2} z_t \int_0^{z_t} \frac{\cos^3 \psi_{t,j}}{u_{t,j}^2} du_{t,j} + \frac{r_o k}{k_v^2} \int_0^{z_t} \frac{\cos^3 \psi_{t,j}}{u_{t,j}} du_{t,j}$$

$$u_{t,j} = \frac{r}{\tan \psi_{t,j}} \quad (97)$$

$$du_{t,j} = -r (\sin \psi_{t,j})^{-2} d\psi_{t,j} \quad (98)$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = -\frac{r_o k}{k_v^2} z_t \int_{\frac{\pi}{2}}^{\psi_t} \frac{\cos^3 \psi_{t,j}}{r^2} \tan^2 \psi_{t,j} (-r) (\sin \psi_{t,j})^{-2} d\psi_{t,j} + \frac{r_o k}{k_v^2} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\psi_t} \frac{\cos^3 \psi_{t,j}}{r} \tan \psi_{t,j} (-r) (\sin \psi_{t,j})^{-2} d\psi_{t,j}$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = \frac{r_o k}{k_v^2} \left[ +\frac{z_t}{r} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\psi_t} \cos \psi_{t,j} d\psi_{t,j} - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\psi_t} \frac{\cos^2 \psi_{t,j}}{\sin \psi_{t,j}} d\psi_{t,j} \right]$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = \frac{r_o k}{k_v^2} \left[ -\frac{z_t}{r} (1 - \sin \psi_t) - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\psi_t} \frac{d\psi_{t,j}}{\sin \psi_{t,j}} - \cos \psi_t \right] \quad (99)$$

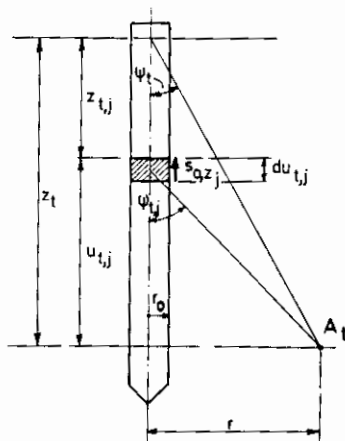


Fig. 11.

in Hütte vindt men:

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} \quad (100)$$

zodat (99) wordt:

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = - \frac{r_o k}{k_v^2} \times \left[ \frac{z_t}{r} (1 - \sin \psi_t) + \ln \operatorname{tg} \frac{\psi_t}{2} + \cos \psi_t \right] \quad (101)$$

$$\text{Indien } v = 0 \text{ is } k_v = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = - r_o k 2 \times \left[ \frac{z_t}{r} (1 - \sin \psi_t) + \ln \operatorname{tg} \frac{\psi_t}{2} + \cos \psi_t \right] \quad (102)$$

Men heeft:

$$\psi_t = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{r}{z_t} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{r\sqrt{2}}{z} \quad (103)$$

Stel:

$$I_{z,r,k} = - 2 \times \left[ \frac{z}{r\sqrt{2}} (1 - \sin \psi_t) + \ln \operatorname{tg} \frac{\psi_t}{2} + \cos \psi_t \right] \quad (104)$$

$$I_{z,r,k} = F \left( \frac{z}{r} \right)$$

De variatie van  $I_{z,r,k}$  in functie van  $\frac{z}{r}$  is gegeven door de curve  $I_{z,r,k}$  van de figuur 12.

Meer in het bijzonder voor  $r = r_o$  heeft men:

$$r_o = z_t \operatorname{tg} \psi_{t,o}$$

$$\psi_{t,o} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{r_o}{z_t} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{r_o \sqrt{2}}{z}$$

$$I_{z,r_o,k} = - 2 \times \left[ \frac{z}{r_o \sqrt{2}} (1 - \sin \psi_{t,o}) + \ln \operatorname{tg} \frac{\psi_{t,o}}{2} + \cos \psi_{t,o} \right] \quad (105)$$

In geval van een palengroep is  $r$  de afstand van de beschouwde paal tot elk van de andere palen van de groep. De invloed op de beschouwde paal van een andere paal van de groep kan worden bepaald uit de curve  $I_{z,r,k}$  (fig. 12) door de passende waarde van  $\frac{z}{r}$  in te voeren. De totale invloed op de beschouwde paal wordt ten slotte gegeven door:

$$\bar{I}_{z,k} = \sum_0^n I_{z,r,k} = I_{z,r_o,k} + \sum_1^n I_{z,r,k} \quad (106)$$

waarbij men  $n + 1$  palen heeft, en aan de beschouwde paal de rangorde 0 toekent.

$$\Delta \sigma_{v,z,r_o} = r_o k \bar{I}_{z,k} \quad (107)$$

Uit deze beredenering volgt dat ook de spanningswijzigingen welke zich buiten het equivalent invloedsoppervlak  $\bar{A}_{z_i}$  voordoen, nog een invloed op de negatieve kleeft hebben.

Men heeft:

$$F_{n,z} = 2 \pi \bar{r}_o \int_0^z s_{o,z_j} dz \quad (108)$$

en gelet op (90):

$$F_{n,z} = 2 \pi \bar{r}_o k \frac{z^2}{2} = \pi \bar{r}_o k z^2 \quad (109)$$

Uit de vergelijkingen (42) en (43) volgt:

$$F_{n,z} = \Delta \sigma_{v,z,r_o} \bar{A}_z \quad (110)$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r_o} = \frac{F_{n,z}}{\bar{A}_z} \quad (111)$$

De waarde  $F_{n,z}$  van (109) ingevoerd in (111) geeft:

$$\Delta \sigma_{v,z,r_o} = \frac{\pi r_o k z^2}{\bar{A}_z} \quad (112)$$

De waarde  $\Delta \sigma_{v,z,r_o}$  van (107) ingevoerd in (112) geeft:

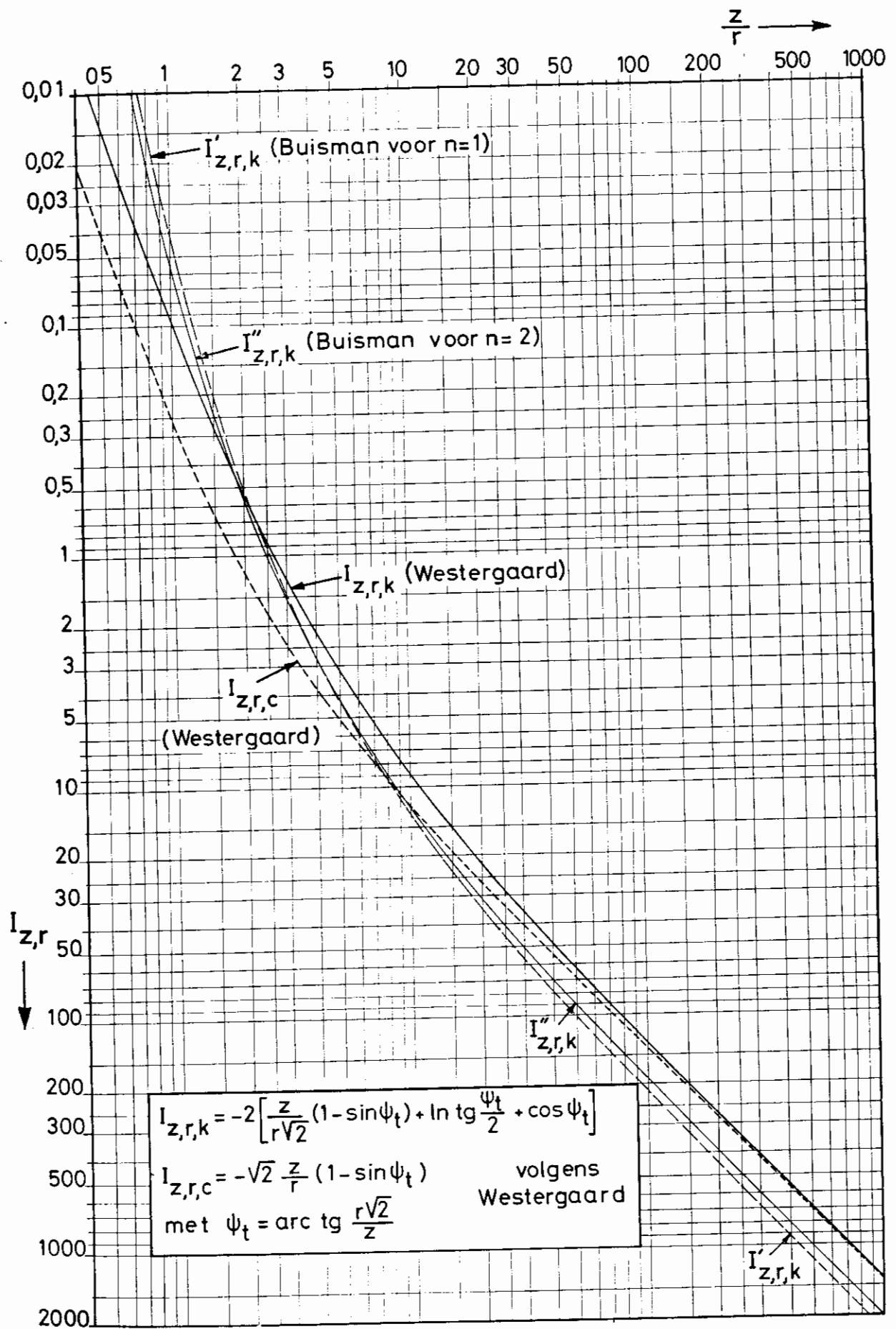


Fig. 12.

$$r_o k \bar{I}_{z,k} = \frac{\pi r_o k z^2}{\bar{A}_z} \quad (113)$$

waaruit:

$$\bar{A}_z = \frac{\pi z^2}{\bar{I}_{z,k}} \quad (114)$$

De straal van het ekwivalente invloedsoppervlak wordt gegeven door:

$$\bar{R}_z = \sqrt{\frac{\bar{A}_z + \Omega_p}{\pi}} \quad (115)$$

Aldus is een benaderde uitdrukking voor het ekwivalente invloedsoppervlak gevonden.

*Bemerking*

De waarden  $\bar{I}_{z,k}$  in te voeren in de formule (114) worden verkregen door toepassing van de formule (104). Ze zijn 2-maal groter dan de waarden gepubliceerd door Zeevaert.

A.I.3.3.2.2.

$$s_{o,zj} = s_e = \text{cte} \quad (116)$$

De formule (89) wordt:

$$\Delta\sigma_{v,z,r} = - \frac{r_o s_e}{k_v} \int_0^{z_i} \frac{\cos^3 \Psi_{t,j}}{u_{t,j}^2} du_{t,j} \quad (117)$$

en gelet op (97) en (98):

$$\Delta\sigma_{v,z,r} = + \frac{r_o s_e}{k_v r} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\Psi_t} \cos \psi_{t,j} d\psi_{t,j} \quad (118)$$

$$\Delta\sigma_{v,z,r} = - \frac{r_o s_e}{k_v r} (1 - \sin \psi_t) \quad (119)$$

$$\Delta\sigma_{v,z,r} = - \frac{r_o s_e}{z} \cdot \frac{1}{k_v} \frac{z}{r} (1 - \sin \psi_t)$$

$$\Delta\sigma_{v,z,r} = - \frac{r_o s_e}{z} \frac{z\sqrt{2}}{r} (1 - \sin \psi_t) \quad (120)$$

Stel:

$$I_{z,r,c} = - \sqrt{2} \frac{z}{r} (1 - \sin \psi_t) \quad (121)$$

$$\Delta\sigma_{v,z,r} = \frac{r_o s_e}{z} I_{z,r,c} \quad (122)$$

en voor  $r = r_o$ :

$$\Delta\sigma_{v,z,r_o} = - \frac{r_o s_e}{z} \frac{z\sqrt{2}}{r_o} (1 - \sin \psi_{t,o}) \quad (123)$$

met:

$$\psi_{t,o} = \arctg \frac{r_o \sqrt{2}}{z} \quad (124)$$

De waarden van  $I_{z,r,c}$  zijn in functie van  $\frac{z}{r}$  op de figuur 12 door de curve  $I_{z,r,c}$  voorgesteld.

Analoog met (106) heeft men:

$$I_{z,c} = \sum_0^n I_{z,r,c} = I_{z,r_o,c} + \sum_1^n I_{z,r,c} \quad (125)$$

Analoog met (107) en gelet op (122) heeft men:

$$\Delta\sigma_{v,z,r_o} = \frac{r_o s_e}{z} \sum_0^n I_{z,r,c} = \frac{r_o s_e}{z} I_{z,c} \quad (126)$$

Men heeft:

$$F_{n,z} = 2 \pi r_o s_e z \quad (127)$$

en:

$$\Delta\sigma_{v,z,r_o} = \frac{F_{n,z}}{\bar{A}_z} = \frac{2 \pi r_o s_e z}{\bar{A}_z} \quad (128)$$

De waarde  $\Delta\sigma_{v,z,r_o}$  van (126) ingevoerd in (128) geeft:

$$\frac{r_o s_e}{z} I_{z,c} = \frac{2 \pi r_o s_e z}{\bar{A}_z} \quad (129)$$

waaruit:

$$\bar{A}_z = \frac{2 \pi z^2}{I_{z,c}} \quad (130)$$

*Bemerking*

De waarden  $\bar{I}_{z,c}$  in te voeren in de formule (130) worden verkregen door toepassing van de formule (121). Ze zijn  $\sqrt{2}$  maal groter dan de waarden van de door Zeevaert gepubliceerde formule.

A.I.3.3.2.3.

$$s_{o,zj} = s_e + k z_j \quad (131)$$

Stel:

$$s_e = k h_e \quad (132)$$

Uit (107) haalt men:

$$(\Delta\sigma_{v,z,r_o})_k = r_o k \bar{I}_{z,k} \quad (133)$$

en uit (126):

$$(\Delta\sigma_{v,z,r_o})_c = \frac{r_o s_e}{z} I_{z,c} = \frac{r_o k h_e}{z} I_{z,c} \quad (134)$$

Men heeft:

$$F_{n,z} = 2 \pi r_o \left( k h_e z + \frac{1}{2} k z^2 \right) \quad (135)$$

Men stelt:

$$F_{n,z} = [(\Delta \sigma_{v,z,r_o})_k + (\Delta \sigma_{v,z,r_o})_c] \bar{A}_z \quad (136)$$

waaruit:

$$\bar{A}_z = \frac{2 \pi r_o \left( k h_e z + \frac{1}{2} k z^2 \right)}{r_o k I_{z,k} + \frac{r_o k h_e}{z} I_{z,c}} \quad (137)$$

$$\bar{A}_z = \pi z^2 \frac{2 h_e + z}{z I_{z,k} + h_e I_{z,c}} \quad (138)$$

*Bemerking*

In de formule (138) is  $I_{z,k}$  2-maal groter dan de waarde, gegeven door de door Zeevaert gepubliceerde formule en  $I_{z,c}$   $\sqrt{2}$ -maal groter dan gegeven door de door Zeevaert gepubliceerde formule.

#### A.I.3.3.2.4.

Invloedsdiagrammen.

##### A.I.3.3.2.4.1.

$$s_{0,zj} = k z_j$$

De formule (104) kan worden geschreven:

$$I_{z,r,k} = -2 \left[ \frac{z}{r\sqrt{2}} \left( 1 - \sin \arctg \frac{r}{z} \sqrt{2} \right) + \ln \arctg \frac{r\sqrt{2}}{z} + \cos \arctg \frac{r\sqrt{2}}{z} \right] \quad (139)$$

derhalve:

$$I_{z,r,k} = F \left( \frac{z}{r} \right) \quad (140)$$

Als  $\frac{\bar{z}}{\bar{r}} = \frac{z}{r}$  krijgt men dezelfde waarde  $I_{z,r,k}$  voor

de voorstellende en voor de werkelijkheid.

$$\text{Stel } I_{z,r,k} = \text{constante } C, \text{ en kies } \bar{z} = \lambda \quad (141)$$

Men vindt dan uit (139) de waarde  $\bar{r}$  voor dewelke  $I_{z,r,k} = C$ . Men kan derhalve op de schaal  $\bar{z} = \lambda$ , de cirkels met straal  $\bar{r}$  tekenen, overeenstemmend met verschillende constante waarden van  $I_{z,r,k}$ .

Dezelfde waarde  $I_{z,r,k} = C$  wordt gevonden voor alle combinaties  $z, r$ , welke voldoen aan de betrekking:

$$\frac{z}{r} = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{r}} \quad (142)$$

$$\frac{z}{r} = \frac{\bar{\lambda}}{r \bar{u}_x} \quad (143)$$

$$z = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{u}_x} \quad (144)$$

met  $\bar{u}_x$  = schaal der horizontale afmetingen.

Tekent men het palenraster op een schaal  $\bar{u}_x$ , zo is de diepte welke hiermede overeenstemt gegeven door (144). Omgekeerd wil men  $I_{z,r,k}$  bepalen op de diepte  $z$ , zo dient men het palenraster te tekenen op een schaal  $\bar{u}_x$ :

$$\bar{u}_x = \frac{\bar{\lambda}}{z} \quad (145)$$

Het invloedsdiagram der figuur 13 is overgenomen uit Zeevaert, doch alle waarden zijn met 2 vermenigvuldigd.

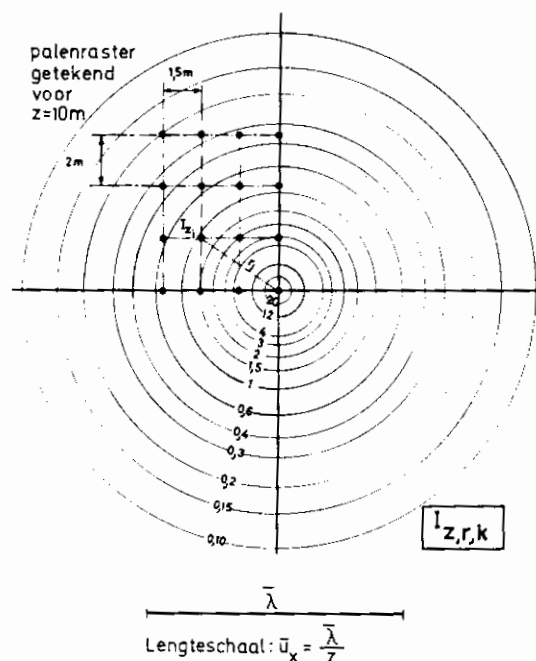


Fig. 13.

#### Getallenvoorbeeld

Beschouwd wordt een palenraster van 16 palen  $\varnothing 0,40$  m met afstanden h.o.h.  $a = 1,50$  m en  $b = 2$  m.

$$A = 2 \times 1,50 = 3,00 \text{ m}^2.$$

Het invloedsdiagram is getekend voor een referentie diepte  $\bar{z} = \bar{\lambda} = 3,4$  cm. Men wenst  $I_{z,r,k}$  te bepalen op een diepte  $z = 10$  m. Krachtens (145) dient men het palenraster te tekenen op een schaal:

$$\bar{u}_x = \frac{\bar{\lambda}}{z} = \frac{3,4 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = \frac{1 \text{ cm}}{2,94 \text{ m}}$$

Men heeft dus:

$$\bar{a} = 1,50 \times \frac{1}{2,94} = 0,51 \text{ cm}$$

$$\bar{b} = 2,00 \times \frac{1}{2,94} = 0,68 \text{ cm}$$

Wanneer thans de waarde van de invloedscoëfficiënt  $I_{z,k}$  voor een bepaalde paal van de groep wordt verlangd, dient men de voorstellende tekening van het palenraster derwijze op de invloeds cirkels te plaatsen, dat de paal voor dewelke men  $I_{z,k}$  zoekt, met het centrum van de cirkels samenvalt.

Voor het geval waarbij  $I_{z,k}$  voor een hoekpaal van de groep wordt gezocht op een diepte  $z = 10$  m, is het palenplan op de gepaste schaal op het linkerbovenkwadrant der figuur 13 getekend.

Men heeft, krachtens (106):

$$I_{z,k} = I_{z,r_0,k} + \sum_1^n I_{z,r,k} \quad (106)$$

De waarde  $I_{z,r_0,k}$  kan op het diagram der figuur 13 niet worden afgelezen. Hiervoor moet men gebruik maken van de figuur 12, waar  $I_{z,r_0,k}$  kan worden afgelezen, voor  $\frac{z}{r_0} = \frac{10,00}{0,20} = 50$ . Men vindt  $I_{z,r_0,k} = 62,19$ .

Verder uit de figuur 13 (linkerbovenkwadrant):

$$\begin{aligned} \sum_1^n I_{z,r,k} &= 4,92 + 3,12 + 2,13 + 1,53 + 1,07 + \\ &\quad 0,87 + 0,75 + 0,67 + 0,55 + 0,54 + \\ &\quad 0,35 + 0,35 + 0,33 + 0,27 + 0,20 = \\ &= 17,65 \end{aligned}$$

$$I_{z,k} = 62,19 + 17,65 = 79,84.$$

Het ekwivalente oppervlak op de diepte  $z = 10,00$  m wordt voor de beschouwde hoekpaal gegeven door (114):

$$\bar{A}_{z=10,00 \text{ m}} = \frac{\pi z^2}{I_{z,k}} = \frac{\pi \times 10^2}{79,84} = 3,93 \text{ m}^2$$

De ekwivalente straal is, krachtens (115):

$$\bar{R}_{z=10,00 \text{ m}} = \sqrt{\frac{3,93 + \pi \times 0,20^2}{\pi}} = \sqrt{\frac{3,93}{\pi} + 0,20^2}$$

$$\bar{R}_{z=10,00 \text{ m}} = 1,14 \text{ m}$$

Men kan ook gemakkelijk de waarden bepalen, welke zouden gelden voor een alleenstaande paal:

$$\bar{A}_{z=10,00 \text{ m}} = \frac{\pi z^2}{I_{z,r_0,k}} = \frac{\pi \times 10^2}{62,19} = 5,05 \text{ m}^2$$

$$\bar{R}_{z=10,00 \text{ m}} = \sqrt{\frac{5,05}{\pi} + 0,20^2} = 1,28 \text{ m}$$

Het is mogelijk dat de stralen welke men op deze wijze berekent groter zijn dan de helft van de tussenafstand h.o.h. van de palen. Doch een dergelijk resultaat kan niet met de werkelijkheid overeenstemmen. Men dient alsdan een kleiner ekwivalent oppervlak in te voeren dan hetgene hiervoren is berekend.

Het ekwivalent oppervlak dient desnoods te worden begrensd tot de volgende waarden (fig. 14):

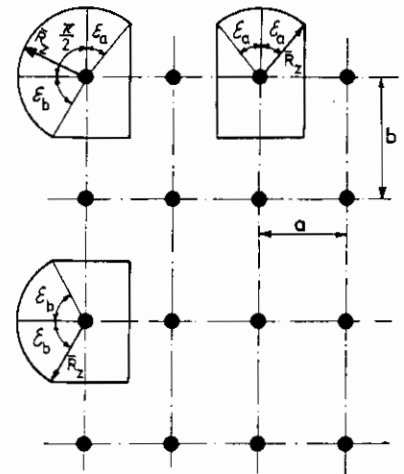


Fig. 14.

1°) inwendige paal:

$$\bar{A}_z \leq A - \Omega_p = a b - \Omega_p \quad (146)$$

2°) voor een hoekpaal:

$$\begin{aligned} \bar{A}_z \leq & \frac{\pi}{4} R_z^2 + \frac{\epsilon_a + \epsilon_b}{2} R_z^2 + \frac{ab}{4} - \Omega_p + \\ & + \frac{a}{2} \frac{R_z \cos \epsilon_a}{2} + \frac{b}{2} \frac{R_z \cos \epsilon_b}{2} \end{aligned} \quad (147)$$

3°) randpaal der a lijn:

$$\bar{A}_z \leq a \frac{b}{2} - \Omega_p + 2 \epsilon_a \frac{R_z^2}{2} + 2 \frac{a}{2} \frac{R_z \cos \epsilon_a}{2}$$

$$\bar{A}_z \leq \frac{ab}{2} - \Omega_p + \varepsilon_a R_z^2 + \frac{a \bar{R}_z \cos \varepsilon_a}{2} \quad (148)$$

4<sup>o</sup>) randpaal der b lijn:

$$\bar{A}_z \leq \frac{ab}{2} - \Omega_p + \varepsilon_b R_z^2 + \frac{b \bar{R}_z \cos \varepsilon_b}{2} \quad (149)$$

In deze formule stelt  $\Omega_p$  de doorsnede van de paal voor.

De betekenis van de hoeken  $\varepsilon_a$  en  $\varepsilon_b$  is op de figuur 14 aangegeven.

A.I.3.3.2.4.2.

$$s_{0,z_j} = s_e.$$

De formule (121) kan worden geschreven:

$$I_{z,r,c} = -\sqrt{2} \frac{z}{r} \left( 1 - \sin \arctg \frac{r\sqrt{2}}{z} \right) \quad (150)$$

Men heeft:

$$\frac{z}{r} = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{r}}$$

$$\bar{u}_x = \frac{\bar{\lambda}}{z}$$

Het invloedsdiagram welke met de formule (150) overeenstemt is op de figuur 15 getekend, waarbij  $\bar{\lambda} = 2,80$  cm.

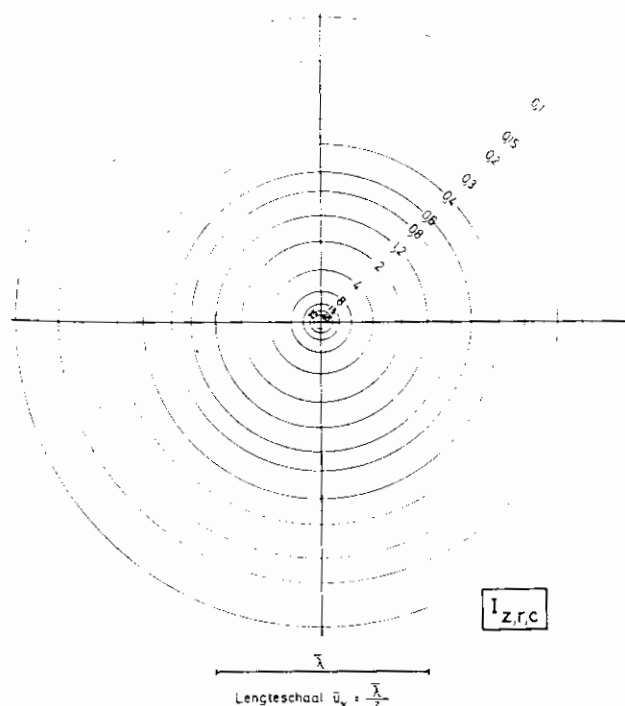


Fig. 15.

A.I.3.3.2.5.

Bemerking t.o.v. de voor  $s_{0,z_j}$  beschouwde wetten.

Ter bepaling van het ekwivalente oppervlak gaat Zeevaert uit van een der aannamen (90) t/m (92).

In feite heeft men:

$$s_{0,z_j} = K_{\phi,z_j} \sigma_{v,z_j} \quad (151)$$

$$s_{0,z_j} = \frac{1 - \sin^2 \varphi_r}{1 + \sin^2 \varphi_r} \operatorname{tg} \varphi_r \sigma_{v,z_j}$$

In (151) is  $\sigma_{v,z_j}$  niet de oorspronkelijke terreinspanning, doch wel de uiteindelijke, welke mede bepaald wordt door de negatieve kleeft.

Wegens deze invloed neemt vooreerst  $\sigma_{v,z_j}$  niet meer lineair met de diepte toe. Bovendien, aangezien de negatieve kleeft een andere is voor een inwendige paal en voor een randpaal, is ook  $\sigma_{v,z_j}$  voor elk dezer palen verschillend.

De uitdrukking  $s_{0,z_j} = s_e + k z_j$  stemt dus niet overeen met de werkelijkheid. Bovendien is  $k$  veranderlijk van paal tot paal. Het is omdat men  $k$  als een onveranderlijke beschouwt, dat deze coëfficiënt uit de eindvergelijking (bv. 113) verdwijnt. De werkelijkheid is echter veel minder eenvoudig.

Er dient nochtans te worden opgemerkt dat de invoering van een der aannamen (90 t/m 92) in de methode van Zeevaert, enkel ten doel heeft, als eerste stap der berekeningen, het ekwivalente invloedsoppervlak te bepalen. Het blijkt wel dat de waarde gevonden voor dit ekwivalente invloedsoppervlak enkel als een benadering kan worden beschouwd. De vraag kan worden gesteld of het de moeite loont betrekkelijk ingewikkelde berekeningen ter bepaling van  $\bar{A}_z$  te verrichten, terwijl toch aan het resultaat dezer berekeningen slechts een zeer betrekkelijke betekenis kan worden toegekend.

## A.II. Positieve kleeft

### A.II.1. Physische gegevens

Voor het geval van positieve kleeft deelt Zeevaert mede dat de schuifweerstand een minimum vertoont op een afstand  $\bar{r}_0 = 1,10 r_0$  van de paalas.

De verstoring door de heien veroorzaakt laat zich voelen tot een afstand  $1 D = 2 r_0$  van de paalwand.

Zeevaert is van oordeel dat op betrekkelijk korte afstand van de paal de schuifweerstand is verminderd

tot 0,6 maal zijn oorspronkelijke waarde. De oorspronkelijke schuifweerstand wordt door hem bepaald door middel van geconsolideerde ongedraineerde triaxiaalproeven, waarbij de consolidatie geschiedt onder een alzijdige druk gelijk aan de gedachte spherische spanningstensor in het terrein.

Als  $q_{u,z}$  de deviator is welke in een dergelijke proef het monster tot de breuk voert, heeft men dus volgens Zeevaart:

$$s_{o,z} = 0,6 \frac{q_{u,z}}{2} = 0,3 q_{u,z} \quad (152)$$

Een andere begrenzing is:

$$s_{o,z} = K_{\phi} \sigma_{v,z,r_0} \quad (153)$$

met:

$$K_{\phi} = \frac{1 - \sin^2 \varphi_r}{1 + \sin^2 \varphi_r} \operatorname{tg} \varphi_r \quad (154)$$

waarbij  $\varphi_r$  = de wrijvingshoek van de verstoorde klei.

Veiligheidshalve wordt op elke diepte de kleinste van de waarden (152) en (153) beschouwd.

#### A.II.2. Berekeningsmethode van de positieve kleeft

A.II.2.1. Globale methode gesteund op een lineaire verdeling der uiteindelijke spanningen en een waarde van het ekwivalent invloedsoppervlak enkel afhankelijk van de paaldiameter

Men stelt:

$$\bar{A} = \pi (12 r_0)^2 \quad (54)$$

Het vertikaal evenwicht van de moot  $dz$  (fig. 16) geeft:

$$\bar{A} \frac{\partial (\Delta \sigma_{v,z,r_0})}{\partial z} dz = \bar{\chi} s_{o,z} dz \quad (155)$$

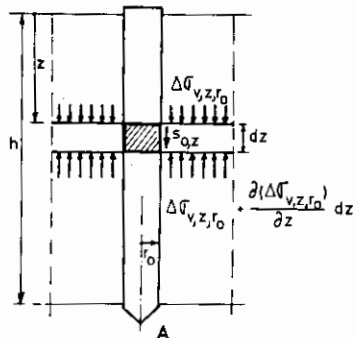


Fig. 16.

Indien  $c_r$  de cohesie is die de verstoorde klei nog kan vertonen, kan men stellen:

$$s_{o,z} = c_r + \sigma_{v,z,r_0} K_{\phi} \quad (156)$$

Verder heeft men:

$$\sigma_{v,z,r_0} = \sigma_{v,z}^{(o)} + \Delta \sigma_{v,z,r_0} \quad (157)$$

$\sigma_{v,z}^{(o)}$  = vertikale spanning bij afwezigheid van de palen.

De vergelijking (155) wordt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\Delta \sigma_{v,z,r_0})}{\partial z} dz &= \frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} c_r dz + \frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} K_{\phi} \sigma_{v,z}^{(o)} dz + \\ &+ \frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} K_{\phi} \Delta \sigma_{v,z,r_0} dz \end{aligned} \quad (158)$$

Integrerend van 0 tot h:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{v,h,r_0} &= \frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} \int_0^h c_r dz + \frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} K_{\phi} \int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz + \\ &+ \frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} K_{\phi} \int_0^h \Delta \sigma_{v,z,r_0} dz \end{aligned} \quad (159)$$

$$\int_0^h c_r dz = c_{r,m} h \quad (160)$$

$c_{r,m}$  = gemiddelde cohesie van de verstoorde grond over de hoogte h:

$$\int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz = \frac{\sigma_{v,z=0}^{(o)} + \sigma_{v,z=h}^{(o)}}{2} h \quad (161)$$

In de hier beschouwde benadering wordt aangenomen dat  $\Delta \sigma_{v,z,r_0}$  lineair varieert met z:

$$\Delta \sigma_{v,z,r_0} = \frac{z}{h} \Delta \sigma_{v,h,r_0} \quad (162)$$

alsdan:

$$\int_0^h \Delta \sigma_{v,z,r_0} dz = \frac{\Delta \sigma_{v,h,r_0}}{h} \frac{h^2}{2} = \Delta \sigma_{v,h,r_0} \frac{h}{2} \quad (163)$$

De vergelijking (159) wordt:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{v,h,r_0} &= \frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} c_{r,m} h + \frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} K_{\phi} \frac{\sigma_{v,z=0}^{(o)} + \sigma_{v,z=h}^{(o)}}{2} h + \\ &+ \frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} K_{\phi} \frac{h}{2} \Delta \sigma_{v,h,r_0} \end{aligned} \quad (164)$$

Stel:

$$\frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} K_{\phi} \frac{h}{2} = m' \quad (165)$$

$$\frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} h = m'' \quad (166)$$

$$\Delta\sigma_{v,h,r_0} = \frac{m''}{1-m'} c_{r,m} + \frac{m'}{1-m'} [\sigma_{v,z=0}^{(o)} + \sigma_{v,z=h}^{(o)}] \quad (167)$$

$$F_{p,h} = \bar{A} \Delta\sigma_{v,h,r_0} \quad (168)$$

A.II.2.2. Globale methode gesteund op een parabolische verdeling van de uiteindelijke spanningen en een waarde van het ekwivalent oppervlak enkel afhankelijk van de paaldiameter

Ter vervanging van de lineaire wet (162), kan ook een parabolische wet worden ingevoerd.

$$\Delta\sigma_{v,z,r_0} = \frac{z^2}{h^2} \Delta\sigma_{v,h,r_0} \quad (169)$$

alsdan:

$$\int_0^h \Delta\sigma_{v,z,r_0} dz = \frac{\Delta\sigma_{v,h,r_0}}{h^2} \frac{h^3}{3} = \Delta\sigma_{v,h,r_0} \frac{h}{3} \quad (170)$$

De vergelijking (159) wordt:

$$\Delta\sigma_{v,h,r_0} = \frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} c_{r,m} h + \frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} K_\Phi \int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz + \frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} K_\Phi \frac{h}{3} \Delta\sigma_{v,h,r_0} \quad (171)$$

en indien  $c_{r,m} = 0$ :

$$\Delta\sigma_{v,h,r_0} = \frac{-\frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} K_\Phi \int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz}{1 - \frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} K_\Phi \frac{h}{3}} \quad (172)$$

$$F_{p,h} = \bar{A} \cdot \Delta\sigma_{v,h,r_0} = \frac{\bar{\chi} K_\Phi \int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz}{1 - \frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} K_\Phi \frac{h}{3}} \quad (173)$$

A.II.2.3. Iteratiemethode toepasselijk op een lagenpakket en gesteund op een ekwivalent invloedsoppervlak afhankelijk van de diepte

Zij  $Q_{f,r}$  het grensdragvermogen van de paal overeenstemmend met de volledige mobilizatie van de positieve kleef langs de mantel (fig. 17).

A.II.2.3.1. Men beschouwt vooreerst het geval, waar bij de schuifspanning wordt gegeven door (153), of nog vollediger door:

$$s_{o,z_i} = c_{r,z_i} + K_{\Phi,z_i} \frac{\sigma_{v,z_i,r_0} + \sigma_{v,z_i-1,r_0}}{2} \quad (174)$$

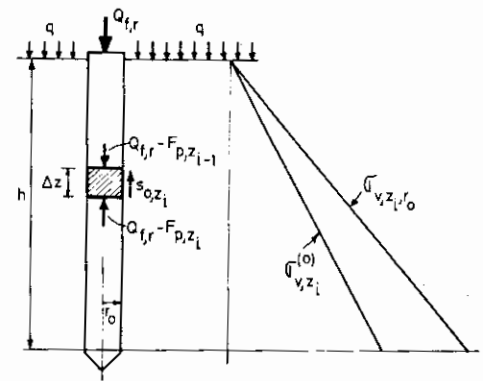


Fig. 17.

$$K_{\Phi,z_i} = \frac{1 - \sin^2 \varphi_{r,i}}{1 + \sin^2 \varphi_{r,i}} \operatorname{tg} \varphi_{r,i} \quad (175)$$

Analoog als voor de negatieve kleef, schrijft men:

$$[\sigma_{v,z_i,r_0} - \sigma_{v,z_i}^{(o)}] \bar{A}_{z_i} + - [\sigma_{v,z_i-1,r_0} - \sigma_{v,z_i-1}^{(o)}] \bar{A}_{z_i-1} = \bar{\chi} s_{o,z_i} \Delta z_i \quad (176)$$

$$F_{p,z_i-1} = [\sigma_{v,z_i-1,r_0} - \sigma_{v,z_i-1}^{(o)}] \bar{A}_{z_i-1} \quad (177)$$

$$F_{p,z_i} = [\sigma_{v,z_i,r_0} - \sigma_{v,z_i}^{(o)}] \bar{A}_{z_i} \quad (178)$$

Stel:

$$m_i = \pi \bar{r}_o K_{\Phi,z_i} \quad (179)$$

Gelet op (174), (177) en (179) wordt de vergelijking (176), opgelost naar  $\sigma_{v,z_i,r_0}$ :

$$\sigma_{v,z_i,r_0} = \frac{F_{p,z_i-1} + \sigma_{v,z_i}^{(o)} \bar{A}_{z_i} + (\bar{\chi} c_{r,z_i} + m_i \sigma_{v,z_i-1,r_0}) \Delta z_i}{\bar{A}_{z_i} - m_i \Delta z_i} \quad (180)$$

Voor  $z = 0$  heeft men  $F_{p,z_i-1=0} = 0$ :

$$\sigma_{v,z_i-1=0,r_0} = \sigma_{v,z=0}^{(o)} = q \quad (181)$$

Stel:

$$M'_i = \frac{\bar{A}_{z_i}}{\bar{A}_{z_i} - m_i \Delta z_i} \quad (182)$$

$$M''_i = \frac{m_i \Delta z_i}{\bar{A}_{z_i} - m_i \Delta z_i} \quad (183)$$

$$M'''_i = \frac{1}{\bar{A}_{z_i} - m_i \Delta z_i} \quad (184)$$

De formule (180) wordt:

$$\sigma_{v,z_i,r_0} = M'_i \sigma_{v,z_i}^{(o)} + M''_i \sigma_{v,z_i-1,r_0} + M'''_i F_{p,z_i-1} \quad (185)$$

De ekwivalente oppervlakken  $\bar{A}_{z_i}$  worden bepaald op identieke wijze als voor de negatieve kleeft.

A.II.2.3.2. Worden de schuifspanningen gegeven door de formule (152) zo heeft men:

$$s_{0,z_i} = c_i \quad K_\phi = 0 \quad m_i = 0 \quad (186)$$

De formule (180) wordt:

$$\sigma_{v,z_i,r_0} = \sigma_{v,z_i}^{(0)} + \frac{F_{p,z_i-1} + \bar{\chi} c_i \Delta z_i}{\bar{A}_{z_i}} \quad (187)$$

$$[\sigma_{v,z_i,r_0} - \sigma_{v,z_i}^{(0)}] \bar{A}_{z_i} = F_{p,z_i-1} + \bar{\chi} c_i \Delta z_i \quad (188)$$

$$F_{p,z_i} = F_{p,z_i-1} + \bar{\chi} c_i \Delta z_i \quad (189)$$

$$F_{p,z_i-1} = F_{p,z_i-2} + \bar{\chi} c_{i-1} \Delta z_{i-1} \quad (190)$$

$$\text{-----} \quad (191)$$

$$F_{p,z_i} = \bar{\chi} \sum_0^h c_i \Delta z_i$$

De formule (191) is enkel geldig vanaf de diepte  $z_{crit}$  (fig. 18) waarop:

$$\bar{\chi}_2 (0,3 q_{u,z_{crit}}) \leq \left[ c_{i,r} + K_{\phi,r,z_i} \frac{\sigma_{v,z_i,r_0} + \sigma_{v,z_i-1,r_0}}{2} \right] \bar{\chi}_1 \quad (192)$$

In de formule (192) stelt men twee perimeters  $\bar{\chi}_2$  en  $\bar{\chi}_1$  omdat voor de schuifweerstand de formules (152) en (153) niet noodzakelijk op dezelfde afstand van de paalas hun respectievelijk minimum bereiken.

Aldus wordt de totale positieve kleeft gegeven door de formule:

$$Q_{t,r} = \left| F_{p,K_\phi} \right|_0^{z_{crit}} + \bar{\chi}_2 \sum_{z_{crit}}^h c_i \Delta z_i \quad (193)$$

## B. AANVULLING EN UITBREIDING VAN DE METHODE BESCHREVEN IN HET TIJDSCHRIFT DER OPENBARE WERKEN VAN BELGIË, NR. 6, DECEMBER 1966

In de aflevering n° 6 — December 1966 van het Tijdschrift der Openbare Werken van België is een bijdrage verschenen waar een methode ter berekening van de negatieve wrijving op palen werd beschreven.

De beschreven methode zal enigszins worden aangepast, en bovendien tot het geval van meer ingewikkelde profielen worden uitgebreid. Tevens zal een methode voor de berekening van de positieve kleeft worden aangegeven.

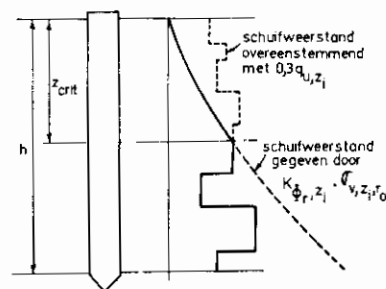


Fig. 18.

## B.I. Negatieve kleeft

### B.I.1. Berekeningsaanname

In de oorspronkelijke bijdrage werd uitgegaan van de wrijvingsparameter:

$$K_0 \operatorname{tg} \varphi = (1 - \sin \varphi) \operatorname{tg} \varphi \quad (194)$$

In die bijdrage werd overigens reeds de aandacht gevestigd op het feit, dat een meer logische waarde van de wrijvingsparameter, verkregen wordt door:

$$K_\phi = \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} \operatorname{tg} \varphi = K'_0 \operatorname{tg} \varphi \quad (195)$$

De waarde  $K_\phi$  is ietwat groter dan  $K_0 \operatorname{tg} \varphi$ . Waar men voor normale waarden van de wrijvingshoek  $K_0 \operatorname{tg} \varphi = 0,25$  vindt, heeft men voor  $K_\phi$  de waarde  $K_\phi = 0,33$ .

Zeevaert heeft bij ondervinding vastgesteld dat in de formule (195) de waarde  $\varphi_r$  van de verstoorde grond dient te worden ingevoerd.

In geval van een paal voorzien van een antikleefbekleding met wrijvingshoek  $\delta < \varphi_r$ , stellen we:

$$K_\phi = \frac{1 - \sin^2 \delta}{1 + \sin^2 \delta} \operatorname{tg} \delta \quad (196)$$

### B.I.2. Aanpassing van de formules geldig voor het geval van één enkele homogene laag

Zij (fig. 19):

$h$  = de dikte van de slappe laag,

$A$  = het invloedsoppervlak,

$p_0$  = de bovenbelasting aangebracht na het inheien van de paal.

Men heeft alsdan:

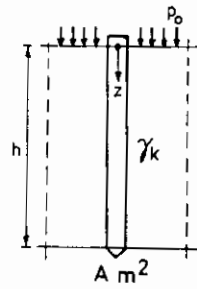


Fig. 19.

$$\frac{F_n}{A \gamma_k h} = 1 + \left( \frac{p_0}{\gamma_k h} - \frac{1}{\pi K_\phi} \frac{\frac{A}{Dh}}{\frac{A}{Dh}} \right) \left( 1 - e^{-\frac{\pi K_\phi}{\frac{A}{Dh}}} \right) \quad (197)$$

In de oorspronkelijke bijdrage heeft men diagrammen gegeven, welke voor  $K_\phi \tan \phi = 0,25$  het

verband van de dimensieloze grootheden  $\frac{F_n}{A \gamma_k h}$ ,  $\frac{p_0}{\gamma_k h}$  en  $\frac{A}{Dh}$  aangeven. Hier zijn dezelfde diagrammen voor het geval  $K_\phi = 0,33$  getekend. (fig. 20, fig. 21, fig. 22).

De vergelijking (197) kan worden geschreven:

$$\frac{F_n}{A} = p_0 \left( 1 - e^{-\frac{\pi K_\phi}{\frac{A}{Dh}}} \right) + \gamma_k h \left( 1 - \frac{\frac{A}{Dh}}{\pi K_\phi} \right) \left( 1 - e^{-\frac{\pi K_\phi}{\frac{A}{Dh}}} \right) \quad (198)$$

$$F_{n,p_0} = p_0 \left( 1 - e^{-\frac{\pi K_\phi}{\frac{A}{Dh}}} \right) \quad (199)$$

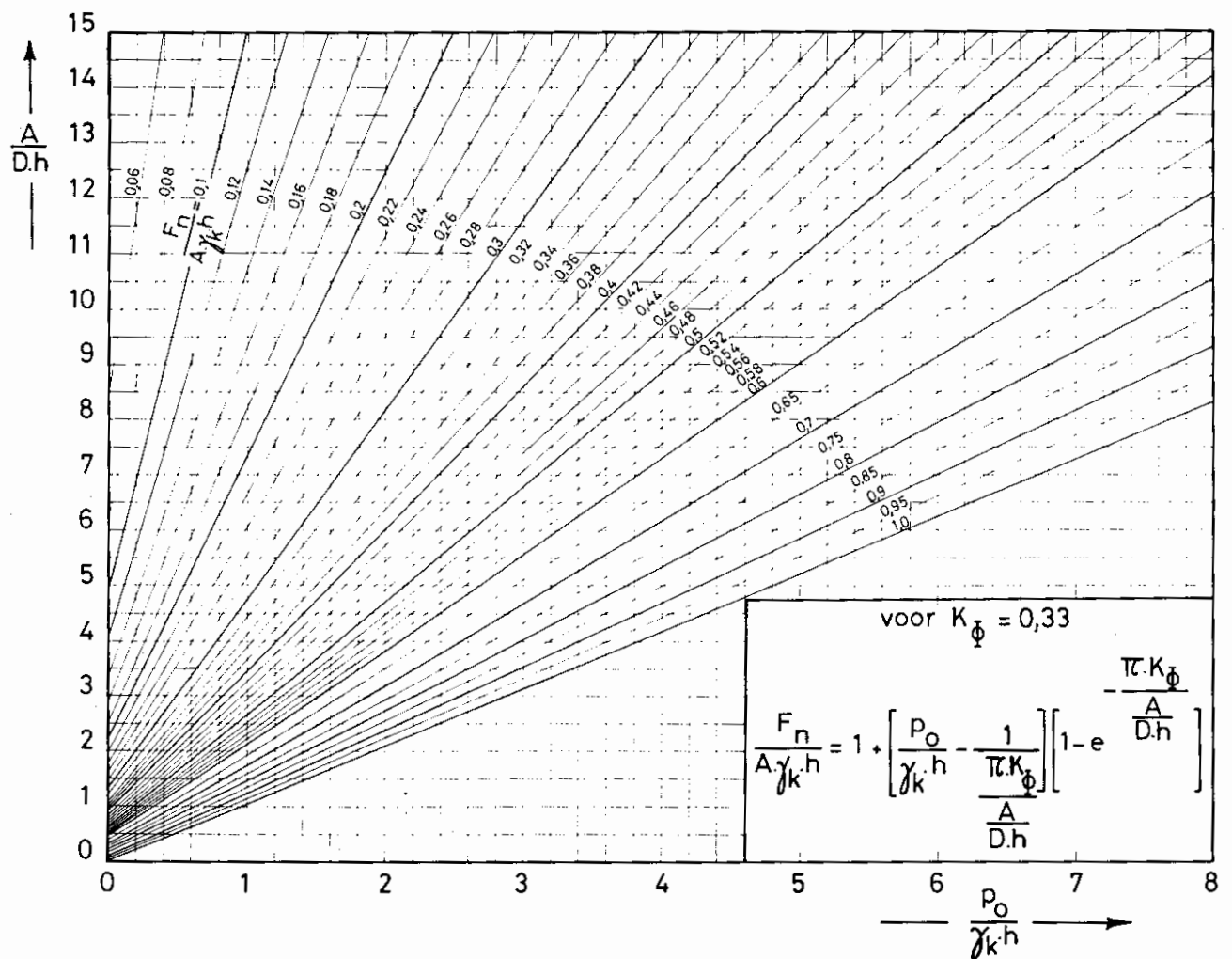


Fig. 20.

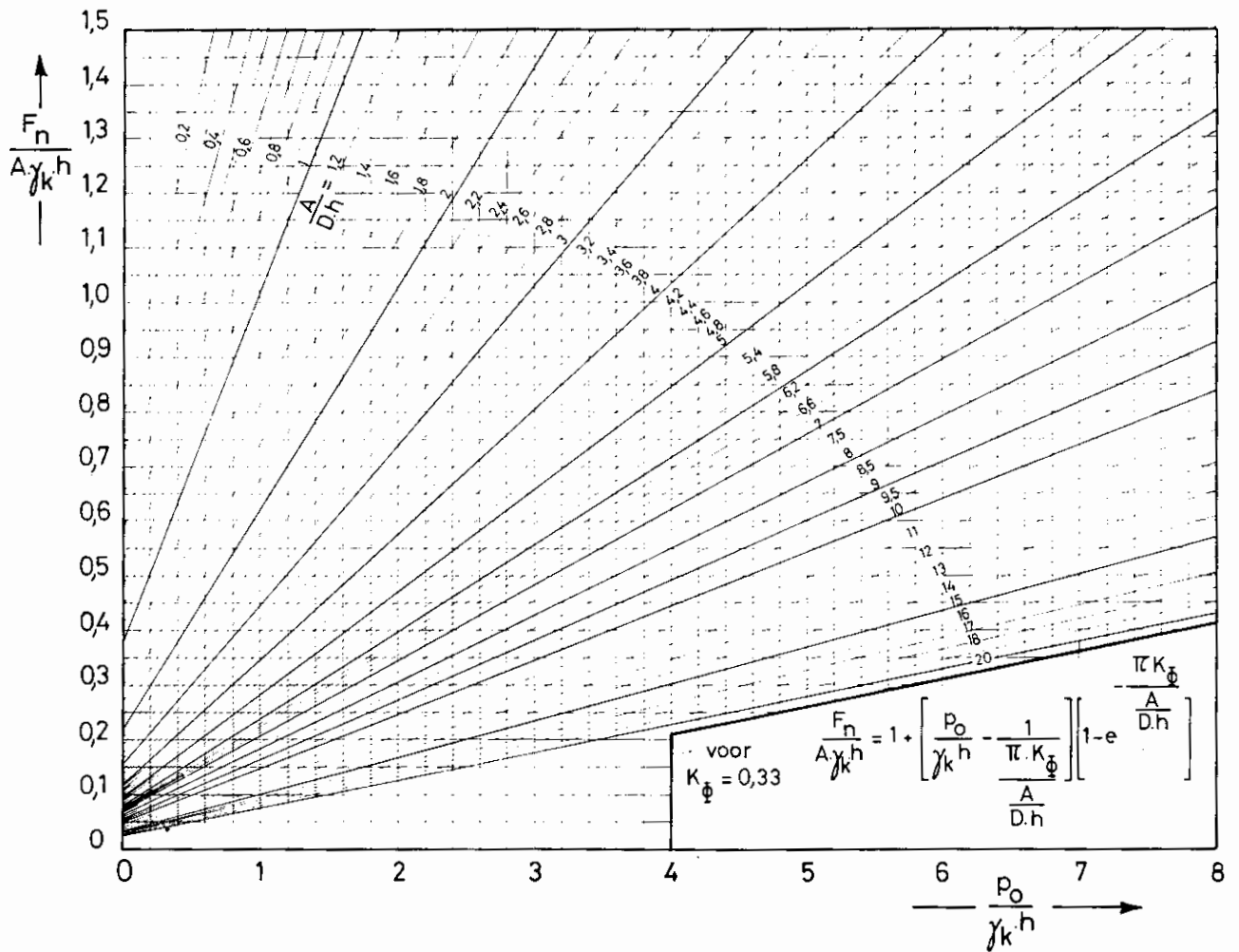


Fig. 21.

$$F_{n,\gamma_k} = \gamma_k h \left( 1 - \frac{A}{\pi K_\phi D h} \right) \left( 1 - e^{-\frac{\pi K_\phi A}{D h}} \right) \quad (200)$$

B.I.3. *Bepaling van het invloedsoppervlak  $A_z$  en berekening van de negatieve kleeft in het geval van een lagenpakket*

Het invloedsoppervlak  $A_z$  ingevoerd in de methode beschreven in het Tijdschrift der Openbare Werken van België is niet te verwarren met het ekwivalent invloedsoppervlak  $\bar{A}_z$  ingevoerd in de methode van Zeevaert.

Om het invloedsoppervlak te bepalen werd door ons uitgegaan van de benadering dat de invloed van een kracht  $P$  begrensd wordt tot het inwendige van een kegel met een tophoek van  $45^\circ$  (fig. 23).

Hieruit volgt dat het invloedsoppervlak op de diepte  $z$  onder een kracht gegeven wordt door:

$$A = \pi z^2 \quad (201)$$

Uitgaande van de aanname van een begrenzingshoek  $\alpha = 45^\circ$ , werd in [2] het invloedsoppervlak voor het geval van negatieve kleeft en een enkele laag als volgt bepaald.

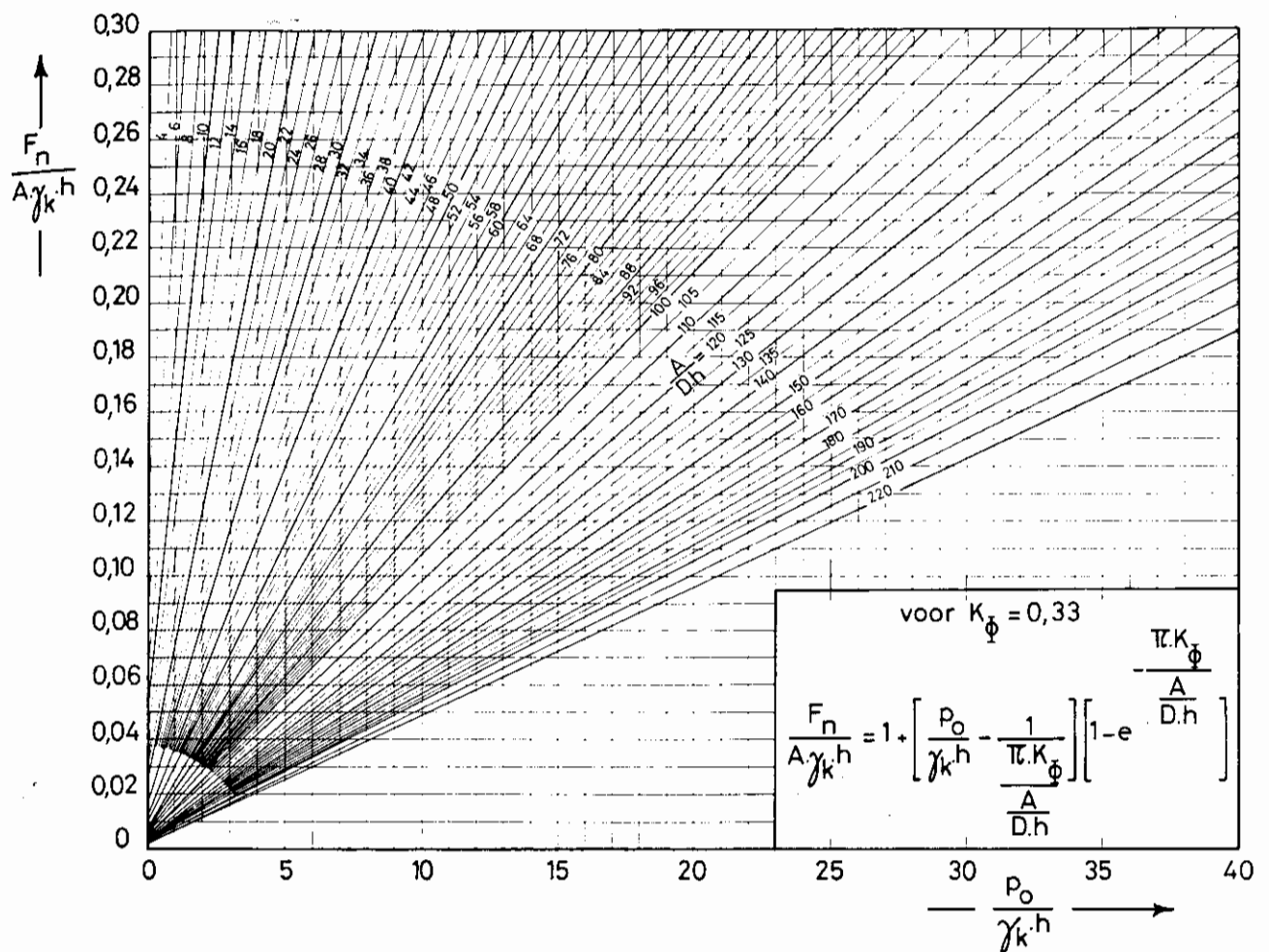
1° bovenbelasting  $p_0$  (fig. 24).

In een punt  $N$  op diepte  $z$  worden de spanningen beïnvloed door de bovenbelastingen  $p_0$  welke binnen de cirkel met straal  $n_0 n = z$  zijn gelegen. Voor het punt  $B$  van de paal heeft deze straal de waarde  $h$ , en voor het punt  $A$  de waarde nul. De gemiddelde waarde van de straal van het invloedsoppervlak is derhalve:

$$z_m = \frac{h + 0}{2} = \frac{h}{2} \quad (202)$$

zodat het gemiddelde invloedsoppervlak voor de bovenbelasting  $p_0$  bedraagt:

$$A_0 = \frac{\pi h^2}{4} \quad (203)$$



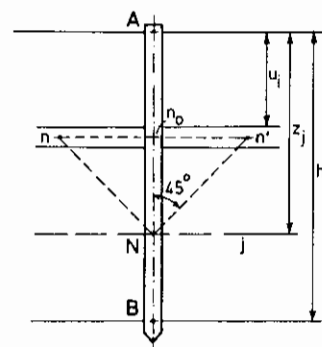
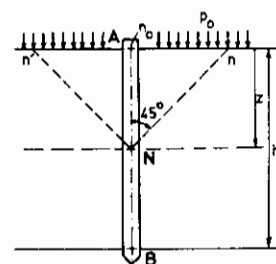
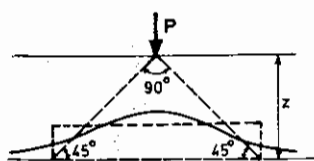
2<sup>o</sup>) eigengewicht van de slappe laag (fig. 25).

Laten we een elementaire laag op diepte  $u_1$  beschouwen. In een punt  $N$  met diepte  $z_j$ , is het invloedsoppervlak van de last op diepte  $u_1$  gekenmerkt door een straal:

$$n_o n' = z_j - u_i$$

Voor alle elementaire lagen begrepen tussen  $u_i = 0$  en  $u_i = z_j$ , is de gemiddelde waarde van  $n_0$   $n'$ :

$$(n_o n')_{m,j} = \frac{\int_0^{z_j} (z_j - u_i) du_i}{z_j} \quad (204)$$



$$(n_o n')_{m,j} = \frac{z_j^2 - \frac{z_j^2}{2}}{z_j} = \frac{z_j}{2} \quad (205)$$

Voor alle liggingen van N tussen A en B is de gemiddelde waarde van  $(n_o n')_{m,j}$ :

$$(n_o n')_m = \frac{\int_0^h \frac{z_j}{2} dz_j}{h} = \frac{h}{4} \quad (206)$$

De karakteristieke waarde voor het invloedsooppervlak A wordt, bij het beschouwen van het eigengewicht der slappe laag, gegeven door:

$$A_y = \pi \frac{h^2}{16} \quad (207)$$

Deze basisformules kunnen thans gemakkelijk tot het geval van een pakket bestaande uit meerdere lagen worden uitgebreid.

Op de figuur 26 is het geval voorgesteld van een lagenpakket bestaande uit j lagen. Elke laag i is gekenmerkt door de waarden  $\gamma_{k,i}$  en  $\varphi_i$ , de laagdikte  $h_i$ , en de diepte  $H_i$  onder het maaiveld. Op het maaiveld komt een bovenbelasting  $p_o$ . Men begint met de bovenste laag (1). Men heeft er:

$$A_{p_o}^{(1)} = \frac{\pi H_1^2}{4} \quad (208)$$

$$A_{\gamma_k}^{(1)} = \frac{\pi H_1^2}{16} \quad (209)$$

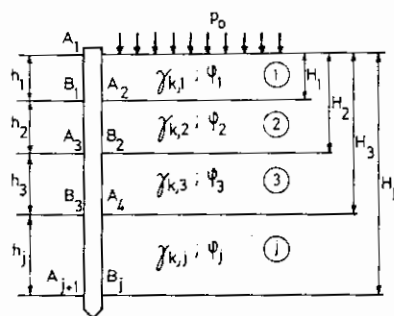


Fig. 26.

Men kan de waarde bepalen van de negatieve kleeft  $F_n^{(1)}(\gamma_{k,1}, \varphi_1)$  welke ageert over de hoogte  $H_1$ . Deze negatieve kleeft kan worden gesplitst in de gedeelten  $F_{n,p_o}^{(1)}(\varphi_1)$  en  $F_{n,\gamma_k}^{(1)}(\varphi_1, \gamma_{k,1})$  welke respectievelijk door de bovenbelasting  $p_o$  en het eigengewicht  $\gamma_{k,1}$  worden veroorzaakt.

Men gaat vervolgens over tot het pakket (1) (2).

Voor dit pakket heeft men:

$$A_{p_o}^{(1)(2)} = \frac{\pi H_2^2}{4} \quad (210)$$

Voor  $A_{\gamma_k}^{(1)(2)}$  zal een gewogen waarde worden ingevoerd, welke als volgt wordt bepaald:

In het punt  $B_2$  heeft men een straal  $r_{B_2}$ :

$$r_{B_2} = \frac{\gamma_{k,1} \left( \frac{h_1}{2} + h_2 \right) + \gamma_{k,2} \frac{h_2}{2}}{\gamma_{k,1} + \gamma_{k,2}} \quad (211)$$

In het punt  $A_1$  heeft men:

$$r_{A_1} = 0 \quad (212)$$

Hieruit:

$$r_m = \frac{r_{A_1} + r_{B_2}}{2} = \frac{\gamma_{k,1} \left( \frac{h_1}{2} + h_2 \right) + \gamma_{k,2} \frac{h_2}{2}}{2(\gamma_{k,1} + \gamma_{k,2})} \quad (213)$$

$$A_{\gamma_k}^{(1)(2)} = \pi r_m^2 = \pi \left[ \frac{\gamma_{k,1} \left( \frac{h_1}{2} + h_2 \right) + \gamma_{k,2} \frac{h_2}{2}}{2(\gamma_{k,1} + \gamma_{k,2})} \right]^2 \quad (214)$$

Voor het pakket (1) (2) met totale hoogte  $H_2$ , kunnen thans met invoering van de karakteristieken  $\gamma_{k,2}$  en  $\varphi_2$  de waarden worden berekend van:

$$F_{n,p_o}^{(1)(2)}(\varphi_2) \text{ en } F_{n,\gamma_k}^{(1)(2)}(\varphi_2; \gamma_{k,2}) \quad (215)$$

Men kan ook voor de laag (1) met hoogte  $H_1$ , met invoering van de karakteristieken  $\gamma_{k,2}$  en  $\varphi_2$  de waarde berekenen van:

$$F_{n,p_o}^{(1)}(\varphi_2) \text{ en } F_{n,\gamma_k}^{(1)}(\varphi_2, \gamma_{k,2}) \quad (216)$$

Men vindt alsdan voor het pakket (1) (2):

$$F_{n,p_o}^{(1)(2)} = F_{n,p_o}^{(1)(2)}(\varphi_2) - F_{n,p_o}^{(1)}(\varphi_2) + F_{n,p_o}^{(1)}(\varphi_1) \quad (217)$$

$$F_{n,\gamma_k}^{(1)(2)} = F_{n,\gamma_k}^{(1)(2)}(\varphi_2; \gamma_{k,2}) + F_{n,\gamma_k}^{(1)}(\varphi_2; \gamma_{k,2}) + F_{n,\gamma_k}^{(1)}(\varphi_1; \gamma_{k,1}) \quad (218)$$

Laten we vervolgens overgaan naar het pakket (1) (2) (3). Voor het pakket (1) (2) (3) heeft men:

$$A_{p_o}^{(1)(2)(3)} = \frac{\pi H_3^2}{4} \quad (219)$$

Voor  $A_{\gamma_k}^{(1)(2)(3)}$  wordt de gewogen waarde als volgt gevonden:

In  $B_3$  heeft men:

$$(210) \quad r_{B_3} = \frac{\gamma_{k,1} \left( \frac{h_1}{2} + h_2 + h_3 \right) + \gamma_{k,2} \left( \frac{h_2}{2} + h_3 \right) + \gamma_{k,3} \frac{h_3}{2}}{\gamma_{k,1} + \gamma_{k,2} + \gamma_{k,3}} \quad (220)$$

In  $A_1$  heeft men:

$$r_{A_1} = 0 \quad (221)$$

Hieruit:

$$(211) \quad r_m = \frac{r_{A_1} + r_{B_3}}{2} = \frac{\gamma_{k,1} \left( \frac{h_1}{2} + h_2 + h_3 \right) + \gamma_{k,2} \left( \frac{h_2}{2} + h_3 \right) + \gamma_{k,3} \frac{h_3}{2}}{2(\gamma_{k,1} + \gamma_{k,2} + \gamma_{k,3})} \quad (222)$$

$$(212) \quad A_{\gamma_k}^{(1)(2)(3)} = \pi \left[ \frac{\gamma_{k,1} \left( \frac{h_1}{2} + h_2 + h_3 \right) + \gamma_{k,2} \left( \frac{h_2}{2} + h_3 \right) + \gamma_{k,3} \frac{h_3}{2}}{2(\gamma_{k,1} + \gamma_{k,2} + \gamma_{k,3})} \right]^2 \quad (223)$$

Voor het pakket (1) (2) (3) met totale hoogte  $H_3$ , kunnen thans met invoering over de totale hoogte van de karakteristieken  $\gamma_{k,3}$  en  $\varphi_3$  worden berekend:

$$F_{n,p_o}^{(1)(2)(3)}(\varphi_3) \text{ en } F_{n,\gamma_k}^{(1)(2)(3)}(\varphi_3; \gamma_{k,3}) \quad (224)$$

Men kan ook voor het pakket (1) (2) met hoogte  $H_2$ , uitgaande van de karakteristieken  $(\varphi_3; \gamma_{h,3})$  berekenen:

$$F_{n,p_o}^{(1)(2)}(\varphi_3) \text{ en } F_{n,\gamma_k}^{(1)(2)}(\varphi_3; \gamma_{k,3}) \quad (225)$$

Tenslotte vindt men voor het pakket (1) (2) (3):

$$F_{n,p_o}^{(1)(2)(3)} = F_{n,p_o}^{(1)(2)(3)}(\varphi_3) - F_{n,p_o}^{(1)(2)}(\varphi_3) + F_{n,p_o}^{(1)(2)} \quad (226)$$

en gelet op (217):

$$F_{n,p_o}^{(1)(2)(3)} = F_{n,p_o}^{(1)(2)(3)}(\varphi_3) - F_{n,p_o}^{(1)(2)}(\varphi_3) + F_{n,p_o}^{(1)(2)}(\varphi_2) - F_{n,p_o}^{(1)}(\varphi_2) + F_{n,p_o}^{(1)}(\varphi_1) \quad (227)$$

en voor  $F_{n,\gamma_k}^{(1)(2)(3)}$  vindt men:

$$F_{n,\gamma_k}^{(1)(2)(3)} = F_{n,\gamma_k}^{(1)(2)(3)}(\varphi_3; \gamma_{k,3}) - F_{n,\gamma_k}^{(1)(2)}(\varphi_3; \gamma_{k,3}) + F_{n,\gamma_k}^{(1)(2)} \quad (228)$$

en gelet op (218):

$$F_{n,\gamma_k}^{(1)(2)(3)} = F_{n,\gamma_k}^{(1)(2)(3)}(\varphi_3; \gamma_{k,3}) + F_{n,\gamma_k}^{(1)(2)}(\varphi_3; \gamma_{k,3}) + F_{n,\gamma_k}^{(1)(2)}(\varphi_2; \gamma_{k,2}) + F_{n,\gamma_k}^{(1)}(\varphi_2; \gamma_{k,2}) + F_{n,\gamma_k}^{(1)}(\varphi_1; \gamma_{k,1}) \quad (229)$$

Voor de volgende lagen wordt op analoge wijze te werk gegaan.

Voor de laag  $j$  vindt men:

$$A_{p_o}^{(1)\dots(j)} = \frac{\pi H_j^2}{4} \quad (230)$$

$$A_{\gamma_k}^{(1)\dots(j)} = \frac{\pi}{[2(\gamma_{k,1} + \gamma_{k,2} + \dots + \gamma_{k,j})]^2} \times \left[ \gamma_{k,1} \left( \frac{h_1}{2} + h_2 + h_3 + \dots + h_j \right) + \gamma_{k,2} \left( \frac{h_2}{2} + h_3 + \dots + h_j \right) + \dots + \gamma_{k,j-1} \left( \frac{h_{j-1}}{2} + h_j \right) + \gamma_{k,j} \frac{h_j}{2} \right]^2 \quad (231)$$

$$F_{n,p_o}^{(1)\dots(j)} = F_{n,p_o}^{(1)\dots(j)}(\varphi_j) + F_{n,p_o}^{(1)\dots(j-1)}(\varphi_j) + F_{n,p_o}^{(1)\dots(j-1)} \quad (232)$$

$$F_{n,\gamma_k}^{(1)\dots(j)} = F_{n,\gamma_k}^{(1)\dots(j)}(\varphi_j; \gamma_{k,j}) + F_{n,\gamma_k}^{(1)\dots(j-1)}(\varphi_j; \gamma_{k,j}) + F_{n,\gamma_k}^{(1)\dots(j-1)} \quad (233)$$

### Bemerking

De hiervoren aangegeven invloedsoppervlakker gelden voor een alleenstaande paal. In geval van een paal uit een groep kan het invloedsoppervlak nie groter zijn dan het oppervlak  $a \times b$  van de elementaire cel van het palenraster, wanneer een inwendige paal wordt beschouwd, of niet groter dan de grenswaard welke voor het geval van een rand- en een hoekpaal in de bijdrage [2] zijn aangegeven.

Men heeft aldus de methode beschreven in [2] voor de bepaling van de negatieve kleeft in één enkel of hoogstens 2 lagen, tot het geval van een meer voudig lagenpakket uitgebreid.

### B.II. Positieve kleeft

#### B.II.1. Homogene laag

Laten we vooreerst het geval van een homogen laag beschouwen. Het krachtspeel dat door de be

lastig van de paal in de grond wordt ingeleid, laat zich gevoelen over een invloedsooppervlak  $A$ , hetwelk constant wordt gedacht over de hoogte  $h$ .

Stel  $p_{v,z}$  de gemiddelde waarde van de werkelijke spanning  $\sigma_{v,z,r}$  over het aldus gedefinieerde oppervlak  $A$ .

Stel:

$$\tau = \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} p_{v,z} \operatorname{tg} \varphi \quad (234)$$

$$\tau = K_\phi p_{v,z} \quad (235)$$

De schuifspanning  $\tau$  is dus ook een fictieve grootte, niet te verwarren met de juistere waarde  $s_{0,z} = K_\phi \sigma_{v,z,r_0}$  (27).

Het evenwicht van een elementaire moot  $dz$  geeft:

$$A \gamma_k dz + p_{v,z} A + \tau \bar{\chi} dz = \left( p_{v,z} + \frac{dp_{v,z}}{dz} dz \right) A \quad (236)$$

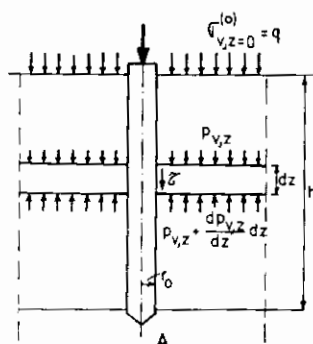


Fig. 27.

of krachtens (235):

$$A \gamma_k + K_\phi \bar{\chi} p_{v,z} = A \frac{dp_{v,z}}{dz} \quad (237)$$

Stel:

$$m'_1 = \frac{K_\phi \bar{\chi}}{A} \quad (238)$$

Men krijgt:

$$\frac{dp_{v,z}}{dz} - m'_1 p_{v,z} = \gamma_k \quad (239)$$

hetgeen na integratie geeft:

$$p_{v,z} = q e^{m'_1 z} + \frac{\gamma_k}{m'_1} (e^{m'_1 z} - 1) \quad (240)$$

$$F_p = \int_0^h \tau \chi dz \quad (241)$$

en krachtens (235):

$$F_p = \frac{K_\phi \bar{\chi}}{A} A \int_0^h p_{v,z} dz = m'_1 A \int_0^h p_{v,z} dz \quad (242)$$

en na invoering van (240) en integratie:

$$F_p = A q (e^{m'_1 h} - 1) + A \gamma_k \left[ \frac{e^{m'_1 h} - 1}{m'_1} - h \right] \quad (243)$$

Men kan, krachtens (243) schrijven:

$$F_p = F_{p,q} + F_{p,\gamma_k}$$

met:

$$F_{p,q} = A q (e^{m'_1 h} - 1)$$

$$F_{p,\gamma_k} = A \gamma_k \left[ \frac{e^{m'_1 h} - 1}{m'_1} - h \right] \quad (244)$$

De positieve wrijving ten gevolge van de bovenbelasting  $q$ , en deze voortkomend van het eigen gewicht  $\gamma_k$  kunnen dus terug afzonderlijk worden berekend.

Men dient thans terug aan te geven op welke wijze de invloedsooppervlakken zullen worden bepaald.

Terug wordt aangenomen dat het gebied dat door een kracht wordt beïnvloed gelegen is binnen een kegel met een spreidingshoek van  $45^\circ$ .

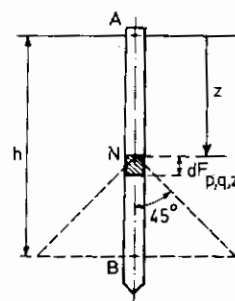


Fig. 28.

Om een eerste benaderde waarde van de invloedsooppervlakken te verkrijgen, wordt verder uitgegaan van de benadering dat:

$$\tau = K_\phi \sigma_{v,z}^{(o)} \quad (245)$$

(241) B.II.1.1. Invloedsoppervlak  $A_0$  voor de positieve kleef verband houdend met de bovenbelasting  $q$

(242) Als enkel de bovenbelasting  $q$  bestaat heeft men:

$$\sigma_{v,z}^{(0)} = q \quad \tau = \text{cte.}$$

Men heeft dan:

(243)  $dF_{p,q,z} = K_\phi q dz,$

en voor deze elementaire kracht, heeft men op de diepte  $h$ , een invloedsoppervlak met straal  $\rho = h - z$ .

De gemiddelde straal  $r_B$  op de diepte  $h$  is derhalve:

$$r_B = \frac{\int_0^h K_\phi q (h - z) dz}{\int_0^h K_\phi q dz} \quad (246)$$

(244) 
$$r_B = \frac{h^2 - \frac{h^2}{2}}{h} = \frac{h}{2} \quad (247)$$

Aan de bovenkant A heeft men:

$$r_A = 0 \quad (248)$$

zodat de gemiddelde waarde  $r_m$  van  $r$  over de hoogte  $h$  bedraagt:

$$r_m = \frac{r_A + r_B}{2} = \frac{h}{4} \quad (249)$$

en derhalve:

$$A_q = \pi \left( \frac{h}{4} \right)^2 = \frac{\pi h^2}{16} \quad (250)$$

B.II.1.2. Invloedsoppervlak  $A_y$  voor de positieve kleef, verband houdend met het eigengewicht  $\gamma_k$

Voor het geval van eigengewicht  $\gamma_k$  en bovenbelasting  $q = 0$  heeft men:

$$\sigma_{v,z}^{(0)} = \gamma_k z \quad (251)$$

en de vergelijking (245) wordt:

$$\tau = \gamma_k K_\phi z \quad (252)$$

Men heeft alsdan:

$$dF_{p,\gamma_k,z} = \gamma_k K_\phi z dz \quad (253)$$

Deze elementaire kracht, heeft op de diepte  $h$  een invloedsoppervlak met straal  $\rho = h - z$ .

De gemiddelde straal  $r_B$  op de diepte  $h$  is derhalve:

$$r_B = \frac{\int_0^h \gamma_k K_\phi (h - z) z dz}{\int_0^h \gamma_k K_\phi z dz} \quad (254)$$

$$r_B = \frac{\frac{h^3}{2} - \frac{h^3}{3}}{\frac{h^2}{2}} = \frac{h}{3} \quad (255)$$

Aan de bovenkant A heeft men:

$$r_A = 0$$

zodat de gemiddelde waarde  $r_m$  van  $r$  over de hoogte  $h$  bedraagt:

$$r_m = \frac{r_A + r_B}{2} = \frac{h}{6} \quad (256)$$

en derhalve:

$$A_y = \pi \left( \frac{h}{6} \right)^2 = \frac{\pi h^2}{36} \quad (257)$$

Wanneer men de berekening van  $F_p$  door middel van de twee componenten  $F_{p,q}$  en  $F_{p,\gamma}$  maakt, wordt de vergelijking (243) dus meer expliciet:

$$F_p = A_q q (e^{\frac{m'_{1,q} h}{1}} - 1) + A_y \gamma_k \left[ \frac{e^{\frac{m'_{1,\gamma} h}{1}} - 1}{m'_{1,\gamma}} - h \right] \quad (258)$$

B.II.1.3. Oplossing met één enkel invloedsoppervlak

Wanneer men  $F_p$  wenst te berekenen zonder splitsing in de 2 componenten, dient men éénzelfde waarde voor het invloedsoppervlak in (243) in te voeren.

$$F_p = A \left[ q (e^{\frac{m'_{1,q} h}{1}} - 1) + \gamma_k \left( \frac{e^{\frac{m'_{1,\gamma} h}{1}} - 1}{m'_{1,\gamma}} - h \right) \right] \quad (259)$$

Men kan aantonen dat een redelijke waarde voor A alsdan is:

$$A = \frac{\pi h^2}{4} \left( \frac{\frac{1}{2} q + \gamma_k \frac{h}{6}}{q + \gamma_k \frac{h}{2}} \right)^2 \quad (260)$$

Voor  $q = 0$ , respectievelijk  $\gamma_k = 0$  vindt men uit (260) de waarden der formule (257) voor  $A_y$ , en de formule (250) voor  $A_q$  terug.

Voor  $q$  en  $\gamma_k$  tezamen verschillend van nul, geven de uitdrukkingen (258) en (259) niet volstrekt gelijke waarden, doch het verschil is niet aanzienlijk.

#### B.II.2. Geval van een lagenpakket

Men kan thans terug het lagenpakket beschouwen van de figuur 26, doch nu in de veronderstelling van positieve wrijving (fig. 29). Men zal de berekening van  $F_p$  maken via zijn componenten.

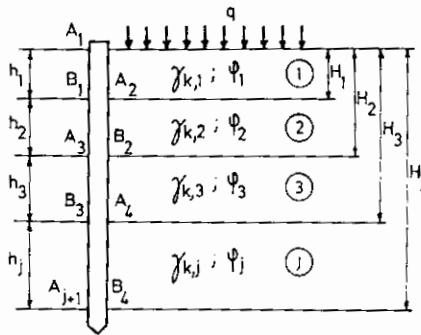


Fig. 29.

Op het peil van de bovenkant van de paal heerst naast de paal de belasting  $q$ .

Men begint met de bovenste laag (1). Men heeft er:

$$A_q^{(1)} = \frac{\pi H_1^2}{16} \quad (261)$$

$$A_\gamma^{(1)} = \frac{\pi H_1^2}{36} \quad (262)$$

Men kan thans de positieve kleeft  $F_{p,q}^{(1)}(\phi_1)$  verband houdend met de nevenbelasting  $q$ , en de component  $F_{p,\gamma_k,i}(\phi_1; \gamma_{k,i})$  verband houdend met het eigengewicht  $\gamma_{k,i}$ .

Men gaat vervolgens over tot het pakket (1) (2).

In verband met de bovenbelasting zou men, voor de gemiddelde straal  $r_{B_2}$  in  $B_2$  analoog met (246) dienen te schrijven:

$$r_{B_2} = \frac{\int_0^{h_1} K_{\phi,1} q (H_2 - z) dz + \int_{h_1}^{H_2} K_{\phi,2} q (H_2 - z) dz}{\int_0^{h_1} K_{\phi,1} q dz + \int_{h_1}^{H_2} K_{\phi,2} q dz} \quad (263)$$

Nochtans is de methode veel te benaderd, opdat men deze verfijning zou invoeren. Men zal dan ook, zoals voor de negatieve kleeft, eenvoudig stellen  $K_{\phi,1} \cong K_{\phi,2}$ , zodat (263) wordt:

$$r_{B_2} = \frac{\int_0^{H_2} (H_2 - z) dz}{H_2} = \frac{H_2}{2} \quad (264)$$

en aangezien  $r_{A_1} = 0$ :

$$r_m = \frac{H_2}{4}$$

$$A_q^{(1)(2)} = \frac{\pi H_2^2}{16} \quad (265)$$

Ook voor de bepaling van de volgende invloedsoppervlakken wordt steeds dezelfde benadering  $K_\phi = \text{cte}$  ingevoerd.

Voor  $A_\gamma^{(1)(2)}$  wordt aldus een gewogen waarde ingevoerd welke als volgt wordt verkregen: Analoog met (254) en met  $K_\phi = \text{cte}$  schrijft men voor de gemiddelde straal in  $B_2$ :

$$r_{B_2} = \frac{\int_0^{h_1} \gamma_{k,1} (H_2 - z) z dz + \int_{h_1}^{H_2} \gamma_{k,2} (H_2 - z) z dz}{\int_0^{h_1} \gamma_{k,1} z dz + \int_{h_1}^{H_2} \gamma_{k,2} z dz} \quad (266)$$

$$r_{B_2} = \frac{\gamma_{k,1} H_2 \frac{h_1^2}{2} - \gamma_{k,1} \frac{h_1^3}{3} + \gamma_{k,2} \frac{H_2^3}{2} - \gamma_{k,2} \frac{H_2^3}{3} - \gamma_{k,2} H_2 \frac{h_1^2}{2} + \gamma_{k,2} \frac{h_1^3}{3}}{\gamma_{k,1} \frac{h_1^2}{2} + \gamma_{k,2} \frac{H_2^2}{2} - \gamma_{k,2} \frac{h_1^2}{2}} \quad (267)$$

$$r_{B_2} = \frac{\gamma_{k,1} H_2 \frac{h_1^2}{2} - \gamma_{k,1} \frac{h_1^3}{3} + \gamma_{k,2} \frac{H_2^3}{6} - \gamma_{k,2} H_2 \frac{h_1^2}{2} + \gamma_{k,2} \frac{h_1^3}{3}}{\gamma_{k,1} \frac{h_1^2}{2} + \gamma_{k,2} \frac{H_2^2}{2} - \gamma_{k,2} \frac{h_1^2}{2}} \quad (268)$$

$$r_{B_2} = \frac{\gamma_{k,1} \frac{h_1^2}{2} \left( h_2 + \frac{h_1}{3} \right) + \gamma_{k,2} h_2 h_1 \frac{h_2}{2} + \gamma_{k,2} \frac{h_2^2}{2} \frac{h_2}{3}}{\gamma_{k,1} \frac{h_1^2}{2} + \gamma_{k,2} h_1 h_2 + \gamma_{k,2} \frac{h_2^2}{2}} \quad (269)$$

$$r_{A,1} = 0. \quad (270)$$

$$r_m^{(1)(2)} = \frac{1}{2} r_{B,2} \quad (271)$$

$$A_{\gamma_k}^{(1)(2)} = \frac{\pi r_{B,2}^2}{4} \quad (272)$$

Voor het pakket (1) (2) met totale hoogte  $H_2$  kan thans met de invoering van de karakteristieken  $\gamma_{k,2}$  en  $\varphi_2$  in de vergelijkingen (244) de waarde worden berekend van:

$$F_{p,q}^{(1)(2)}(\varphi_2) \text{ en } F_{p,\gamma_k}^{(1)(2)}(\varphi_2; \gamma_{k,2}) \quad (273)$$

Men kan ook voor de laag (1) met hoogte  $H_1$ , met invoering van de karakteristieken  $\gamma_{k,2}$  en  $\varphi_2$  de waarden berekenen van:

$$F_{p,q}^{(1)}(\varphi_2) \text{ en } F_{p,\gamma_k}^{(1)}(\varphi_2; \gamma_{k,2}) \quad (274)$$

Men vindt aldus voor het lagenpakket (1) (2):

$$F_{p,q}^{(1)(2)} = F_{p,q}^{(1)(2)}(\varphi_2) - F_{p,q}^{(1)}(\varphi_2) + F_{p,q}^{(1)}(\varphi_1) \quad (275)$$

$$F_{p,\gamma_k}^{(1)(2)} = F_{p,\gamma_k}^{(1)(2)}(\varphi_2; \gamma_{k,2}) + \\ - F_{p,\gamma_k}^{(1)}(\varphi_2; \gamma_{k,2}) + F_{p,\gamma_k}^{(1)}(\varphi_1; \gamma_{k,1}) \quad (276)$$

Laten we vervolgens overgaan naar het pakket (1) (2) (3).

Voor dit pakket heeft men:

$$A_q^{(1)(2)(3)} = \frac{\pi H_3^2}{16} \quad (277)$$

Steunende op figuur 30, heeft men:

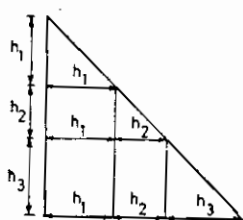


Fig. 30.

$$r_{B,3} = \left[ \gamma_{k,1} \frac{h_1^2}{2} \left( h_3 + h_2 + \frac{h_1}{3} \right) + \gamma_{k,2} h_1 h_2 \left( h_3 + \frac{h_2}{2} \right) + \gamma_{k,2} \frac{h_2^2}{2} \left( h_3 + \frac{h_2}{3} \right) + \gamma_{k,3} (h_1 + h_2) h_3 \frac{h_3}{2} + \gamma_{k,3} \frac{h_3^2}{2} \frac{h_3}{3} \right] \times \\ \times \frac{1}{\gamma_{k,1} \frac{h_1^2}{2} + \gamma_{k,2} h_1 h_2 + \gamma_{k,2} \frac{h_2^2}{2} + \gamma_{k,3} (h_1 + h_2) h_3 + \gamma_{k,3} \frac{h_3^2}{2}} \quad (278)$$

$$r_{A,1} = 0 \quad (279)$$

$$r_m^{(1)(2)(3)} = \frac{r_{B,3}}{2} \quad (280)$$

$$A_{\gamma_k}^{(1)(2)(3)} = \frac{\pi r_{B,3}^2}{4} \quad (281)$$

Voor het pakket (1) (2) (3) met totale hoogte  $H_3$ , kunnen thans met invoering over de totale hoogte van de karakteristieken  $\gamma_{k,3}$  en  $\varphi_3$  worden berekend:

$$F_{p,q}^{(1)(2)(3)}(\varphi_3) \text{ en } F_{p,\gamma_k}^{(1)(2)(3)}(\varphi_3; \gamma_{k,3}) \quad (282)$$

Men kan ook voor het pakket (1) (2) met hoogte  $H_2$ , uitgaande van de karakteristieken  $(\varphi_3; \gamma_{k,3})$  berekenen:

$$F_{p,q}^{(1)(2)}(\varphi_3) \text{ en } F_{p,\gamma_k}^{(1)(2)}(\varphi_3; \gamma_{k,3}) \quad (283)$$

Tenslotte vindt men voor het pakket (1) (2) (3):

$$F_{p,q}^{(1)(2)(3)} = F_{p,q}^{(1)(2)(3)}(\varphi_3) - F_{p,q}^{(1)(2)}(\varphi_3) + F_{p,q}^{(1)(2)} \quad (284)$$

of gelet op (275):

$$F_{p,q}^{(1)(2)(3)} = F_{p,q}^{(1)(2)(3)}(\varphi_3) - F_{p,q}^{(1)(2)}(\varphi_3) + \\ + F_{p,q}^{(1)(2)}(\varphi_2) - F_{p,q}^{(1)}(\varphi_2) + F_{p,q}^{(1)}(\varphi_1) \quad (285)$$

$$F_{p,\gamma_k}^{(1)(2)(3)} = F_{p,\gamma_k}^{(1)(2)(3)}(\varphi_3; \gamma_{k,3}) + \\ - F_{p,\gamma_k}^{(1)(2)}(\varphi_3; \gamma_{k,3}) + F_{p,\gamma_k}^{(1)(2)} \quad (286)$$

en gelet op (276):

$$F_{p,\gamma_k}^{(1)(2)(3)} = F_{p,\gamma_k}^{(1)(2)(3)}(\varphi_3; \gamma_{k,3}) + \\ - F_{p,\gamma_k}^{(1)(2)}(\varphi_3; \gamma_{k,3}) + F_{p,\gamma_k}^{(1)(2)}(\varphi_2; \gamma_{k,2}) + \\ - F_{p,\gamma_k}^{(1)}(\varphi_2; \gamma_{k,2}) + F_{p,\gamma_k}^{(1)}(\varphi_1; \gamma_{k,1}) \quad (287)$$

Voor de volgende lagen kan op analoge wijze worden tewerk gegaan.

### B.III. Invloed van de adhaesie

De invloed van een mogelijke adhaesie kan door de wet van de overeenstemmende toestanden van Caquot in rekening worden gebracht [3].

Een grond met cohesie en wrijving is aan de grens van het evenwicht onder een gegeven lastenstelsel,

wanneer een fictieve grond met dezelfde wrijving doch zonder cohesie aan de grens van het evenwicht is, onder hetzelfde lastenstelsel vermeerderd met een alzijdige druk  $c \cotg \varphi$ .

### B.III.1. Negatieve kleeft

Wanneer  $c = 0$ , heeft men in de grenstoestand van het evenwicht:

$$p_{v,z} = p_0 e^{-\frac{m'_1 z}{h}} + \frac{\gamma_k}{m'_1} (1 - e^{-\frac{m'_1 z}{h}}) \quad (288)$$

De toepassing van de wet van de overeenstemmende toestanden van Caquot geeft, aangezien door een alzijdige druk  $c \cotg \varphi$ , alle normaalspanningen met  $c \cotg \varphi$  worden vermeerderd:

$$\begin{aligned} p_{v,z} + c \cotg \varphi &= \\ &= (p_0 + c \cotg \varphi) e^{-\frac{m'_1 z}{h}} + \frac{\gamma_k}{m'_1} (1 - e^{-\frac{m'_1 z}{h}}) \end{aligned} \quad (289)$$

$$p_{v,z} = p_0 e^{-\frac{m'_1 z}{h}} + \frac{\gamma_k - m'_1 c \cotg \varphi}{m'_1} (1 - e^{-\frac{m'_1 z}{h}}) \quad (290)$$

Stel:

$$\gamma_k - m'_1 c \cotg \varphi = \gamma'$$

Men krijgt:

$$p_{v,z} = p_0 e^{-\frac{m'_1 z}{h}} + \frac{\gamma'}{m'_1} (1 - e^{-\frac{m'_1 z}{h}}) \quad (291)$$

De vergelijking (291) is identiek met de vergelijking (288) indien  $\gamma_k$  door het fictief werkzaam volumegewicht  $\gamma'$  wordt vervangen:

$$\begin{aligned} \gamma' &= \gamma_k - \frac{K'_0 \bar{\chi} \tg \varphi}{A} \frac{c}{\tg \varphi} \\ \gamma' &= \gamma_k - \frac{K'_0 \bar{\chi}}{A} c \end{aligned} \quad (292)$$

Men heeft:

$$F_n = \int_0^h \bar{\chi} \tau dz \quad (293)$$

$$\tau = c + \sigma_{h,z} \tg \varphi = c + K'_0 p_{v,z} \tg \varphi \quad (294)$$

waaruit:

$$F_n = \int_0^h c \bar{\chi} dz + K'_0 \tg \varphi \int_0^h p_{v,z} dz \quad (295)$$

$$F_n = c \bar{\chi} h + K'_0 \tg \varphi \int_0^h p_{v,z} dz \quad (296)$$

$$F_n = F''_n + F'_n$$

$$F'_n = A \gamma' h \left[ 1 + \left( \frac{p_0}{\gamma' h} - \frac{1}{m'_1 h} \right) (1 - e^{-\frac{m'_1 h}{h}}) \right]$$

$$F''_n = c \bar{\chi} h$$

(297)

De waarde van  $F'_n$  kan uit de diagrammen der publicatie [2] worden afgeleid. Het volstaat in deze diagrammen het werkelijk werkzaam volumegewicht  $\gamma_k$  door het fictief werkzaam volumegewicht  $\gamma'$  (formule (297)) en de coëfficiënt  $K_0$  door de coëfficiënt  $K'_0$  te vervangen.

### B.III.2. Positieve kleeft

Voor de positieve kleeft wordt uitgegaan van de formule (240), welke door toepassing van de wet van de overeenstemmende toestanden van Caquot wordt:

$$\begin{aligned} p_{v,z} + c \cotg \varphi &= \\ &= (q + c \cotg \varphi) e^{\frac{m'_1 z}{h}} + \frac{\gamma_k}{m'_1} (e^{\frac{m'_1 z}{h}} - 1) \end{aligned} \quad (298)$$

$$p_{v,z} = q e^{\frac{m'_1 z}{h}} + \frac{\gamma_k + m'_1 c \cotg \varphi}{m'_1} (e^{\frac{m'_1 z}{h}} - 1) \quad (299)$$

Stel:

$$\gamma_k + m'_1 c \cotg \varphi = \gamma'' \quad (300)$$

$$p_{v,z} = q e^{\frac{m'_1 z}{h}} + \frac{\gamma''}{m'_1} (e^{\frac{m'_1 z}{h}} - 1) \quad (301)$$

De vergelijking (301) is identiek met de vergelijking (240), wanneer in deze laatste  $\gamma_k$  door  $\gamma''$  wordt vervangen.

Men heeft:

$$F_p = \int_0^h \bar{\chi} \tau dz \quad (302)$$

$$\tau = c + \sigma_{h,z} \tg \varphi = c + K'_0 p_{v,z} \tg \varphi \quad (303)$$

$$F_p = c \bar{\chi} h + K'_0 \tg \varphi \int_0^h p_{v,z} dz \quad (304)$$

$$F_p = F''_p + F'_p \quad (305)$$

$$F'_p = A q (e^{\frac{m'_1 h}{h}} - 1) + A \gamma'' \left( \frac{e^{\frac{m'_1 h}{h}} - 1}{m'_1} - h \right) \quad (306)$$

$$F''_p = c \bar{\chi} h \quad (307)$$

## RESUME:

# CALCUL DU FROTTEMENT LATERAL DE PIEUX FONCES PAR BATTAGE

(1<sup>re</sup> PARTIE)

Dans le n° 6 décembre 1966 des *Annales des Travaux Publics* un article a été consacré au calcul du frottement négatif. La présente contribution concerne un problème plus large, puisque non seulement le frottement négatif, mais aussi le frottement positif est pris en considération. En outre l'article de 1966 était limité au cas de 1 ou 2 couches.

Dans son ouvrage remarquable « *Foundation Engineering for Difficult Soil Conditions* » [1], le professeur Leonardo Zeevaert a raffiné les méthodes qu'il avait publiées antérieurement pour le calcul du frottement positif et négatif.

Dans la partie A du mémoire on donne une analyse de la méthode de Zeevaert. Zeevaert estime que la zone remaniée par le battage s'étend jusqu'à une distance de 1,4 fois le rayon du pieu compté à partir de son axe, et que la résistance au cisaillement minimum se situe à la distance 1,05 fois ce rayon, et est déterminée par l'angle de frottement du sol remanié. Des formules sont données pour déterminer le temps de reconsolidation.

Zeevaert utilise deux méthodes différentes. Une première méthode, que nous avons appelée la méthode globale, est basée sur l'hypothèse d'une répartition parabolique des contraintes effectives finales, et sur une valeur de la surface d'influence équivalente qui serait uniquement fonction du diamètre du pieu (section A.I.3.2.).

Une deuxième méthode que nous avons appelée la méthode d'itération est basée sur une surface d'influence équivalente qui est fonction de la profondeur (section A.I.3.3.). Pour déterminer cette surface équivalente il faut partir d'une loi de répartition des contraintes de cisaillement le long du fût. Zeevaert adopte pour ce premier pas une répartition linéaire et détermine les coefficients d'influence à partir de la loi de Westergaard.

Pour le cas du frottement positif Zeevaert estime qu'un minimum de résistance se produit à 1,1 fois le rayon à partir de l'axe du pieu. La résistance au cisaillement qu'il adopte est la plus petite des 2 valeurs suivantes: les  $\frac{6}{10}$  de la résistance au cisaillement non

drainée  $c_u$  du sol vierge, ou la résistance au cisaillement correspondant à l'angle de frottement  $\varphi_r$  du sol remanié. Il présente 3 méthodes de calcul:

- une méthode globale basée sur l'hypothèse d'une répartition linéaire des contraintes finales et une valeur de la surface d'influence équivalente qui ne dépend que du diamètre du pieu (A.II.2.1.).
- une méthode globale basée sur l'hypothèse d'une répartition parabolique des contraintes finales et sur une valeur de la surface d'influence équivalente qui ne dépend que du diamètre. (A.II.2.2.).
- une méthode d'itération applicable au cas d'une succession de couches et basée sur une surface d'influence équivalente qui est fonction de la profondeur. (A.II.2.3.).

La partie B de la contribution est une extension de la méthode décrite dans le n° 6, décembre 1966 des *Annales des Travaux Publics* de Belgique.

On décrit d'abord de quelle façon on peut déterminer la surface équivalente et le frottement négatif au cas d'une succession de couches. On donne ensuite l'extension de la méthode pour le calcul du frottement positif, d'abord au cas d'une seule couche homogène, ensuite au cas d'une succession de couches.

Enfin on indique comment on peut tenir compte de l'existence éventuelle d'une adhésion entre le sol et le pieu tant au cas du frottement négatif, qu'au cas du frottement positif.

(A suivre)

# LE NOUVEAU REGLEMENT FRANCAIS DE CALCUL DU BETON PRECONTRAINTE(\*)

par

**H. MATHIEU**

Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées de la Division des ouvrages d'art B du SETRA  
(Service d'Etudes Techniques des routes et autoroutes) FRANCE

**Introduction** par Ir. L. MAHIEU, Inspecteur Général  
ff. des Ponts et Chaussées

Le nouveau règlement français est basé sur les nouvelles théories et règles semi-probabilistes de la sécurité.

En Belgique, ces théories ne sont pas encore appliquées mais tous les nouveaux règlements pratiquement se baseront sur elles.

Monsieur Mathieu qui a été nommé par le C.E.B., Directeur Technique pour la question de la sécurité, est particulièrement bien placé pour nous en parler.

Il convient de signaler que le texte qui suit a été rédigé d'après des notes et n'a pu être vérifié par Monsieur Mathieu.

## Conférence

Le sujet dont je dois vous parler est vaste.

Sa dimension ne se mesure pas seulement par l'épaisseur, déjà importante, du règlement. Elle résulte aussi de son environnement, dont je dois d'abord vous parler.

Le nouveau règlement français du béton précontraint n'est en effet pas la simple mise à jour de l'ancien. Les buts poursuivis sont beaucoup plus vastes qu'une simple mise à jour.

Tout d'abord, l'ancien règlement ne connaissait que la précontrainte complète par câbles munis d'ancrages. Le nouveau règlement traite aussi de la précontrainte partielle et prévoit l'emploi de fils tendus sur banc et ancrés par adhérence au béton, autrement dit, la « prétension ».

D'autre part, le nouveau règlement se place dans le cadre d'une reprise de l'ensemble des règlements français sur des bases de sécurité communes et homogènes. Ces bases peuvent être définies en quelques mots : états-limites, semi-probabilisme, coopération internationale. C'est ainsi que le nouveau règlement de calcul du béton précontraint a été précédé par le nouveau règlement de construction métallique, et que l'un et l'autre sont établis sur des bases très voisines des principes des Recommandations Internationales publiées en 1970 par le Comité Européen du Béton et la Fédération internationale de la Précontrainte.

Malgré l'apport des Rec. Intern., notre entreprise était ambitieuse. Nous ne prétendons pas avoir résolu tous les problèmes. Il faut d'autre part que les utilisateurs s'habituent peu à peu aux nouvelles doctrines. Nous avons donc prévu que l'entrée en application serait progressive. L'ancien règlement, dit IP1, n'est donc pas encore abrogé, et les conditions d'application du nouveau règlement, dit IP2, sont fixées par une importante Circulaire qu'on trouve en tête du document. Nous espérons passer à un stade définitif en

(\*) Conférence donnée le 18 décembre 1974 durant la Commission Belge du Béton (A.B.E.M.).

# BEREKENING VAN DE MANTELWRIJVING OP INGEHEIDE PALEN

(2<sup>e</sup> deel en slot)

door

Dr. ir E. E. DE BEER

Gewoon hoogleraar aan de Rijksuniversiteit te Gent  
Directeur-Generaal van het Rijksinstituut voor Grondmechanica

## C. GETALLENVOORBEELDEN

### C.I. Negatieve kleeft

#### C.I.1. Voorbeeld 1 overgenomen uit Zeevaert [1]

Beschouwd wordt een paalfundering bestaande uit 64 gelijkmatig verdeelde palen. Elke paal draagt een last van 180 ton. De palen staan op een afstand h.o.h. van  $3 \text{ m} \times 3 \text{ m}$  en hebben een diameter  $\varnothing = 0,40 \text{ m}$ . De palen zijn geheel doorheen een lagenpakket bestaande uit een opeenvolging van leemhoudende klei en kleihoudend fijnzand en reiken tot in een homogene, middelmatig gepakte leemhoudende fijnzandlaag gelegen op een diepte van 33 m.

Het bodemprofiel is gegeven op de figuur 31.

Wegens een kunstmatige bemaling zijn de piëzometrische stijghoogten verschillend van laag tot laag, en dalen met stijgende diepte, zoals op de figuur 31 aangegeven. Zeevaert geeft niet aan of het wegens de bemaling is, dan wel wegens de aanvulling, of gelijktijdig om beide redenen dat de natuurlijke grondlagen op het ogenblik van het inheien der palen nog niet zijn geconsolideerd, zodat een verdere inklinking optreedt en negatieve kleeft op de palen gaat inwerken.

#### C.I.1.1. Iteratiemethode van Zeevaert

Als voorbeeld wordt de inwendige paal 0 (fig. 32) beschouwd.

(\*) Voor de aanvang, zie n<sup>o</sup> 1/1976, blz. 23.

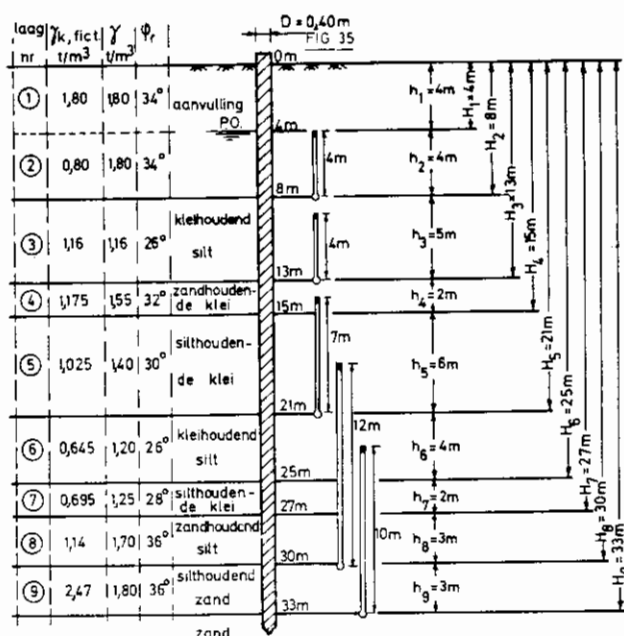


Fig. 31.

Men heeft:

$$r_o = 0,2 \text{ m} \quad \bar{r}_o = 1,05 r_o$$

$$\Omega_p = \frac{\pi \times 0,40^2}{4} = 0,126 \text{ m}^2$$

$$\bar{\chi} = 1,05 \times \pi \times 0,40 = 1,319 \text{ m}$$

$$A' = 3,00 \times 3,00 = 9 \text{ m}^2$$

$$A = A' - \Omega_p = 9 - 0,126 = 8,874 \text{ m}^2$$

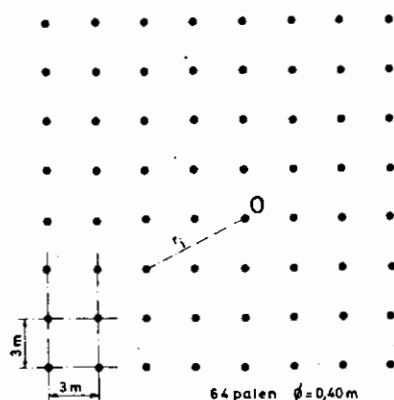


Fig. 32.

Om de waarde van de invloedsoppervlakken  $\bar{A}_{z,i}$  te bepalen, wordt de Tabel I aangelegd.

De afstanden  $r$  van elke paal tot de beschouwde paal 0 worden op het palenplan der figuur 32 afgelezen, en in de 1<sup>o</sup> kolom der tabel I ingeschreven. In de 2<sup>o</sup> kolom is het aantal palen gekenmerkt door dezelfde afstand  $r$  aangegeven. Men beschouwt vervolgens de diepten  $z$  die met de laagbegrenzings overeenkomen. Voor elk dezer diepten worden twee kolommen aangelegd. In de eerste kolom wordt de waarde van de verhouding  $z:r$  ingeschreven. Uitgaande van de waarde van deze verhouding, kan op de curve  $I_{z,r,k}$  der figuur 12, de overeenstemmende waarde van de invloedscoefficiënt  $I_{z,i,k}$  worden afgelezen. Deze waarde wordt in de 2<sup>o</sup> kolom, behorend tot een beschouwde waarde van  $z$ , ingeschreven. Men vermenigvuldigt de aldus verkregen waarde van  $I_{z,i,k}$  met het aantal palen aangegeven in de kolom 2, en maakt de som  $\sum I_{z,i,k}$  van deze produkten.

Verder berekent men  $z:r_0$ , en uit de curve  $I_{z,r,k}$  der figuur 12 vindt men de overeenstemmende waarde  $I_{z,r_0,k}$ . Deze waarden zijn in de 3<sup>e</sup> laatste regel der tabel I aangegeven. Vervolgens maakt men de sommen  $I_{r,k} = I_{z,r_0,k} + \sum I_{z,i,k}$ , waarvan de waarden in de voorlaatste regel der tabel I zijn te vinden.

$$\text{Tenslotte berekent men } \bar{A}_{z,i} = \frac{\pi z^2}{I_{r,k}}.$$

De aldus gevonden waarden van  $\bar{A}_{z,i}$  zijn in de laatste regel der tabel I te vinden.

Vastgesteld wordt dat op alle diepten, behalve voor  $z = 33$  m, de berekende waarden  $\bar{A}_{z,i}$  kleiner zijn

dan het netto oppervlak van een element van het raster  $A = 8.874 \text{ m}^2$ .

Enkel dus voor de diepte  $z = 33$  m dient de berekende waarde, vervangen te worden door  $A = 8.874 \text{ m}^2$ .

#### Berekening van 0 tot 4 m

Voor  $z = 4$  m, geeft de tabel I:

$$\bar{A}_{z=4,00 \text{ m}} = 2,178 \text{ m}^2.$$

Van 0 tot 4 m (fig. 31) heeft men:

$$\varphi_r = 34^\circ \quad \gamma = 1,8 \text{ t/m}^3,$$

$$K_{\phi,r} = \text{tg } 34^\circ \frac{1 - \sin^2 34^\circ}{1 + \sin^2 34^\circ} = 0,353$$

$$\sigma_{v,4}^{(0)} = 1,8 \times 4,0 = 7,2 \text{ t/m}^2$$

$$\Delta z_i = 4,00 \text{ m}$$

$$m_i = \pi \bar{r}_0 K_{\phi,r} = \frac{1,319}{2} \times 0,353 = 0,233 \text{ m}$$

$$\bar{A}_{z_i} + m_i \cdot \Delta z_i = 2,178 + 0,233 \times 4,00 = 3,110 \text{ m}^2$$

$$N'_i = \frac{2,178}{3,110} = 0,700$$

Verder:

$$\sigma_{v,z_i-1,r_0} = 0 \quad F_{n,i-1} = 0.$$

De vergelijking (77) geeft:

$$\sigma_{v,4,r_0} = 0,700 \times 7,2 = 5,04 \text{ t/m}^2,$$

$$F_{n,4} = (7,2 - 5,04) \times 2,176 = 4,70 \text{ ton}.$$

Al deze waarden zijn op de 2<sup>o</sup> regel der tabel II aangegeven.

#### Stap van 4 tot 8 m

Tabel I geeft:

$$A_8 = 3,468 \text{ m}^2.$$

Van 4 tot 8 m is men nog in de aanvulling, waarin  $\varphi_r = 34^\circ$  en dus  $K_{\phi,r} = 0,353$ .

Men heeft:

$$\sigma_{v,8}^{(0)} = 1,8 \times 4,00 + (18 - 1,00) 4,00 = 10,4 \text{ t/m}^2,$$

$$\Delta z_8 = 4,00 \text{ m},$$

$$m_8 = 0,66 \times 0,353 = 0,233 \text{ m},$$

$$\begin{aligned} \bar{A}_8 + m_8 \Delta z_8 &= 3,468 + 0,233 \times 4,00 = \\ &= 3,468 + 0,932 = 4,400 \text{ m}^2, \end{aligned}$$

TABEL I

| r<br>(m)                 | aantal<br>palen | z = 4 m              |             | z = 8 m              |             | z = 13 m             |             | z = 15 m             |             | z = 18 m             |             | z = 21 m             |             | z = 25 m             |             | z = 27 m             |             | z = 30 m             |             | z = 33 m             |             |
|--------------------------|-----------------|----------------------|-------------|----------------------|-------------|----------------------|-------------|----------------------|-------------|----------------------|-------------|----------------------|-------------|----------------------|-------------|----------------------|-------------|----------------------|-------------|----------------------|-------------|
|                          |                 | $\frac{z}{r}$        | $I_{z,r,k}$ | $\frac{z}{r}$        | $I_{z,r,k}$ | $\frac{z}{r}$        | $I_{z,r,k}$ | $\frac{z}{r}$        | $I_{z,r,k}$ | $\frac{z}{r}$        | $I_{z,r,k}$ | $\frac{z}{r}$        | $I_{z,r,k}$ | $\frac{z}{r}$        | $I_{z,r,k}$ | $\frac{z}{r}$        | $I_{z,r,k}$ | $\frac{z}{r}$        | $I_{z,r,k}$ | $\frac{z}{r}$        | $I_{z,r,k}$ |
| 3,00                     | 4               | 1,33                 | 0,20        | 2,67                 | 0,99        | 4,33                 | 2,45        | 5,00                 | 3,12        | 6,00                 | 4,18        | 7,00                 | 5,29        | 8,33                 | 6,83        | 9,00                 | 7,63        | 10                   | 8,83        | 11,00                | 10,06       |
| 4,24                     | 4               | 0,94                 | 0,08        | 1,89                 | 0,47        | 3,07                 | 1,31        | 3,54                 | 1,71        | 4,25                 | 2,37        | 4,95                 | 3,07        | 5,90                 | 4,07        | 6,37                 | 4,59        | 7,08                 | 5,39        | 7,78                 | 6,19        |
| 6,00                     | 4               | 0,67                 | 0,03        | 1,33                 | 0,20        | 2,17                 | 0,64        | 2,50                 | 0,87        | 3,00                 | 1,25        | 3,50                 | 1,67        | 4,17                 | 2,29        | 4,50                 | 2,62        | 5,00                 | 3,12        | 5,5                  | 3,64        |
| 7,35                     | 8               | 0,54                 | 0,02        | 1,09                 | 0,12        | 1,77                 | 0,41        | 2,04                 | 0,56        | 2,45                 | 0,83        | 2,86                 | 1,14        | 3,40                 | 1,59        | 3,67                 | 1,83        | 4,08                 | 2,21        | 4,49                 | 2,61        |
| 8,49                     | 4               | 0,47                 | 0,01        | 0,94                 | 0,08        | 1,53                 | 0,29        | 1,77                 | 0,41        | 2,12                 | 0,61        | 2,47                 | 0,84        | 2,94                 | 1,20        | 3,18                 | 1,40        | 3,53                 | 1,70        | 3,89                 | 2,03        |
| 9,00                     | 4               | 0,44                 | 0,01        | 0,89                 | 0,07        | 1,44                 | 0,25        | 1,67                 | 0,35        | 2,00                 | 0,54        | 2,33                 | 0,75        | 2,78                 | 1,08        | 3,00                 | 1,25        | 3,33                 | 1,53        | 3,67                 | 1,83        |
| 9,50                     | 8               |                      |             | 0,84                 | 0,06        | 1,37                 | 0,22        | 1,58                 | 0,31        | 1,89                 | 0,47        | 2,21                 | 0,67        | 2,63                 | 0,96        | 2,84                 | 1,12        | 3,16                 | 1,38        | 3,47                 | 1,65        |
| 10,82                    | 8               |                      |             | 0,74                 | 0,04        | 1,20                 | 0,16        | 1,39                 | 0,23        | 1,66                 | 0,35        | 1,94                 | 0,50        | 2,31                 | 0,73        | 2,50                 | 0,87        | 2,77                 | 1,07        | 3,05                 | 1,29        |
| 12,00                    | 2               |                      |             | 0,67                 | 0,03        | 1,08                 | 0,12        | 1,25                 | 0,17        | 1,50                 | 0,27        | 1,75                 | 0,40        | 2,08                 | 0,58        | 2,25                 | 0,69        | 2,50                 | 0,87        | 2,75                 | 1,05        |
| 12,37                    | 4               |                      |             | 0,65                 | 0,03        | 1,05                 | 0,11        | 1,21                 | 0,16        | 1,46                 | 0,26        | 1,70                 | 0,37        | 2,02                 | 0,55        | 2,18                 | 0,65        | 2,43                 | 0,82        | 2,67                 | 0,99        |
| 12,73                    | 4               |                      |             | 0,63                 | 0,03        | 1,02                 | 0,10        | 1,18                 | 0,15        | 1,41                 | 0,24        | 1,65                 | 0,34        | 1,96                 | 0,51        | 2,12                 | 0,61        | 2,36                 | 0,77        | 2,59                 | 0,93        |
| 13,42                    | 4               |                      |             | 0,60                 | 0,02        | 0,97                 | 0,09        | 1,12                 | 0,13        | 1,34                 | 0,21        | 1,56                 | 0,30        | 1,86                 | 0,46        | 2,01                 | 0,54        | 2,24                 | 0,69        | 2,46                 | 0,84        |
| 15,00                    | 4               |                      |             | 0,53                 | 0,02        | 0,87                 | 0,07        | 1,00                 | 0,10        | 1,20                 | 0,16        | 1,40                 | 0,23        | 1,67                 | 0,35        | 1,80                 | 0,42        | 2,00                 | 0,54        | 2,20                 | 0,66        |
| 16,97                    | 1               |                      |             | 0,47                 | 0,01        | 0,77                 | 0,05        | 0,88                 | 0,07        | 1,06                 | 0,11        | 1,24                 | 0,17        | 1,47                 | 0,26        | 1,59                 | 0,32        | 1,77                 | 0,41        | 1,94                 | 0,50        |
| $\sum_{i=1}^n I_{z,r,k}$ |                 |                      | 1,48        |                      | 9,47        |                      | 27,85       |                      | 37,21       |                      | 53,13       |                      | 70,89       |                      | 97,02       |                      | 111,10      |                      | 132,99      |                      | 155,68      |
| $I_{z,r_0,k}$            |                 | 20                   | 21,60       | 40                   | 48,50       | 65                   | 82,88       | 75                   | 96,74       | 90                   | 117,59      | 105                  | 138,49      | 125                  | 166,43      | 135                  | 180,42      | 150                  | 201,42      | 165                  | 222,44      |
| $I_{z,k}$                |                 | 23,08                |             | 57,97                |             | 110,73               |             | 133,95               |             | 170,72               |             | 209,38               |             | 263,45               |             | 291,52               |             | 334,41               |             | 378,44               |             |
| $\bar{A}_{z,i}$          |                 | 2,178 m <sup>2</sup> |             | 3,468 m <sup>2</sup> |             | 4,795 m <sup>2</sup> |             | 5,277 m <sup>2</sup> |             | 5,962 m <sup>2</sup> |             | 6,617 m <sup>2</sup> |             | 7,453 m <sup>2</sup> |             | 7,856 m <sup>2</sup> |             | 8,455 m <sup>2</sup> |             | 9,040 m <sup>2</sup> |             |
|                          |                 | 8,874                |             |                      |             |                      |             |                      |             |                      |             |                      |             |                      |             |                      |             |                      |             |                      |             |

TABEL II

| 1      | 2                             | 3              | 4                   | 5                    | 6                                        | 7              | 8                | 9                 | 10                                     | 11                     |
|--------|-------------------------------|----------------|---------------------|----------------------|------------------------------------------|----------------|------------------|-------------------|----------------------------------------|------------------------|
| z<br>m | $\bar{A}_z$<br>m <sup>2</sup> | K <sub>φ</sub> | m <sub>i</sub><br>m | Δz <sub>i</sub><br>m | $\sigma_{v,z}^{(o)}$<br>t/m <sup>2</sup> | N <sub>i</sub> | N <sub>i</sub> ' | N <sub>i</sub> '' | $\sigma_{v,z,r_0}$<br>t/m <sup>2</sup> | F <sub>ii</sub><br>ton |
| 0      | 0                             | 0              | 0                   | 0                    | 0                                        | 0              | 0                | 0                 | 0                                      | 0                      |
| 4      | 2,178                         | 0,353          | 0,233               | 4                    | 7,2                                      | 0,700          | —                | —                 | 5,04                                   | 4,70                   |
| 8      | 3,468                         | 0,353          | 0,233               | 4                    | 10,4                                     | 0,788          | 0,212            | 0,227             | 6,06                                   | 15,05                  |
| 13     | 4,795                         | 0,33           | 0,218               | 5                    | 16,2                                     | 0,815          | 0,185            | 0,170             | 9,52                                   | 32,01                  |
| 15     | 5,277                         | 0,350          | 0,231               | 2                    | 18,55                                    | 0,919          | 0,081            | 0,174             | 10,71                                  | 41,37                  |
| 18     | 5,962                         | 0,346          | 0,228               | 3                    | 21,62                                    | 0,897          | 0,103            | 0,150             | 12,08                                  | 56,88                  |
| 21     | 6,617                         | 0,346          | 0,228               | 3                    | 24,7                                     | 0,906          | 0,094            | 0,137             | 13,45                                  | 74,44                  |
| 25     | 7,453                         | 0,33           | 0,218               | 4                    | 27,28                                    | 0,895          | 0,105            | 0,120             | 14,07                                  | 98,45                  |
| 27     | 7,856                         | 0,34           | 0,224               | 2                    | 28,67                                    | 0,946          | 0,054            | 0,120             | 14,55                                  | 110,93                 |
| 30     | 8,455                         | 0,353          | 0,233               | 3                    | 32,10                                    | 0,924          | 0,076            | 0,109             | 16,46                                  | 132,24                 |
| 33     | 8,874                         | 0,353          | 0,233               | 3                    | 39,5                                     | 0,927          | 0,073            | 0,104             | 21,66                                  | 158,3                  |

$$N'_8 = \frac{3,468}{4,400} = 0,788,$$

$$N''_8 = \frac{0,932}{4,400} = 0,212,$$

$$N'''_8 = \frac{1}{4,400} = 0,227.$$

Men krijgt:

$$\begin{aligned} \sigma_{v,8,r_0} &= 0,788 \times 10,4 - 0,212 \times 5,04 + \\ &- 0,227 \times 4,70 = 6,06 \frac{t}{m^2} \end{aligned}$$

$$F_{n,8} = (10,4 - 6,06) 3,468 = 15,05 \text{ ton.}$$

Al deze waarden zijn in de 3<sup>o</sup> regel der tabel II aangegeven.

Op dezelfde wijze kan thans worden voortgegaan en worden aldus de waarden aangegeven in de tabel II voor de verschillende beschouwde diepten gevonden.

Uit tabel II blijkt dat de negatieve kleeft over de totale laagdikte van 33 m, bedraagt:

$$F_{n,33} = (39,50 - 21,66) 8,874 = 158,31 \text{ ton.}$$

#### C.I.1.2. Aangepaste methode van de bijdrage [2]

In het geval der figuur 31 heeft men in de verschillende lagen, verschillende piëzometrische stijghoogten. De werkzame volumegewichten welke men dient in te voeren, zijn in feite de gradiënten van de aangroeiingen der korrelspanningen in de beschouwde

laag (fig. 33). In feite dient men derhalve in de laag j een fictief werkzaam volumegewicht in te voeren gegeven door:

$$\gamma_{k,fict} = \frac{\sigma_{k,j,onder}^{(o)} - \sigma_{k,j,boven}^{(o)}}{h_j} = \frac{\Delta\sigma_{k,j}^{(o)}}{h_j} \quad (208)$$

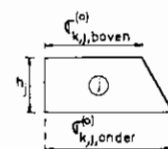


Fig. 33.

Berekening van de waarde  $\gamma_{k,fict}$  in de verschillende lagen:

$$(1) \quad 0 - 4 \text{ m} \quad \gamma_{k,1,fict} = \frac{7,2 - 0}{4} = 1,8 \text{ t/m}^3$$

$$(2) \quad 4 - 8 \text{ m} \quad \gamma_{k,2,fict} = \frac{10,4 - 7,2}{4} = 0,8 \text{ t/m}^3$$

$$(3) \quad 8 - 13 \text{ m} \quad \gamma_{k,3,fict} = \frac{16,2 - 10,4}{5} = 1,16 \text{ t/m}^3$$

$$(4) \quad 13 - 15 \text{ m} \quad \gamma_{k,4,fict} = \frac{18,55 - 16,2}{2} = 1,175 \text{ t/m}^3$$

$$(5) \quad 15 - 21 \text{ m} \quad \gamma_{k,4,fict} = \frac{24,7 - 18,55}{6} = 1,025 \text{ t/m}^3$$

$$(6) \quad 21 - 25 \text{ m} \quad \gamma_{k,6,fict} = \frac{27,28 - 24,7}{4} = 0,645 \text{ t/m}^3$$

$$(7) \quad 25 - 27 \text{ m} \quad \gamma_{k,7,fict} = \frac{28,67 - 27,28}{2} = 0,695 \text{ t/m}^3$$

|              |
|--------------|
| 11           |
| $F_n$<br>ton |
| 0            |
| 4,70         |
| 15,05        |
| 32,01        |
| 41,37        |
| 56,88        |
| 74,44        |
| 98,45        |
| 110,93       |
| 132,24       |
| 158,31       |

$$(8) \quad 27-30 \text{ m} \quad \gamma_{k,8,fict} = \frac{32,10 - 28,67}{3} = 1,14 \text{ t/m}^3$$

$$(9) \quad 30-33 \text{ m} \quad \gamma_{k,9,fict} = \frac{39,50 - 32,10}{3} = 2,47 \text{ t/m}^3$$

In het hier behandelde voorbeeld is  $p_0 = 0$ , zodat enkel de negatieve wrijving in verband met het eigen-gewicht der grondlagen dient te worden beschouwd.

We zullen thans achtereenvolgens het geval van een alleenstaande paal en van een binnenpaal van het raster behandelen:

#### C.I.1.2.1. Alleenstaande paal

Berekening van de waarden van de invloedsop-  
vlakken  $A_{\gamma_k}^{(1)(2) \dots (j)}$ .

$$A_{\gamma_k}^{(1)} = \frac{\pi H_1^2}{16} = \frac{\pi \times 4^2}{16} = 3,14 \text{ m}^2$$

De formule (214) geeft:

$$\begin{aligned} A_{\gamma_k}^{(1)(2)} &= \pi \left[ \frac{\gamma_{k,1} \left( \frac{h_1}{2} + h_2 \right) + \gamma_{k,2} \frac{h_2}{2}}{2(\gamma_{k,1} + \gamma_{k,2})} \right]^2 \\ &= \pi \left[ \frac{1,8(2 + 4) + 0,8 \times 2}{2(1,8 + 0,8)} \right]^2 = 17,86 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

De formule (223) geeft:

$$A_{\gamma_k}^{(1)(2)(3)} = \pi \left[ \frac{1,8 \times 11 + 0,8 \times 7 + 1,16 \times 2,25}{2(1,8 + 0,8 + 1,16)} \right]^2 = 44,49 \text{ m}^2$$

$$A_{\gamma_k}^{(1)(2)(3)(4)} = \pi \left[ \frac{1,8 \times 13 + 0,8 \times 9 + 1,16 \times 4,5 + 1,175 \times 1}{2(1,8 + 0,8 + 1,16 + 1,175)} \right]^2 = 44,14 \text{ m}^2$$

$$A_{\gamma_k}^{(1)(2)(3)(4)(5)} = \pi \left[ \frac{1,8 \times 19 + 0,8 \times 15 + 1,16 \times 10,5 + 1,175 \times 7 + 1,025 \times 3}{2(1,8 + 0,8 + 1,16 + 1,175 + 1,025)} \right]^2 = 107,35 \text{ m}^2$$

$$A_{\gamma_k}^{(1) \dots (6)} = \pi \left[ \frac{1,8 \times 23 + 0,8 \times 19 + 1,16 \times 14,5 + 1,175 \times 11 + 1,025 \times 7 + 0,645 \times 2}{2(1,8 + 0,8 + 1,16 + 1,175 + 1,025 + 0,645)} \right]^2 = 101,83 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} A_{\gamma_k}^{(1) \dots (7)} &= \pi \left[ \frac{1,8 \times 25 + 0,8 \times 21 + 1,16 \times 16,5 + 1,175 \times 13 + 1,025 \times 9 + 0,645 \times 4 + 0,695 \times 1}{2(1,8 + 0,8 + 1,16 + 1,175 + 1,025 + 0,645 + 0,695)} \right]^2 \\ &= 174,19 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{\gamma_k}^{(1) \dots (8)} &= \pi \left[ \frac{1,8 \times 28 + 0,8 \times 24 + 1,16 \times 19,5 + 1,175 \times 16 + 1,025 \times 12 + 0,645 \times 7 + 0,695 \times 4 + 1,14 \times 1}{2(1,8 + 0,8 + 1,16 + 1,175 + 1,025 + 0,645 + 0,695 + 1,14)} \right]^2 \\ &= 193,06 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{\gamma_k}^{(1) \dots (9)} &= \pi \left[ \frac{1,8 \times 31 + 0,8 \times 27 + 1,16 \times 22,5 + 1,175 \times 19 + 1,025 \times 15 + 0,645 \times 10 + 0,695 \times 4 + 1,14 \times 2}{2(1,8 + 0,8 + 1,16 + 1,175 + 1,025 + 0,645 + 0,695 + 1,14 + 2,47)} \right]^2 \\ &= 163,98 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Berekening van  $F_{n,\gamma_k}^{(1) \dots (j)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$

De te berekenen negatieve wrijvingskrachten  $F_{n,\gamma_k}^{(1) \dots (j)}$  zijn gegeven door de formule (233). De eerste term van deze vergelijking is  $F_{n,\gamma_k}^{(1)}$ .

De figuur 5 van de bijdrage [2] geeft:

$F_{n,\gamma_k}^{(1) \dots (j)}(\varphi_j; \gamma_{k,j}) : A_{\gamma_k}^{(1) \dots (j)} \gamma_{k,j} H_j$   
in functie van  $A_{\gamma_k}^{(1) \dots (j)} : D H_j$  met  $K_{\varphi_j}$  als parameter.

Daar de aflezingen op deze figuren moeilijk zijn, werden deze figuren op verschillende schalen hier als figuur 34a t/m f hertekend.

De details van de berekeningen zijn in de bijlage gegeven.

Berekening van  $F_{n,\gamma_k}^{(1) \dots (j-1)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$

De 2<sup>o</sup> term van het 2<sup>o</sup> lid van de vergelijking (233) is  $F_{n,\gamma_k}^{(1) \dots (j-1)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$ .

De figuur 34 geeft:

$F_{n,\gamma_k}^{(1) \dots (j-1)}(\varphi_j; \gamma_{k,j}) : A_{\gamma_k}^{(1) \dots (j-1)} \gamma_{k,j} H_j$

in functie van  $A_{\gamma_k}^{(1) \dots (j-1)} : D H_j$  met  $K_{\varphi_j}$  als parameter.

De details van de berekeningen zijn in de bijlage gegeven.

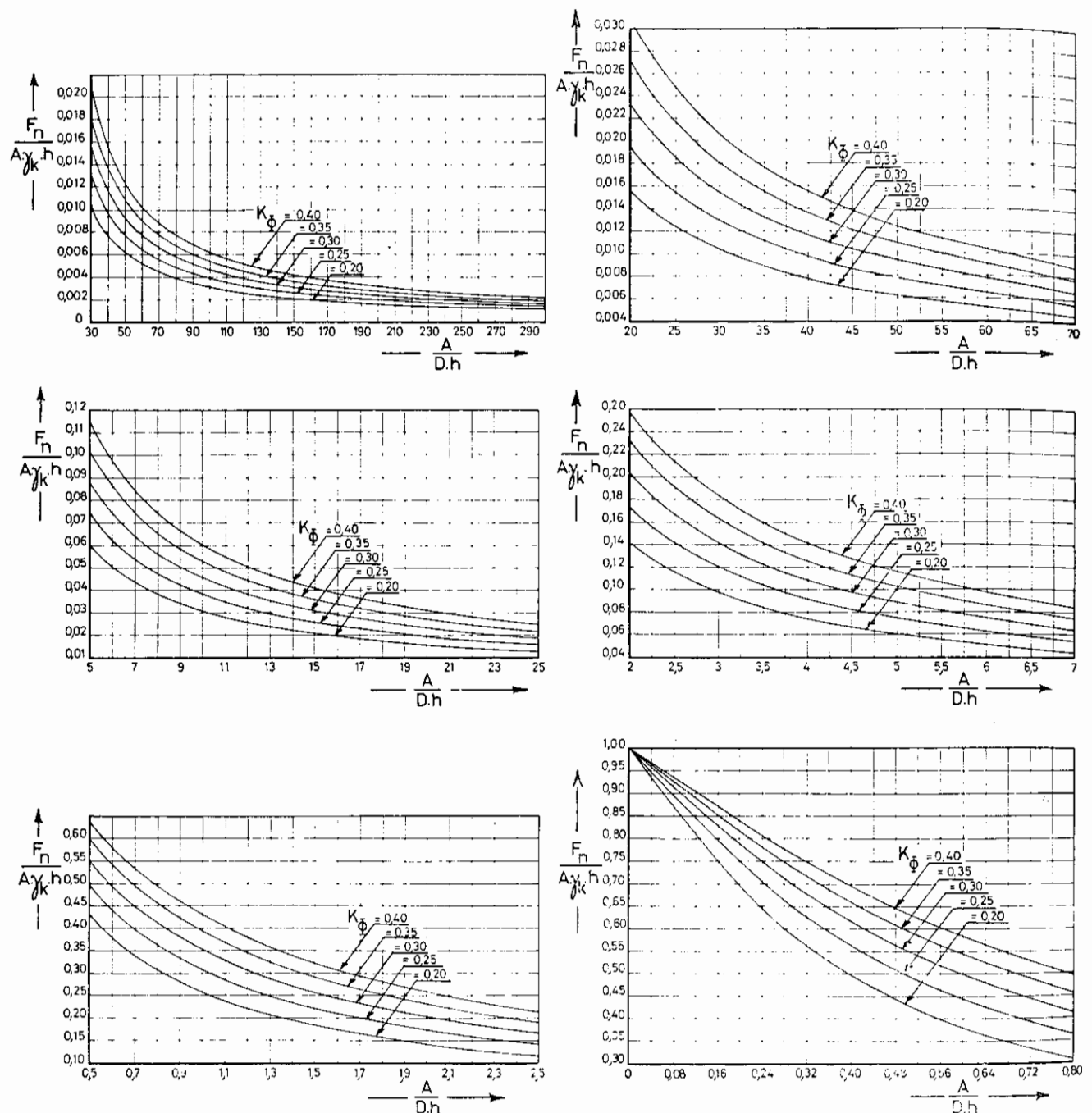


Fig. 34.

Men heeft krachtens (233):

$$F_{n,\gamma_k}^{(1) \dots (j)} = F_{n,\gamma_k}^{(1) \dots (j)}(\varphi_j; \gamma_{k,j}) + \\ - F_{n,\gamma_k}^{(1) \dots (j-1)}(\varphi_j; \gamma_{k,j}) + F_{n,\gamma_k}^{(1) \dots (j-1)} \quad (233)$$

$$F_{n,\gamma_k}^{(1)} = 5,34 \text{ ton}$$

$$F_{n,\gamma_k}^{(1)(2)} = F_{n,\gamma_k}^{(1)(2)}(\varphi_2; \gamma_{k,2}) - F_{n,\gamma_k}^{(1)}(\varphi_2; \gamma_{k,2}) + F_{n,\gamma_k}^{(1)}$$

$$F_{n,\gamma_k}^{(1)(2)} = 10,63 - 2,37 + 5,34 = 13,60 \text{ ton}$$

$$F_{n,\gamma_k}^{(1)(2)(3)} = 38,91 - 14,42 + 13,60 = 38,09 \text{ ton.}$$

Men krijgt de cijfers der tabel V.

#### C.I.1.2.2. Binnenpaal van een raster $3 \text{ m} \times 3 \text{ m}$

Het oppervlak van een elementaire cel bedraagt  $A = a \times b = 3,0 \times 3,0 = 9 \text{ m}^2$ .

Uit de waarden van de kolom (6) der tabel III blijkt dat vanaf 8 m de waarden  $A_{\gamma_k}^{(1) \dots (j)}$  groter zijn dan  $9 \text{ m}^2$  zodat voor een inwendige paal vanaf deze diepte met  $A = 9 \text{ m}^2$  dient te worden gerekend.

**TABEL III — Berekening van  $F_n^{(1) \dots (j)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$ .**

| Alleenstaande paal $D = 0,40 \text{ m}$ |             |                                    |                     |              |                                                |                                                 |                                                                                                                 |                                                                |
|-----------------------------------------|-------------|------------------------------------|---------------------|--------------|------------------------------------------------|-------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| 1                                       | 2           | 3                                  | 4                   | 5            | 6                                              | 7                                               | 8                                                                                                               | 9                                                              |
| Laag<br>(1) ... (j)                     | $\varphi_j$ | $\gamma_{k,j,t}$<br>$\text{t/m}^3$ | $H_j$<br>$\text{m}$ | $K_{\phi_j}$ | $A_{\gamma_k}^{(1) \dots (j)}$<br>$\text{m}^2$ | $A_{\gamma_k}^{(1) \dots (j)}$<br>$D \cdot H_j$ | $F_n^{(1) \dots (j)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$<br>$\frac{A_{\gamma_k}^{(1) \dots (j)}}{\gamma_{k,j} \cdot H_j}$ | $F_n^{(1) \dots (j)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$<br>$\text{ton}$ |
| (1)                                     | 34°         | 1,8                                | 4                   | 0,353        | 3,14                                           | 1,96                                            | 0,236                                                                                                           | 5,34                                                           |
| (1) (2)                                 | 34°         | 0,8                                | 8                   | 0,353        | 17,86                                          | 5,58                                            | 0,093                                                                                                           | 10,63                                                          |
| (1) (2) (3)                             | 26°         | 1,16                               | 13                  | 0,33         | 44,49                                          | 8,56                                            | 0,058                                                                                                           | 38,91                                                          |
| (1) ... (4)                             | 32°         | 1,175                              | 15                  | 0,35         | 44,14                                          | 7,36                                            | 0,071                                                                                                           | 55,24                                                          |
| (1) ... (5)                             | 30°         | 1,025                              | 21                  | 0,346        | 107,35                                         | 12,78                                           | 0,041                                                                                                           | 94,74                                                          |
| (1) ... (6)                             | 26°         | 0,645                              | 25                  | 0,33         | 161,83                                         | 16,18                                           | 0,031                                                                                                           | 80,90                                                          |
| (1) ... (7)                             | 28°         | 0,695                              | 27                  | 0,34         | 174,19                                         | 16,13                                           | 0,032                                                                                                           | 104,60                                                         |
| (1) ... (8)                             | 36°         | 1,14                               | 30                  | 0,353        | 193,06                                         | 16,09                                           | 0,034                                                                                                           | 224,49                                                         |
| (1) ... (9)                             | 36°         | 2,47                               | 33                  | 0,353        | 163,98                                         | 12,42                                           | 0,043                                                                                                           | 574,74                                                         |

**TABEL IV — Alleenstaande paal  $D = 0,40 \text{ m}$  — Berekening van  $F_n^{(1) \dots (j-1)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$ .**

| 1                     | 2           | 3                                  | 4                       | 5            | 6                                                | 7                                                     | 8                                                                                                                       | 9                                                                |
|-----------------------|-------------|------------------------------------|-------------------------|--------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| Laag<br>(1) ... (j-1) | $\varphi_j$ | $\gamma_{k,j,t}$<br>$\text{t/m}^3$ | $H_{j-1}$<br>$\text{m}$ | $K_{\phi_j}$ | $A_{\gamma_k}^{(1) \dots (j-1)}$<br>$\text{m}^2$ | $A_{\gamma_k}^{(1) \dots (j-1)}$<br>$D \cdot H_{j-1}$ | $F_n^{(1) \dots (j-1)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$<br>$\frac{A_{\gamma_k}^{(1) \dots (j-1)}}{\gamma_{k,j} \cdot H_{j-1}}$ | $F_n^{(1) \dots (j-1)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$<br>$\text{ton}$ |
| (1)                   | 34°         | 0,8                                | 4                       | 0,353        | 3,14                                             | 1,96                                                  | 0,236                                                                                                                   | 2,37                                                             |
| (1) (2)               | 26°         | 1,16                               | 8                       | 0,33         | 17,86                                            | 5,58                                                  | 0,087                                                                                                                   | 14,42                                                            |
| (1) (2) (3)           | 32°         | 1,175                              | 13                      | 0,35         | 44,49                                            | 8,56                                                  | 0,062                                                                                                                   | 42,13                                                            |
| (1) ... (4)           | 30°         | 1,025                              | 15                      | 0,346        | 44,14                                            | 7,36                                                  | 0,070                                                                                                                   | 47,51                                                            |
| (1) ... (5)           | 26°         | 0,645                              | 21                      | 0,33         | 107,35                                           | 12,78                                                 | 0,039                                                                                                                   | 56,71                                                            |
| (1) ... (6)           | 28°         | 0,695                              | 25                      | 0,34         | 161,83                                           | 16,18                                                 | 0,032                                                                                                                   | 89,98                                                            |
| (1) ... (7)           | 36°         | 1,14                               | 27                      | 0,353        | 174,19                                           | 16,13                                                 | 0,034                                                                                                                   | 182,29                                                           |
| (1) ... (8)           | 36°         | 2,47                               | 30                      | 0,353        | 193,06                                           | 16,09                                                 | 0,034                                                                                                                   | 486,40                                                           |

Voor het overige gaat men tewerk als voor een alleenstaande paal.

Men berekent achtereenvolgens  $F_n^{(1) \dots (j)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$  (tabel VI);  $F_n^{(1) \dots (j-1)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$  (tabel VII) en tenslotte  $F_n^{(1) \dots (j)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$  (tabel VIII).

**C.I.1.3. Globale Berekening volgens de aangepaste methode der bijdrage [2]**

**C.I.1.3.1. Inwendige paal**

Onder C.I.1.2 heeft men de negatieve kleef berekend uitgaande van de eigenschappen  $\gamma_{k,j}$  en  $\varphi_j$  van elke laag. Men kan ook nagaan wat men zou

krijgen indien alle deellagen door één enkele fictief laag zouden worden vervangen. Uit de kolom 5 de tabel III blijkt, dat hoewel de wrijvingshoeken van de deellagen variëren tussen 26° en 36°, de waarde  $K_{\phi}$  slechts varieert van 0,33 tot 0,353 en dus in eerste instantie als constant kan worden beschouwd. Later we  $K_{\phi_j} = 0,35$  invoeren.

De korrelspanning op 33 m diepte, bij afwezigheid van de palen bedraagt (cfr. fig. 31):

$$\sigma_{v,z=33}^{(o)} = 8 \times 1,8 + 5,00 \times 1,16 + 2,00 \times 1,55 + 6,00 \times 1,4 + 4,00 \times 1,2 + 2,00 \times 1,25 + 3,00 \times 1,7 + 3,00 \times 1,8 + 10,00 \times 1,0 = 39,5 \text{ t/m}^2$$

**TABEL V — Alleenstaande paal  $D = 0,40$  m — Negatieve kleef  $F_{n,\gamma_k}^{(1) \dots (j)}$**

| 1                   | 2                                                                             | 3                                                                              | 4                                                        | 5                                       |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| Laag<br>(1) ... (j) | $F_{n,\gamma_k}^{(1) \dots (j)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$<br>ton<br>tabel III | $F_{n,\gamma_k}^{(1) \dots (j-1)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$<br>ton<br>tabel IV | $F_{n,\gamma_k}^{(1) \dots (j-1)}$<br>ton<br>uit kolom 5 | $F_{n,\gamma_k}^{(1) \dots (j)}$<br>ton |
| (1)                 | 5,34                                                                          | —                                                                              | —                                                        | 5,34                                    |
| (1) (2)             | 10,63                                                                         | 2,37                                                                           | 5,34                                                     | 13,60                                   |
| (1) (2) (3)         | 38,91                                                                         | 14,42                                                                          | 13,60                                                    | 38,09                                   |
| (1) ... (4)         | 55,24                                                                         | 42,13                                                                          | 38,09                                                    | 51,20                                   |
| (1) ... (5)         | 94,74                                                                         | 47,51                                                                          | 51,20                                                    | 98,43                                   |
| (1) ... (6)         | 80,90                                                                         | 56,71                                                                          | 98,43                                                    | 122,62                                  |
| (1) ... (7)         | 104,60                                                                        | 89,98                                                                          | 122,62                                                   | 137,24                                  |
| (1) ... (8)         | 224,49                                                                        | 182,29                                                                         | 137,24                                                   | 179,44                                  |
| (1) ... (9)         | 574,74                                                                        | 486,40                                                                         | 179,44                                                   | 267,78                                  |

**TABEL VI — Inwendige paal  $D = 0,40$  m van een raster  $3,0 \times 3,0$  m — Berekening van  $F_n^{(1) \dots (j)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$**

| 1                   | 2           | 3                                    | 4          | 5            | 6                                                | 7                                               | 8                                                                                                          | 9                                                     |
|---------------------|-------------|--------------------------------------|------------|--------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| Laag<br>(1) ... (j) | $\varphi_j$ | $\gamma_{k,j,t}$<br>t/m <sup>3</sup> | $H_j$<br>m | $K_{\Phi_j}$ | $A_{\gamma_k}^{(1) \dots (j)}$<br>m <sup>2</sup> | $A_{\gamma_k}^{(1) \dots (j)}$<br>$D \cdot H_j$ | $\frac{F_n^{(1) \dots (j)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})}{A_{\gamma_k}^{(1) \dots (j)} \gamma_{k,j} \cdot H_j}$ | $F_n^{(1) \dots (j)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$<br>ton |
| (1)                 | 34°         | 1,8                                  | 4          | 0,353        | 3,14                                             | 1,96                                            | 0,236                                                                                                      | 5,33                                                  |
| (1) (2)             | 34°         | 0,8                                  | 8          | 0,353        | 9,00                                             | 2,81                                            | 0,174                                                                                                      | 10,02                                                 |
| (1) (2) (3)         | 26°         | 1,16                                 | 13         | 0,33         | 9,00                                             | 1,73                                            | 0,248                                                                                                      | 33,66                                                 |
| (1) ... (4)         | 32°         | 1,175                                | 15         | 0,35         | 9,00                                             | 1,50                                            | 0,291                                                                                                      | 46,16                                                 |
| (1) ... (5)         | 30°         | 1,025                                | 21         | 0,346        | 9,00                                             | 1,07                                            | 0,372                                                                                                      | 72,07                                                 |
| (1) ... (6)         | 26°         | 0,645                                | 25         | 0,33         | 9,00                                             | 0,90                                            | 0,406                                                                                                      | 58,92                                                 |
| (1) ... (7)         | 28°         | 0,695                                | 27         | 0,34         | 9,00                                             | 0,833                                           | 0,436                                                                                                      | 73,63                                                 |
| (1) ... (8)         | 36°         | 1,14                                 | 30         | 0,353        | 9,00                                             | 0,750                                           | 0,478                                                                                                      | 147,13                                                |
| (1) ... (9)         | 36°         | 2,47                                 | 33         | 0,353        | 9,00                                             | 0,682                                           | 0,506                                                                                                      | 371,20                                                |

Hieruit kan een gemiddeld fictief werkzaam volumegewicht worden afgeleid:

$$\gamma_{k,fict,m} = \frac{39,5}{33} = 1,20 \text{ t/m}^3$$

Men heeft:

$$A_{\gamma_k} = \frac{\pi H_j^2}{16} = \frac{\pi \times 33^2}{16} = 213,8 \text{ m}^2 > A = 9,00 \text{ m}^2$$

derhalve voor een inwendige paal:

$$A = 9,00 \text{ m}^2$$

$$\frac{A}{D h} = \frac{9,00}{0,40 \times 33} = 0,682$$

De figuur 34 geeft:  
met:

$$\frac{A}{D h} = 0,682 \quad K_{\Phi} = 0,35$$

$$\frac{F_n}{A \gamma_k h} \cong 0,503$$

$$F_n = 0,503 \times 9,00 \times 1,20 \times 33 = 179 \text{ ton.}$$

#### C.I.1.3.2. Alleenstaande paal

Voor een alleenstaande paal vindt men

$$\frac{A}{D h} = \frac{213,8}{0,40 \times 33} = 16,20$$

**TABEL VII — Inwendige paal  $D = 0,40$  m van een raster  $3 \text{ m} \times 3 \text{ m}$  — Berekening van**

$F_n^{(1) \dots (j-1)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$ .

| 1                     | 2           | 3                                    | 4              | 5            | 6                                                  | 7                                                     | 8                                                                                                               | 9                                                       |
|-----------------------|-------------|--------------------------------------|----------------|--------------|----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| Laag<br>(1) ... (j-1) | $\varphi_j$ | $\gamma_{k,j,l}$<br>t/m <sup>3</sup> | $H_{j-1}$<br>m | $K_{\Phi_j}$ | $A_{\gamma_k}^{(1) \dots (j-1)}$<br>m <sup>2</sup> | $A_{\gamma_k}^{(1) \dots (j-1)}$<br>$D \cdot H_{j-1}$ | $F_n^{(1) \dots (j-1)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$<br>$A_{\gamma_k}^{(1) \dots (j-1)} \gamma_{k,j} \cdot H_{j-1}$ | $F_n^{(1) \dots (j-1)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$<br>ton |
| (1)                   | 34°         | 0,8                                  | 4              | 0,353        | 3,14                                               | 1,96                                                  | 0,236                                                                                                           | 2,37                                                    |
| (1) (2)               | 26°         | 1,16                                 | 8              | 0,33         | 9,00                                               | 2,81                                                  | 0,164                                                                                                           | 13,70                                                   |
| (1) (2) (3)           | 32°         | 1,175                                | 13             | 0,35         | 9,00                                               | 1,73                                                  | 0,260                                                                                                           | 35,74                                                   |
| (1) ... (4)           | 30°         | 1,025                                | 15             | 0,346        | 9,00                                               | 1,50                                                  | 0,289                                                                                                           | 39,99                                                   |
| (1) ... (5)           | 26°         | 0,645                                | 21             | 0,33         | 9,00                                               | 1,07                                                  | 0,360                                                                                                           | 43,89                                                   |
| (1) ... (6)           | 28°         | 0,695                                | 25             | 0,34         | 9,00                                               | 0,90                                                  | 0,415                                                                                                           | 64,90                                                   |
| (1) ... (7)           | 36°         | 1,14                                 | 27             | 0,353        | 9,00                                               | 0,833                                                 | 0,447                                                                                                           | 123,83                                                  |
| (1) ... (8)           | 36°         | 2,47                                 | 30             | 0,353        | 9,00                                               | 0,750                                                 | 0,478                                                                                                           | 318,78                                                  |

**TABEL VIII — Inwendige paal  $D = 0,40$  m van een raster  $3 \text{ m} \times 3 \text{ m}$  — Berekening van  $F_n^{(1) \dots (j)}$**

| 1                   | 2                                                                 | 3                                                                    | 4                                             | 5                            |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|------------------------------|
| Laag<br>(1) ... (j) | $F_n^{(1) \dots (j)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$<br>ton<br>tabel VI | $F_n^{(1) \dots (j-1)}(\varphi_j; \gamma_{k,j})$<br>ton<br>tabel VII | $F_n^{(1) \dots (j-1)}$<br>ton<br>uit kolom 5 | $F_n^{(1) \dots (j)}$<br>ton |
| (1)                 | 5,33                                                              | —                                                                    | —                                             | 5,33                         |
| (1) (2)             | 10,02                                                             | 2,37                                                                 | 5,33                                          | 12,98                        |
| (1) (2) (3)         | 33,66                                                             | 13,70                                                                | 12,98                                         | 32,94                        |
| (1) ... (4)         | 46,16                                                             | 35,74                                                                | 32,94                                         | 43,36                        |
| (1) ... (5)         | 72,07                                                             | 39,99                                                                | 43,36                                         | 75,44                        |
| (1) ... (6)         | 58,92                                                             | 43,89                                                                | 75,44                                         | 90,47                        |
| (1) ... (7)         | 73,63                                                             | 64,90                                                                | 90,47                                         | 99,20                        |
| (1) ... (8)         | 147,13                                                            | 123,83                                                               | 99,20                                         | 122,50                       |
| (1) ... (9)         | 371,20                                                            | 318,78                                                               | 122,50                                        | 174,92                       |

met:

$$\frac{A}{Dh} = 16,20 \quad K_{\Phi} = 0,35$$

geeft figuur 34:

$$\frac{F_n}{A_{\gamma_k} h} = 0,033$$

$$F_n = 0,033 \times 213,8 \times 1,20 \times 33 = 279 \text{ ton.}$$

De globale methode leidt veel vlugger tot het doel, en geeft een vrij goede benadering.

C.I.2. Voorbeeld 2 overgenomen uit Zeevaert [1]

Door Endo werden in [3] de resultaten beschreven van de metingen verricht op een stalen buis  $\varnothing 60,96 \text{ cm}$

geplaatst in een dikke alluviale laag te Tokio, waar ten gevolge van de bemaling in de diepere lagen het grondoppervlak een zetting van circa 8 cm/jaar ondergaat. De figuur 35 is overgenomen uit Zeevaert.

De resultaten der metingen zijn op de figuur 35 gegeven. Uit deze metingen blijkt dat de negatieve kleeft ophoudt op een diepte van 33 m, hoewel de slappe lagen een dikte hebben van 43,5 m.

Zeevaert is van oordeel dat het slappe lagenpakket door een gemiddelde waarde  $\varphi = 32^\circ$  kan worden gekenmerkt.

C.I.2.1. Globale methode van Zeevaert

De formules (53) en (54) kunnen worden aangevend.

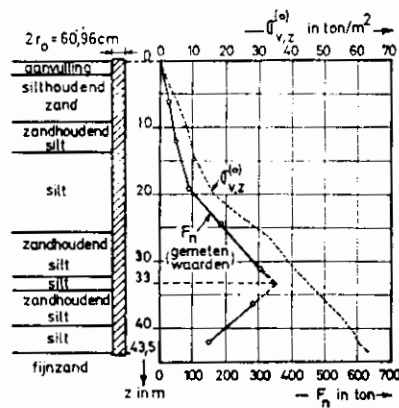


Fig. 35.

Men heeft:

$$\bar{\chi} = \pi \times 60,96 \times 1,05 = 201 \text{ cm} = 2,01 \text{ m}$$

$$K_\phi = 0,353$$

$$\bar{D} = 1,05 \times 60,96 = 64 \text{ cm}$$

$$\bar{A} = \pi (12 \times 0,3048)^2 = 42 \text{ m}^2.$$

De uiteindelijke verticale terreinspanningen  $\sigma_{v,z}^{(o)}$ , in afwezigheid van de paal zijn aangegeven op de figuur 35.

Wanneer men zich begrenst tot de diepte  $h = 31 \text{ m}$  verkrijgt men, door planimetreren van het gepaste oppervlak:

$$A_\sigma = \int_0^{h=31 \text{ m}} \sigma_{v,z}^{(o)} dz = 502 \text{ t/m},$$

en dus:

$$F_{n,h=31 \text{ m}} = \frac{2,01 \times 0,353}{1 + \frac{2,01 \times 0,353}{3 \times 42}} \times 502 = 303 \text{ ton}.$$

### C.I.2.2. Aangepaste methode der bijdrage [2]

Men heeft:

$$A_{\gamma_k} = \frac{\pi h^2}{16} = \frac{\pi \times 31^2}{16} = 188,7 \text{ m}^2.$$

Men plaatst zich ook op de diepte  $h = 31 \text{ m}$ .

$$\frac{A_{\gamma_k}}{D h} = \frac{188,7}{0,6096 \times 31} = 9,99$$

Men kan een gemiddeld fictief werkzaam volume-gewicht over de hoogte  $h$  bepalen, door te stellen:

$$\int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz = \gamma_{k,r} \frac{h^2}{2} \quad (309)$$

$$\gamma_{k,r} = \frac{2 \times 502}{31^2} = \frac{1004}{961} = 1,045 \text{ t/m}^3$$

$$K_\phi = 0,353.$$

De figuur 34 geeft:

met:

$$\frac{A_{\gamma_k}}{D h} = 9,99 \quad K = 0,353$$

$$\frac{F_n}{A \gamma_{k,r} h} = 0,054$$

$$F_n = 0,054 \times 188,7 \times 1,045 \times 31 = 330 \text{ ton}.$$

Uit de metingen haalt men op 31 m diepte  $F_n = 315 \text{ ton}$ , te vergelijken met de 303 ton met de globale methode van Zeevaert, en 330 ton met de aangepaste methode [2].

*Opmerking.* Uit het voorbeeld blijkt duidelijk dat het ekwivalent invloedsoppervlak  $\bar{A} = \pi (12 r_o)^2 = 42 \text{ m}^2$  totaal verschillend is van het invloedsoppervlak  $A_{\gamma_k} = 188,7 \text{ m}^2$ .

### C.II. Positieve kleeft

#### Getallenvoorbeeld naar Zeevaert

Ook dit voorbeeld wordt genomen uit Zeevaert [1]. Stalen palen  $\varnothing 41,8 \text{ cm}$  werden in Mexico stad tot 31,3 m diepte weggedrukt in een zeer gevoelige en samendrukbare grond. Over de totale oppervlakte werd de grond weggenomen tot een diepte van 1,5 m. Op deze palen werd een proefbelasting uitgevoerd. Hiertoe werd de grond rondom de palen tot een diepte van 4,70 m onder het oorspronkelijk grondoppervlak weggegraven, zodat de wrijving slechts over een lengte van 26,60 m ageert.

Alle nodige gegevens zijn op de figuur 36 te vinden. De paalbelastingsproef werd eerst 5 weken na het heien uitgevoerd.

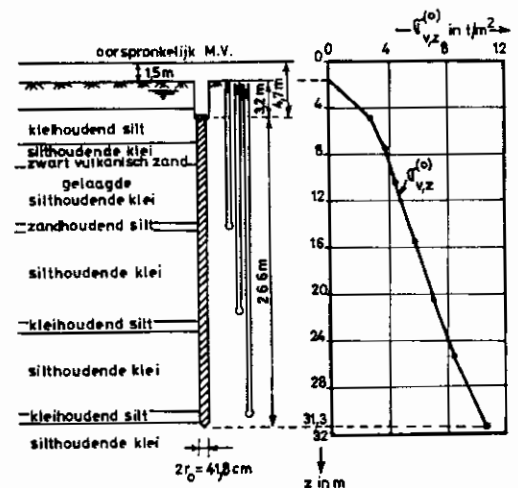


Fig. 36.

Men heeft:

$$r_o = 0,209 \text{ m}$$

$$\bar{\chi} = 1,1 \times \pi \times 0,418 = 1,44 \text{ m}$$

$$\Omega_p = \pi \times 0,209^2 = 0,138 \text{ m}^2.$$

Voor alle doorheide lagen neemt Zeevaart  $\varphi_r = 26^\circ$ .

met

$$K_\Phi = 0,33$$

$$m = \pi \bar{r}_o K_\Phi = \pi \times \frac{1,1 \times 0,418}{2} \times 0,33$$

$$m = 0,72 \times 0,33 = 0,238.$$

#### C.II.1. Berekeningswijze naar Zeevaart

##### C.II.1.1. Globale methode naar Zeevaart met lineaire verdeling van de uiteindelijke spanningen

##### C.II.1.1.1. Positieve kleef over de totale paallengte

$$\bar{A} = \pi (12 r_o)^2 = \pi (6D)^2 = \pi (6 \times 0,418)^2 = 19,76 \text{ m}^2$$

De formule (165) geeft:

$$m' = \frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} K_\Phi \frac{h}{2} = \frac{1,44}{19,76} \times 0,33 \times \frac{26,6}{2} = 0,32$$

Men heeft:

$$\sigma_{v,z=0}^{(o)} = 2,8 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_{v,z=h}^{(o)} = 10,7 \text{ t/m}^2$$

De formule (167) geeft:

$$\Delta\sigma_{v,h,r_o} = \frac{0,32}{1 - 0,32} (2,8 + 10,7) = 6,353 \text{ t/m}^2$$

De formule (168) geeft:

$$F_{p,h} = \bar{A} \Delta\sigma_{v,h,r_o} = 19,76 \times 6,353 = 125,5 \text{ ton.}$$

##### C.II.1.1.2. Positieve kleef tot een diepte van 10,00 m onder het oorspronkelijk maaiveld

Alsdan heeft men een kleeflengte:

$$h' = 10,00 - 4,70 = 5,30 \text{ m.}$$

$$m' = \frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} K_\Phi \frac{h'}{2} = \frac{1,44}{19,76} \times 0,33 \times \frac{5,30}{2} = 0,064$$

Men heeft:

$$\sigma_{v,z=0}^{(o)} = 2,8 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_{v,z=h}^{(o)} = 4,34 \text{ t/m}^2$$

$$\Delta\sigma_{v,h',r_o} = \frac{0,064}{1 - 0,064} (2,8 + 4,34) = 0,49 \text{ t/m}^2$$

$$F_{p,h'} = 19,76 \times 0,49 = 9,68 \text{ ton.}$$

#### C.II.1.2. Globale methode van Zeevaart met parabolische verdeling van de uiteindelijke spanningen

De toepassing van de formule (173) over de totale lengte van de paal, geeft:

$$F_{p,h} = \frac{1,44 \times 0,33 \int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz}{1 - \frac{1,44}{19,76} \times 0,33 \frac{26,6}{3}}$$

Door planimetreren van de curve  $\sigma_{v,z}^{(o)}$  der figuur 35 vindt men:

$$\int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz = 184,7 \text{ t/m.} \quad (310)$$

$$F_{p,h} = 111,6 \text{ ton.}$$

#### C.II.1.3. Iteratiemethode

De aanwending van de iteratiemethode vereist de bepaling van de ekwivalente invloedsoppervlakken.

Laten we hiertoe uitgaan van de aanname:

$$s_{o,z_j} = s_e + k z_j \quad (131)$$

Alsdan wordt het invloedsoppervlak  $\bar{A}_z$  gegeven door (138).

$$s_e = k h_e.$$

Zeevaart verwaarloost de invloed van de 1,5 meter, welke voorafgaandelijk is afgegraven, en stelt:

$$h_e = 3,20 \text{ m}$$

##### C.II.1.3.1. $z = 0$ , diepte onder het oorspronkelijk maaiveld is 4,70 m

$$\sigma_{v,o}^{(o)} = 2,8 \text{ t/m}^2 \quad \sigma_{v,o,r_o} = 2,8 \text{ t/m}^2.$$

##### C.II.1.3.2. $z = 2,60 \text{ m}$ , diepte onder het oorspronkelijk maaiveld is 7,30 m

$$\frac{z}{r_o} = \frac{2,60}{0,209} = 12,44$$

De figuur 12 geeft:

$$I_{z,k} = 11,85 \quad I_{z,r,c} = 15,61$$

$$\pi z^2 = \pi \times 2,60^2 = 21,24 \text{ m}^2$$

De formule (138) geeft:

$$\begin{aligned} \bar{A}_{2,60} &= \frac{2 \times 3,20 + 2,60}{2,60 \times 11,85 + 3,20 \times 15,61} \times 21,24 \\ &= \frac{9,00}{80,76} \times 21,24 = 2,36 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

De formules (182) tot (184) geven:

$$\begin{aligned} M'_{2,60} &= \frac{2,36}{2,36 - 0,238 \times 2,60} \\ &= \frac{2,36}{2,36 - 0,619} = \frac{2,36}{1,741} = 1,356 \end{aligned}$$

$$M''_{2,60} = \frac{0,619}{1,741} = 0,356$$

$$M'''_{2,60} = \frac{1}{1,741} = 0,575$$

$$\sigma_{v,2,60}^{(o)} = 3,8 \text{ t/m}^2$$

De formule (185) geeft:

$$\begin{aligned} \sigma_{v,2,60;r_0} &= 1,356 \times 3,8 + 0,356 \times 2,8 + \\ &+ 0,575 \times 0 = 6,15 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

De formule (178) geeft:

$$F_{p,2,60} = (6,15 - 3,8) \times 2,36 = 5,55 \text{ ton.}$$

C.II.1.3.3.  $z = 5,6 \text{ m}$  (10,3 onder het oorspronkelijk maaiveld)

$$\frac{z}{r_0} = \frac{5,6}{0,209} = 26,79 \text{ m}$$

De figuur 12 geeft:

$$I_{z,k} = 30,62$$

$$I_{z,c} = 35,89$$

$$\pi z^2 = \pi \times 5,6^2 = 98,52 \text{ m}^2$$

$$\bar{A}_{5,60} = \frac{2 \times 3,20 + 5,6}{5,6 \times 30,62 + 3,20 \times 35,89} \times 98,52$$

$$\bar{A}_{5,60} = \frac{12,00}{286,32} \times 98,52 = 4,13 \text{ m}^2$$

$$\Delta z = 5,60 - 2,60 = 3,0 \text{ m}$$

$$\sigma_{v,5,60}^{(o)} = 4,4 \text{ t/m}^2$$

$$\begin{aligned} M'_{5,60} &= \frac{4,13}{4,13 - 0,238 \times 3,00} \\ &= \frac{4,13}{4,13 - 0,714} = \frac{4,13}{3,416} = 1,209 \end{aligned}$$

$$M''_{5,60} = \frac{0,714}{3,416} = 0,209$$

$$M'''_{5,60} = \frac{1}{3,416} = 0,293$$

$$\begin{aligned} \sigma_{v,5,60;r_0} &= 1,209 \times 4,4 + 0,209 \times 6,15 + \\ &+ 0,293 \times 5,55 = 8,23 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

$$F_{p,5,60} = (8,23 - 4,40) \times 4,13 = 15,82 \text{ ton.}$$

De verdere berekeningen zijn in de tabel IX verzameld.

Met de iteratiemethode verkrijgt men thans een veel hogere waarde dan met de globale methodes, welke op willekeurige aannamen van het ekwivalent oppervlak zijn gesteund.

Het onderscheid is veel groter dan bij de berekening van de negatieve kleef, omdat in de uitdrukking van

TABEL IX

| 1             | 2        | 3               | 4         | 5         | 6                             | 7                 | 8      | 9       | 10                          | 11                                       | 12                                     | 13         |
|---------------|----------|-----------------|-----------|-----------|-------------------------------|-------------------|--------|---------|-----------------------------|------------------------------------------|----------------------------------------|------------|
| Diepte<br>(m) | z<br>(m) | $\frac{z}{r_0}$ | $I_{z,k}$ | $I_{z,c}$ | $\bar{A}_z$<br>m <sup>2</sup> | $\Delta z$<br>(m) | $M'_1$ | $M''_1$ | $M'''_1$<br>m <sup>-2</sup> | $\sigma_{v,z}^{(o)}$<br>t/m <sup>2</sup> | $\sigma_{v,z;r_0}$<br>t/m <sup>2</sup> | $F_p$<br>t |
| 4,7           | 0        | —               | —         | —         | —                             | —                 | —      | —       | —                           | 2,8                                      | 2,8                                    | 0          |
| 7,30          | 2,60     | 12,44           | 11,85     | 15,61     | 2,36                          | 2,60              | 1,356  | 0,356   | 0,574                       | 3,8                                      | 6,15                                   | 5,55       |
| 10,30         | 5,60     | 26,79           | 30,62     | 35,89     | 4,13                          | 3,0               | 1,209  | 0,209   | 0,293                       | 4,4                                      | 8,23                                   | 15,82      |
| 15,30         | 10,60    | 50,72           | 63,18     | 69,73     | 6,72                          | 5,0               | 1,215  | 0,215   | 0,181                       | 5,8                                      | 11,68                                  | 39,51      |
| 20,30         | 15,60    | 74,64           | 96,24     | 103,56    | 9,18                          | 5,0               | 1,149  | 0,149   | 0,125                       | 7,1                                      | 14,84                                  | 71,05      |
| 25,30         | 20,60    | 98,56           | 129,51    | 137,39    | 11,58                         | 5,0               | 1,115  | 0,115   | 0,096                       | 8,5                                      | 18,00                                  | 110,01     |
| 31,30         | 26,60    | 127,27          | 169,60    | 177,99    | 14,44                         | 6,0               | 1,110  | 0,110   | 0,077                       | 10,7                                     | 22,33                                  | 167,90     |

de negatieve kleeft (formule 77), naast een positieve term twee negatieve voorkomen, waardoor een demping van de fout, verbonden aan een foutieve bepaling van het ekwivalent invloedsoppervlak ontstaat.

In de formule van de positieve kleeft (formule 185) komen enkel positieve termen voor, waardoor de gevoeligheid met betrekking tot de waarde van het ekwivalent oppervlak veel groter wordt.

De iteratiemethode beschreven door Zeevaert en gesteund op de toepassing van de wet van Westergaard lijkt dus niet aangewezen voor de bepaling van de positieve kleeft, tenzij men de waarden van  $\bar{A}_x$  aangegeven door Zeevaert invoert, doch welke in feite niet met de wet van Westergaard overeenstemmen.

## C.II.2. Berekeningswijzen naar de aangepaste methode [2]

### C.II.2.1. Globale berekeningswijze met gesplitste berekening van de invloed der bovenbelasting en van het eigen gewicht

Totale paallengte:  $h = 26,60 \text{ m}$

Men heeft:

$$q = 2,8 \text{ t/m}^2 \quad K_\phi = 0,33 \quad \bar{\chi} = 1,44 \text{ m}$$

formule (250):

$$A_q = \frac{\pi h^2}{16} = \frac{\pi \times 26,60^2}{16} = \frac{2250}{16} = 138,9 \text{ m}^2$$

formule (257):

$$A_\gamma = \frac{\pi h^2}{36} = \frac{2250}{36} = 61,7 \text{ m}^2$$

formule (238):

$$m'_{1,q} = \frac{K_\phi \bar{\chi}}{A_q} = \frac{0,33 \times 1,44}{138,9} = \frac{0,480}{138,9} = 0,00345 \text{ m}^{-1}$$

$$m'_{1,\gamma} = \frac{K_\phi \bar{\chi}}{A_\gamma} = \frac{0,480}{61,9} = 0,00775 \text{ m}^{-1}$$

$$m'_{1,q} h = 0,00345 \times 26,60 = 0,0918$$

$$m'_{1,\gamma} h = 0,00775 \times 26,60 = 0,2062$$

$$\log e^{m'_{1,q} h} = \log e^{0,0918} = 0,0918 \times 0,4343 = 0,0399 = \log 1,096$$

$$\log e^{m'_{1,\gamma} h} = \log e^{0,2062} =$$

$$= 0,2062 \times 0,4343 = 0,0896 = \log 1,229$$

formule (244):

$$F_{p,q} = 138,9 \times 2,8 (1,096 - 1) = 37,34 \text{ ton}$$

Men heeft:

$$\gamma_{k,f,m} = - \frac{\int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz}{\frac{h^2}{2}} = \frac{184,7}{\frac{26,6^2}{2}} = \frac{369,4}{707,6}$$

$$\gamma_{k,f,m} = 0,522 \text{ t/m}^3 \quad (311)$$

formule (244):

$$\begin{aligned} F_{p,\gamma_k} &= 61,70 \times 0,522 \left( \frac{1,229 - 1}{0,00775} - 26,6 \right) = \\ &= 32,21 \times (29,55 - 26,6) = \\ &= 32,21 \times 2,95 = 95,01 \text{ ton} \end{aligned}$$

$$F_p = F_{p,q} + F_{p,\gamma_k} = 37,34 + 95,01 = 132,35 \text{ ton}$$

### C.II.2.2. Globale berekeningswijze met een enkel invloedsoppervlak

C.II.2.2.1. Totale paallengte:  $h = 26,6 \text{ m}$

formule (260):

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi \times 26,6^2}{4} \left[ \frac{\frac{1}{2} \times 2,8 + 0,522 \frac{26,6}{6}}{2,8 + 0,522 \frac{26,6}{2}} \right]^2 = \\ &= 555,7 \times \left[ \frac{1,4 + 0,522 \times 4,433}{2,8 + 0,522 \times 13,3} \right]^2 = \\ &= 555,7 \left( \frac{3,714}{9,743} \right)^2 = \\ &= 555,7 \times (0,381)^2 = 80,7 \text{ m}^2 \quad (312) \end{aligned}$$

$$m'_1 = \frac{K_\phi \bar{\chi}}{A} = \frac{0,480}{80,7} = 0,00595 \text{ m}^{-1}$$

$$m'_1 h = 0,00595 \times 26,6 = 0,1583$$

$$\log e^{m'_1 h} = 0,1583 \times 0,4343 = 0,0687 = \log 1,171$$

formule (259):

$$\begin{aligned} F_p &= 80,7 \left[ 2,8 (1,171 - 1) + \right. \\ &\quad \left. + 0,522 \left( \frac{1,171 - 1}{0,00595} - 26,6 \right) \right] = \\ &= 80,7 [0,479 + 0,522 (28,74 - 26,6)] = \\ &= 80,7 (0,479 + 1,117) \end{aligned}$$

$$F_p = 80,7 \times 1,596 = 128,8 \text{ ton.}$$

C.II.2.2.2. Toepassing tussen 4,70 m en 10,30 m:

$$h = 10,30 - 4,70 = 5,60 \text{ m.}$$

Men heeft, zie kolom 11, tabel IX:

$$\sigma_{v,z=0}^{(0)} = 2,8 \text{ t/m}^2 \quad \sigma_{v,z=5,60}^{(0)} = 4,4 \text{ t/m}^2$$

$$\gamma_{k,f} = \frac{4,4 - 2,8}{5,60} = \frac{1,6}{5,60} = 0,286 \text{ t/m}^3$$

formule (260):

$$A = \frac{\pi \times 5,60^2}{4} \left[ \frac{\frac{1}{2} \times 2,8 + 0,286 \frac{5,60}{6}}{2,8 + 0,286 \frac{5,60}{2}} \right]^2$$

$$= 24,6 \left( \frac{1,667}{3,601} \right)^2 = 24,6 (0,463)^2 = 5,27 \text{ m}^2$$

$$m'_1 = \frac{K_\phi \bar{\chi}}{A} = \frac{0,480}{5,27} = 0,091 \text{ m}^{-1}$$

$$m'_1 h = 0,091 \times 5,60 = 0,510$$

$$\log e^{m'_1 h} = 0,51 \times 0,4343 = 0,2213 = \log 1,665$$

formule (259):

$$F_p = 5,27 \left[ 2,8 (1,665 - 1) + \right.$$

$$\left. + 0,288 \left( \frac{1,665 - 1}{0,091} - 5,6 \right) \right]$$

$$F_p = 5,27 [1,862 + 0,286 (7,31 - 5,6)]$$

$$F_p = 5,27 \times 2,351 = 12,39 \text{ ton.}$$

### C.II.3. Samenvatting

Met de verschillende berekeningsmethoden werden voor het behandelde voorbeeld de volgende waarden voor de positieve kleeft over de totale paallengte gevonden.

Zeevaert:

- |                                          |                           |
|------------------------------------------|---------------------------|
| a) rechtlijnige verdeling der spanningen | $F_p = 125,5 \text{ ton}$ |
| b) parabolische spanningsverdeling       | $F_p = 111,6 \text{ ton}$ |
| c) iteratiemethode                       | $F_p = 167,9 \text{ ton}$ |

Aangepaste methode der bijdrage [2]:

- |                                                             |                           |
|-------------------------------------------------------------|---------------------------|
| a) gesplitste berekening van de invloed van $q$ en $\gamma$ | $F_p = 132,4 \text{ ton}$ |
| b) globale berekeningswijze                                 | $F_p = 128,8 \text{ ton}$ |

Op 6 van de stalen palen werden proefbelastingen verricht, waarvan de resultaten door Zeevaert worden medegedeeld en ontleed. Volgens deze ontleiding varieert de opgemeten positieve kleeft tussen 70,3 en 182 ton, om een centrale waarde van 105 à 110 ton. Nochtans is naar mijn oordeel de bijdrage van de puntweerstand door Zeevaert onderschat, zodat de door hem opgegeven waarden voor de positieve kleeft m.i. te hoog zijn, zodat de centrale waarde, indien deze zienswijze juist is, eerder bij 95 à 100 ton zou zijn gelegen. Hieruit zou dan volgen dat alle berekende waarden te hoog zijn. Doch dit komt omdat, aansluitend met Zeevaert, in de slappe lagen  $\phi = 26^\circ$  werd aangenomen, hetgeen wel een ongewoon hoge waarde lijkt.

Verder blijkt uit de onderlinge vergelijking der berekende waarden, dat alle methodes vergelijkbare waarden opleveren, behalve de iteratiemethode welke een veel te hoge, dus onveilige waarde oplevert. Er dient te worden opgemerkt dat de afwijking het gevolg is van de correctie die men in de formules welke door Zeevaert uitgaande van de verdelingswet van Westergaard werden opgesteld, heeft moeten invoeren.

Behoudt men de fout die in de afleidingen van Zeevaert is geslopen, en beschouwt men derhalve de bepaling van de invloedsooppervlakken in zijn iteratiemethode als een empirische methode, zo verkrijgt men resultaten die veel beter met de andere aansluiten.

## D. CRITISCHE BESCHOUWINGEN IN VERBAND MET DE BESCHREVEN METHODEN

### D.I. Begrenzing van de diepte waarop de negatieve kleeft kan optreden

In de bijdrage [2] werd de aandacht gevestigd op het feit dat de negatieve kleeft zich slechts tot een beperkte diepte kan voordoen.

Indien wordt gesteld:

- $p_{0,z}$  = de oorspronkelijke korrelspanning op de diepte  $z$ , dit is de korrelspanning welke bestond voor het inheien van de palen,
- $\sigma_{v,z,r_0}$  = de uiteindelijke verticale korrelspanning naast de paal op de diepte  $z$ , in aanwezigheid van de palen.

Op de diepte waar de berekening geeft  $\sigma_{v,z,r_0} < p_{0,z}$  kan geen negatieve kleeft optreden, aangezien op deze diepte de grond geen samendrukking, doch wel een zwelling zou ondergaan.

In de bijdrage [2] heeft men, wegens het ontbreken

ingen  
t [1]  
ont-  
ussen  
105 à  
drage  
chat,  
posi-  
arde,  
0 ton  
bere-  
ndat,  
= 26°  
hoge

r be-  
kbare  
velke  
t. Er  
evol  
door  
ester-

Zee-  
e be-  
ratie-  
men  
t.

VER-  
DEN

kleef

p het  
erkte

p de  
velke  
en,  
ning  
ezig-

P<sub>0,z</sub>,  
deze  
een

eken

van de juiste waarde van de plaatselijke spanning  $\sigma_{v,z,r_0}$ , de gemiddelde spanning over het invloedsoppervlak  $p_{v,z} > \sigma_{v,z,r_0}$  ingevoerd, en gesteld dat de negatieve kleef ophoudt, op de diepte waar  $p_{v,z} \leq p_{0,z}$ .

Dit geschiedt eerst op een grotere diepte, dan deze voor dewelke  $\sigma_{v,z,r_0} < p_{0,z}$ .

Men krijgt derhalve een te grote lengte voor het gebied van de negatieve kleef, en derhalve een veilige waarde.

Daar in de methode van Zeevaert [1] thans de plaatselijke spanning  $\sigma_{v,z,r_0}$  aan de wand wordt ingevoerd, zou men kunnen geneigd zijn, de negatieve kleef te beperken tot de diepte waar  $(\sigma_{v,z,r_0})_{Z_{\text{zeevaert}}} < p_{0,z}$ .

Men mag echter niet uit het oog verliezen dat Zeevaert de waarde  $\sigma_{v,z,r_0}$  verkrijgt, door invoering van een ekwivalent invloedsoppervlak  $\bar{A}_{z_1}$ , en dat ter verkrijging van de waarde van dit oppervlak een hele reeks meer of min benaderde aannamen dienen te worden ingevoerd.

Aangezien  $F_{n,z} = [\sigma_{v,z}^{(0)} - \sigma_{v,z,r_0}] \bar{A}_{z_1}$ , geeft een betrekkelijk grote fout op  $\bar{A}_{z_1}$ , slechts een geringe fout op  $F_{n,z}$ , aangezien automatisch de fout op  $\bar{A}_{z_1}$ , door een fout met tegengesteld teken op  $\sigma_{v,z}^{(0)} - \sigma_{v,z,r_0}$  wordt gecompenseerd.

Doch anderdeels blijft dat een onbepaaldheid op  $\bar{A}_{z_1}$ , een onbepaaldheid van dezelfde orde van grootte van  $\sigma_{v,z,r_0}$  medebrengt.

Om deze reden lijkt het ons gewaagd voor de begrenzing van de diepte waarop negatieve kleef optreedt, op de waarde  $\sigma_{v,z,r_0}$  van Zeevaert te steunen.

Veiligheidshalve blijft het dus aan te raden bij deze begrenzing, de gemiddelde fictieve spanning  $p_{v,z}$  in te voeren.

#### Getallenvoorbeelden

1. De vraag kan worden gesteld of voor het geval der figuur 31 op 33 m diepte nog negatieve kleef kan optreden.

Om op deze vraag antwoord te kunnen geven, dient men te weten aan welk verschijnsel de negatieve kleef is toe te schrijven.

Inderdaad kan de negatieve kleef in het geval der figuur 31 a priori aan één of aan beide der volgende verschijnselen toe te schrijven zijn:

a) a priori zou het mogelijk zijn dat de piëzometrische stijghoogten welke voor de verschillende lagen op de figuur 31 zijn aangegeven reeds zo lange tijd bestaan, dat op het tijdstip van de heiwerken, de grondlagen zich volledig aan deze toestand hebben aangepast. De negatieve kleef zou dan het gevolg zijn van de aanleg van een ophoging van 8 m dikte, waarvan 3 m onder water, welke ten tijde van de paalwerken recent is aangebracht, zodat de grondlagen zich nog niet aan deze nieuwe belasting hebben aangepast.

Alsdan heeft men op 33 m diepte:

oorspronkelijke korrelspanning

$$p_{0,z=33\text{ m}} = 5,00 \times 1,16 + 2,00 \times 1,55 + 6,00 \times 1,4 + 4,00 \times 1,2 + 2,00 \times 1,25 + 3,00 \times 1,7 + 3,00 \times 1,8 - 10,00 \times 1 = 25,1 \text{ t/m}^2.$$

Welnu als een inwendige paal wordt beschouwd, zo krijgt men met de methode van Zeevaert:

$$\sigma_{v,z_1=33\text{ m},r_0} = 21,66 \text{ t/m}^2.$$

Indien de berekende waarde van Zeevaert wordt behouden heeft men:

$$\sigma_{v,z_1=33\text{ m},r_0} = 21,66 \text{ t/m}^2 < p_{0,z} = 25,1 \text{ t/m}^2,$$

zodat op een diepte van 33 m een zwelling zou optreden, en de negatieve kleef er dus onmogelijk is.

Rekent men met de uitkomsten der iteratiemethode (tabel VIII), zo verkrijgt men:

$$p_{v,z} = \sigma_{v,z} - \frac{F_n}{A_{\gamma_k}} = 39,5 - \frac{174,92}{9,00} = 20,1 \text{ t/m}^2$$

Ook met deze methode vindt men:

$$p_{v,z=33\text{ m}} = 20,1 < p_{0,z} = 25,1 \text{ t/m}^2.$$

Als dus de negatieve kleef uitsluitend voortkomt van de ophoging, kan hij zich voor een binnenpaal niet tot een diepte van 33 m uitstrekken.

Op 33 m diepte kan geen negatieve kleef meer optreden.

b) Een tweede mogelijkheid is dat de aanvulling reeds vele jaren bestaat, zodat de grondlagen zich aan het gewicht van deze ophoging ten tijde van de paalwerken, reeds hebben aangepast, doch dat een recente bemaling in de zandlaag waarin de paalpunten steun nemen, in gang werd gezet.

Men heeft alsdan op 33 m diepte:

$$p_{0,z} = \sigma_{g,0} - \sigma_{w,0}$$

$$p_{0,z} = 49,5 - \sigma_{w,0}$$

Ten gevolge van de grondwaterverlaging wordt  $\sigma_{w,0}$  vervangen door  $\sigma_{w,1} = 10 \text{ t/m}^2$ .

Hieruit:

$$\sigma_{v,z=33}^{(0)} = 49,5 - 10 = 39,5 \text{ t/m}^2$$

en aangezien:

$$\sigma_{w,0} > \sigma_{w,1}$$

$$p_{0,z} = \sigma_{g,0} - \sigma_{w,0} < \sigma_{g,0} - \sigma_{w,1}$$

$$p_{0,z} < 39,5 \text{ t/m}^2.$$

Indien de plaatselijke spanning van Zeevaart als criterium wordt genomen, zal negatieve kleeft op 33 m diepte mogelijk zijn indien:

$$p_{0,z} < \sigma_{v,z,r_0} < \sigma_{v,z}^{(0)} \quad (313)$$

Immers indien  $\sigma_{v,z,r_0} < p_{0,z}$  zou men op 33 m diepte een zwelling hebben, en dus geen negatieve kleeft.

Men dient dus te hebben:

$$49,5 - \sigma_{w,0} < \sigma_{v,z,r_0} < 39,5 \text{ t/m}^2 \quad (314)$$

Aangezien (cfr. Tabel II):

$$\sigma_{v,z,r_0} = 21,66 \text{ t/m}^2 < 39,5 \text{ t/m}^2 \quad (315)$$

is aan het 2<sup>o</sup> gedeelte der ongelijkheid (314) voldaan.

Om te voldoen aan het 1<sup>o</sup> gedeelte, dient men te hebben:

$$49,5 - \sigma_{w,0} < \sigma_{v,z,r_0}$$

$$\sigma_{w,0} > 49,5 - \sigma_{v,z,r_0}$$

$$\sigma_{w,0} > 49,5 - 21,66 = 27,84 \text{ t/m}^2.$$

Opdat men negatieve kleeft zou hebben op 33 m diepte is nodig dat de nog jonge bemaling  $\Delta h_w$  minstens zou bedragen:

$$\Delta h_w = \frac{1}{\delta_w} (\sigma_{w,0} - \sigma_{w,1}) = 27,84 - 10 = 17,84 \text{ m}$$

Worden de resultaten der aangepaste methode van de bijdrage [2] aangewend (zie tabel VIII) zo dient men te stellen:

$$p_{0,z} < p_{v,z} < \sigma_{v,z}^{(0)}$$

Voor een binnenpaal heeft men krachtens tabel VIII:

$$p_{v,z} = \sigma_{v,z}^{(0)} - \frac{F_n}{A_{\gamma_k}} = 39,5 - \frac{174,92}{9,00} = 20,1 \text{ t/m}^2$$

Terug:

$$p_{v,z} = 20,1 < 39,5 \text{ t/m}^2$$

en:

$$49,5 - \sigma_{w,0} < 20,1 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_{w,0} \geq 49,5 - 20,1 = 29,4 \text{ t/m}^2.$$

Hieruit volgt dat wanneer de recente bemaling kleiner is dan  $29,4 - 10 = 19,4 \text{ m}$  geen negatieve kleeft op 33 m diepte kan optreden.

De berekeningen welke gesteund zijn op het bestaan van negatieve kleeft op die diepte, geven alsdan een te hoge waarde voor de negatieve kleeft.

## D.II. Critische beoordeling van de formules ter bepaling van het invloedsoppervlak

### D.II.1. Invloedsoppervlak enkel afhankelijk van de paaldiameter (formule 50).

In zijn globale methode neemt Zeevaart voor het ekwivalent invloedsoppervlak  $\bar{A}$  de waarde:

$$\bar{A} = \pi (n r_0)^2 \quad (50)$$

Deze waarde is enkel afhankelijk van de paaldiameter en onafhankelijk van de lengte van de paal.

A priori kan worden ingezien dat het ekwivalente invloedsoppervlak van de dikte  $h$  van de slappe laag afhankelijk moet zijn, zodat een formule waarin  $h$  ontbreekt slechts een benadering kan zijn van de werkelijkheid.

Het zou derhalve gewaagd zijn deze formule te extrapoleren buiten de normale paallengten en paaldiameters waarop de ervaring van Zeevaart is gesteund.

Dat de aanname (50) theoretisch niet juist kan zijn, en dus hoogstens in een begrensd gebied als ervaringsformule kan gelden, kan op verschillende wijzen worden aangetoond.

#### D.II.1.1. Beredenering gesteund op de grens-diepte $Z$ voor het geval van negatieve kleeft

In de bijdrage [2] is aangetoond dat er een grens-diepte  $Z$  bestaat vanaf welke de negatieve kleeft op-houdt, omdat vanaf de diepte de oorspronkelijke korrelspanning niet meer toeneemt.

Laten we thans teruggrijpen naar de formule (53).

Deze kan worden geschreven:

$$F_{n,h} = \frac{K_{\Phi} \int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz}{\frac{1}{\chi} + \frac{K_{\Phi}}{3} \frac{h}{A}} \quad (316)$$

Men heeft:

$$F_{n,h} = (\sigma_{v,h}^{(o)} - \sigma_{v,h,r_o}) \bar{A} \quad (317)$$

en dus:

$$(\sigma_{v,h}^{(o)} - \sigma_{v,h,r_o}) \bar{A} = \frac{K_{\Phi} \int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz}{\frac{1}{\chi} + \frac{K_{\Phi}}{3} \frac{h}{A}} \quad (318)$$

$$\sigma_{v,h,r_o} = \sigma_{v,h}^{(o)} - \frac{K_{\Phi} \int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz}{\frac{\pi \left(\frac{n}{2} D\right)^2}{\pi \bar{D}} + \frac{K_{\Phi}}{3} h} \quad (319)$$

$$\bar{D} = 1,05 D \quad n = 12:$$

$$\sigma_{v,h,r_o} = \sigma_{v,h}^{(o)} - \frac{K_{\Phi} \int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz}{\frac{36}{1,05} D + \frac{K_{\Phi}}{3} h} \quad (320)$$

$$\sigma_{v,h,r_o} = c_1 - \frac{c_2}{c_3 D + c_4} \quad (321)$$

wanneer  $D$  daalt, daalt  $c_3 D + c_4$ , stijgt  $c_2 : (c_3 D + c_4)$ , daalt  $c_1 - [c_2 : (c_3 D + c_4)]$  en derhalve daalt  $\sigma_{v,h,r_o}$ .

Dus hoe kleiner de diameter van de paal, hoe kleiner de uiteindelijke spanning  $\sigma_{v,h,r_o}$  op de diepte  $h$ , en op een des te geringere diepte zal deze spanning gelijk of kleiner worden dan de oorspronkelijke terreinspanning  $p_{o,z}$ . Welnu op de diepte waar  $\sigma_{v,h,r_o} = p_{o,z}$  houdt de negatieve kleeft op.

De conclusie is, dat als men uitgaat van de formule (50) men vindt,

als:

$$D_1 < D_2,$$

dat de overeenstemmende critieke diepten  $Z$  beantwoorden aan de ongelijkheid:

$$Z_1 < Z_2.$$

In werkelijkheid moet de grensdiepte voor een dunne paal echter groter zijn dan voor een dikke; inderdaad voor een dunne paal is de negatieve kleeft

relatief kleiner, zodat men alsdan dieper moet gaan om onder de oorspronkelijke korrelspanning te vallen.

Dit is ook wat uit de figuur 12 der publicatie [2] kan worden afgeleid.

Stel b.v. eerst  $D_1 = 1,00$  m en zij b.v.:

$$\frac{p_o D_1}{\gamma_k A} = 0,01$$

Men vindt dan uit de figuur 12 [2]:

$$\frac{Z_1 D_1}{A} = 0,155$$

Stel vervolgens  $D_2 = 2,00$  m, en laten we stellen dat het invloedsoppervlak  $A$  onafhankelijk is van  $D$ .

Alsdan verkrijgt men:

$$\frac{p_o D_2}{\gamma_k A} = 0,02$$

en uit de figuur 12 [2]:

$$\frac{Z_2 D_2}{A} = 0,215$$

Men heeft dus:

$$\frac{Z_2 D_2}{Z_1 D_1} = \frac{0,215}{0,155} = 1,39$$

$$\frac{Z_2}{Z_1} = 1,39 \frac{D_1}{D_2} = \frac{1,39}{2} = 0,695$$

$$Z_2 = 0,695 Z_1$$

Met de dunnere paal  $D_1$  komt een grotere grensdiepte  $Z_1$  dan met de paal  $D_2 = 2 D_1$  overeen. Dit is hetgeen logisch kan worden verwacht.

De formule (50) indien in haar uiterste consequenties toegepast, leidt dus tot resultaten tegenstrijdig met de werkelijkheid.

D.II.1.2. Beredenering door beschouwing van de formules (167) en (168) van de positieve kleeft

Wanneer eenvoudigheidshalve  $c_{r,m} = 0$  wordt beschouwd, wordt de formule (167):

$$\Delta \sigma_{v,h,r_o} = \frac{m'}{1 - m'} [\sigma_{v,z=0}^{(o)} + \sigma_{v,z=h}^{(o)}] \quad (167)$$

met:

$$m' = \frac{\bar{\chi}}{\bar{A}} K_{\Phi} \frac{h}{2} \quad (165)$$

en:

$$F_{p,h} = \bar{A} \Delta \sigma_{v,h,r_0} \quad (168)$$

Zou men stellen:

$$\bar{A} = \pi (n r_0)^2 \quad (50)$$

zo wordt (167):

$$\Delta \sigma_{v,h,r_0} = \frac{\frac{\bar{\chi}}{\pi (n r_0)^2} K_{\Phi} \frac{h}{2}}{1 - \frac{\bar{\chi}}{\pi (n r_0)^2} K_{\Phi} \frac{h}{2}} [\sigma_{v,z=0}^{(o)} + \sigma_{v,z=h}^{(o)}] \quad (322)$$

Men zou vinden  $\Delta \sigma_{v,h,r_0} = \infty$ , op de diepte waar:

$$1 - \frac{\bar{\chi}}{\pi (n r_0)^2} K_{\Phi} \frac{h}{2} = 0 \quad (323)$$

of:

$$h_{crit} = \frac{2 \pi (n r_0)^2}{\bar{\chi} K_{\Phi}} \quad (324)$$

en voor  $h > h_{crit}$  zou  $\Delta \sigma_{v,h,r_0}$  en dus ook  $F_{p,h}$  negatief zijn.

Ex absurdo is aldus bewezen dat dit ekwivalent belastingsoppervlak moet variëren met de beschouwde diepte  $h$ .

De vergelijking (324) kan nog worden geschreven:

$$h_{crit} = \frac{2 \pi (12 r_0)^2}{1,1 \times 2 \pi r_0 K_{\Phi}} \quad (325)$$

$$h_{crit} = \frac{144}{1,1 K_{\Phi}} r_0 = 65,5 D$$

voor een paai  $D = 40$  cm heeft men:

$$h_{crit} = 65,5 \times 0,40 = 26,2 \text{ m,}$$

voor de diepsondeerbuizen  $D = 3,6$  cm:

$$h_{crit} = 65,5 \times 0,036 = 2,36 \text{ m.}$$

Waar men voor normale paaldiameters reeds betrekkelijk diep moet gaan, om de uiterste gevolgen van een invloedsoppervlak onafhankelijk van de diepte waar te nemen, wordt men voor het geval van zeer dunne palen reeds op geringe diepte met deze gevolgen geconfronteerd.

## D.II.2. Formules afgeleid van een spanningsverdelingswet

### D.II.2.1. Wet van Westergaard

Zeevaert heeft uitgaande van de spanningsverdelingswet van Westergaard een methode aangegeven om de ekwivalente invloedsoppervlakken te bepalen. In deze methode zijn deze invloedsoppervlakken wel degelijk functie van de beschouwde laagdikte.

In de afleidingen zijn echter bepaalde vermenigvuldingscoëfficiënten weggevallen, zodat de invloedscoëfficiënten welke Zeevaert aangeeft, in feite niet meer met de verdelingswet van Westergaard verband houden. Men kan dus hoogstens nog de diagrammen van Zeevaert als empirische waarden aanzien. Als dusdanig kunnen ze derhalve worden aangewend.

Wanneer echter de juiste waarden worden ingevoerd die met de wet van Westergaard overeenstemmen, krijgt men voor het geval van negatieve kleeft waarden welke niet te zeer van die, verkregen met de door Zeevaert gepubliceerde invloedsordinaten afwijken, doch voor het geval van positieve kleeft al te hoge, en dus onveilige resultaten.

Derhalve dient te worden geconcludeerd dat de wet van Westergaard ons niet vermag het juiste antwoord te geven.

De vraag kan dan ook worden gesteld of men met een andere verdelingswet geen meer aanvaardbare uitkomsten kan verkrijgen.

### D.II.2.2. Wet van Buisman $n = 1$ (fig. 12, kurve $n = 1$ )

Laten we bijvoorbeeld uitgaan van de wet van Buisman [4] [5]:

$$\sigma_{v,z} = 2 \frac{P}{\pi z^2} \cos^6 \vartheta \quad (326)$$

Voor het geval van negatieve kleeft (fig. 37):

$$d(\Delta \sigma_{v,z,r}) = - 2 \frac{\chi s_{0,zj}}{\pi u_j^2} dz_j \cos^6 \vartheta_j$$

$$dz_j = du_j$$

$$d(\Delta \sigma_{v,z,r}) = - 2 \frac{2 \pi r_0 s_{0,zj} du_j}{\pi u_j^2} \cos^6 \vartheta_j$$

$$d(\Delta \sigma_{v,z,r}) = - \frac{4 r_0 s_{0,zj} du_j}{u_j^2} \cos^6 \vartheta_j$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = - 4 r_0 \int_0^z \frac{s_{0,zj}}{u_j^2} \cos^6 \vartheta_j du_j$$

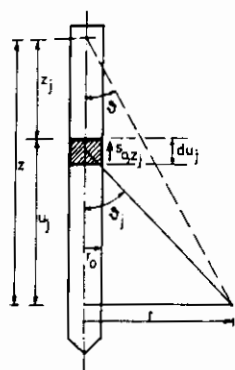


Fig. 37.

Stel:

$$s_{\sigma, z_j} = k z_j$$

(90)

$$\Delta \sigma_{v, z, r} = -4 r_0 k \int_0^z \frac{z_j}{u_j^2} \cos^6 \vartheta_j du_j$$

$$\Delta \sigma_{v, z, r} = -4 r_0 k \int_0^z \frac{(z - u_j)}{u_j^2} \cos^6 \vartheta_j du_j$$

$$\Delta \sigma_{v, z, r} = -4 r_0 k z \int_0^z \frac{\cos^6 \vartheta_j du_j}{u_j^2} + 4 r_0 k \int_0^z \frac{\cos^6 \vartheta_j}{u_j} du_j$$

$$r = u_j \operatorname{tg} \vartheta_j \quad u_j = \frac{r}{\operatorname{tg} \vartheta_j}$$

$$du_j = -r \operatorname{tg}^{-2} \vartheta_j \frac{1}{\cos^2 \vartheta_j} d\vartheta_j = -r (\sin \vartheta_j)^{-2} d\vartheta_j$$

$$\Delta \sigma_{v, z, r} = -4 r_0 k z \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta_j} \frac{\cos^6 \vartheta_j}{r^2} \operatorname{tg}^2 \vartheta_j (-r) \frac{1}{\sin^2 \vartheta_j} d\vartheta_j + 4 r_0 k \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta_j} \frac{\cos^6 \vartheta_j}{r} \operatorname{tg} \vartheta_j (-r) \frac{1}{\sin^2 \vartheta_j} d\vartheta_j$$

$$\Delta \sigma_{v, z, r} = \frac{+4 r_0 k z}{r} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta_j} \cos^4 \vartheta_j d\vartheta_j - 4 r_0 k \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta_j} \frac{\cos^5 \vartheta_j}{\sin \vartheta_j} d\vartheta_j$$

$$\Delta \sigma_{v, z, r} = \frac{4 r_0 k z}{r} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta_j} \cos^4 \vartheta_j d\vartheta_j - 4 r_0 k \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta_j} \frac{\cos^4 \vartheta_j}{\sin \vartheta_j} d\sin \vartheta_j$$

$$\Delta \sigma_{v, z, r} = \frac{4 r_0 k z}{r} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta_j} \cos^4 \vartheta_j d\vartheta_j - 4 r_0 k \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta_j} \frac{(1 - \sin^2 \vartheta_j)^2}{\sin \vartheta_j} d\sin \vartheta_j$$

$$\Delta \sigma_{v, z, r} = \frac{4 r_0 k z}{r} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta_j} \cos^4 \vartheta_j d\vartheta_j - 4 r_0 k \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta_j} \frac{(1 - 2 \sin^2 \vartheta_j + \sin^4 \vartheta_j) d\sin \vartheta_j}{\sin \vartheta_j}$$

$$\Delta \sigma_{v, z, r} = \frac{4 r_0 k z}{r} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta_j} \cos^4 \vartheta_j d\vartheta_j - 4 r_0 k \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta_j} \frac{d\sin \vartheta_j}{\sin \vartheta_j} + 8 r_0 k \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta_j} \sin \vartheta_j d\sin \vartheta_j - 4 r_0 k \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta_j} \sin^3 \vartheta_j d\sin \vartheta_j$$

Hütte:

$$\int \cos^4 x dx = \frac{\sin x \cos^3 x}{4} + \frac{4-1}{4} \int \cos^2 x dx$$

$$\int \cos^2 x dx = \frac{\sin x \cos x}{2} + \frac{2-1}{2} \int dx$$

$$\int \cos^4 x dx = \frac{\sin x \cos^3 x}{4} + \frac{3}{4} \frac{\sin x \cos x}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} x + Cte$$

$$\int \cos^4 x dx = \frac{\sin x \cos^3 x}{4} +$$

$$+ \frac{3}{8} \sin x \cos x + \frac{3}{8} x + Cte$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta_j} \cos^4 \vartheta_j d\vartheta_j = \frac{\sin \vartheta_j \cos^3 \vartheta_j}{4} +$$

$$+ \frac{3}{8} \sin \vartheta_j \cos \vartheta_j + \frac{3}{8} \left( \vartheta_j - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta_j} \frac{d\sin \vartheta_j}{\sin \vartheta_j} = \ln \sin \vartheta_j$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta_j} \sin \vartheta_j d\sin \vartheta_j = \frac{\sin^2 \vartheta_j}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta_j} \sin^3 \vartheta_j d\sin \vartheta_j = \frac{\sin^4 \vartheta_j}{4} - \frac{1}{4}$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = 4 r_o \frac{kz}{r} \left[ \frac{\sin \vartheta \cos^3 \vartheta}{4} + \frac{3}{8} \sin \vartheta \cos \vartheta + \frac{3}{8} \vartheta - \frac{3}{16} \pi \right] - 4 r_o k \ln \sin \vartheta + 8 r_o k \left( \frac{\sin^2 \vartheta}{2} - \frac{1}{2} \right) +$$

$$- 4 r_o k \left( \frac{\sin^4 \vartheta}{4} - \frac{1}{4} \right)$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = r_o k \left[ \frac{z}{r} \left( \sin \vartheta \cos^3 \vartheta + \frac{3}{2} \sin \vartheta \cos \vartheta + \frac{3}{2} \vartheta - \frac{3}{4} \pi \right) - 4 \ln \sin \vartheta + 4 \sin^2 \vartheta - 4 - \sin^4 \vartheta + 1 \right]$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = r_o k \left[ \frac{z}{r} \left( \sin \vartheta \cos^3 \vartheta + \frac{3}{2} \sin \vartheta \cos \vartheta + \frac{3}{2} \vartheta - \frac{3}{4} \pi \right) - 4 \ln \sin \vartheta + 4 \sin^2 \vartheta - 3 - \sin^4 \vartheta \right]$$

$$r = z \operatorname{tg} \vartheta \quad \frac{z}{r} = \frac{1}{\operatorname{tg} \vartheta}$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = r_o k \left[ \frac{1}{\operatorname{tg} \vartheta} \left( \sin \vartheta \cos^3 \vartheta + \frac{3}{2} \sin \vartheta \cos \vartheta + \frac{3}{2} \vartheta - \frac{3}{4} \pi \right) - 4 \ln \sin \vartheta + 4 \sin^2 \vartheta - 3 - \sin^4 \vartheta \right]$$

$$I'_{z,r,k} = \frac{1}{\operatorname{tg} \vartheta} \left( \sin \vartheta \cos^3 \vartheta + \frac{3}{2} \sin \vartheta \cos \vartheta + \frac{3}{2} \vartheta - \frac{3}{4} \pi \right) - 4 \ln \sin \vartheta + 4 \sin^2 \vartheta - 3 - \sin^4 \vartheta \quad (327)$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = r_o k I'_{z,r,k}$$

$$F_{n,z} = 2 \pi r_o \int_0^z s_{o,z} dz = \pi r_o k z^2 \quad (109)$$

$$F_{n,z} = \Delta \sigma_{v,z,r_o} \bar{A}_z$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r_o} = \frac{F_{n,z}}{\bar{A}_z} = \frac{\pi r_o k z^2}{\bar{A}_z} = r_o k I'_{z,r_o,k}$$

$$\bar{A}_z = \frac{\pi z^2}{I'_{z,r_o,k}}$$

Berekening van  $I'_{z,r,k}$

Stel:

$$\frac{z}{r} = 10 \quad \frac{r}{z} = 0,10$$

$$\operatorname{tg} \vartheta = 0,10 \quad \vartheta = 5^{\circ}43'$$

$$\vartheta = \frac{2\pi}{360} \cdot 5^{\circ}43' = 0,0997$$

$$\sin \vartheta = 0,0987$$

$$\cos \vartheta = 0,9951$$

$$I'_{z,r,k} = \frac{1}{0,10} \left( 0,0987 \times \overline{0,9951^3} + \frac{3}{2} 0,0987 \times \right.$$

$$\left. \times 0,9951 + \frac{3}{2} \times 0,0997 - \frac{3}{4} \times 3,142 \right) +$$

$$- 4 \times 2,303 \log 0,0987 + 4 \times \overline{0,0987^2} - 3 +$$

$$- \overline{0,0987^4} = \frac{1}{0,1} (0,0973 + 0,1473 + 0,1496 +$$

$$- 2,3562) + 9,2644 + 0,0390 - 3 - 0,0001 =$$

$$= -19,620 + 6,3033 = 13,3167$$

Stel:

$$\frac{z}{r} = 100 \quad \frac{r}{z} = 0,01$$

$$\operatorname{tg} \vartheta = 0,01 \quad \vartheta = 0,01$$

$$\sin \vartheta = 0,01 \quad \cos \vartheta = 1$$

$$I'_{z,r,k} = \frac{1}{0,01} \left( 0,01 \times \overline{1,00^3} + \frac{3}{2} 0,01 \times \right.$$

$$\left. \times 1,00 + \frac{3}{2} \times 0,01 - \frac{3}{4} \pi \right) +$$

$$- 4 \ln 0,01 + 4 \times \overline{0,01^2} - 3 - \overline{0,01^4}$$

$$= -231,619 + 15,421 = -216,198.$$

De waarden van  $I'_{z,r,k}$  zijn op de fig. 12 in functi  
van  $\frac{z}{r}$  aangegeven.

De formule van Buisman zou nog kleinere waarden  
voor de ekwivalente invloedsoppervlakken geven dan  
de formule van Westergaard.

D.II.2.3. Wet van Buisman  $n = 2$

Men dient dus de andere kant uit te gaan. Stellen we:

$$n = \frac{E_{s,h}}{E_{s,v}} = 2.$$

De formule van Buisman is:

$$\sigma_z = \frac{6}{n+2} \frac{P}{\pi z^2} \cos^6 \vartheta (\cos^2 \vartheta + n \sin^2 \vartheta) \quad (328)$$

en voor  $n = 2$ :

$$\sigma_z = \frac{6}{4} \frac{P}{\pi z^2} \cos^6 \vartheta (\cos^2 \vartheta + 2 \sin^2 \vartheta) \quad (329)$$

$$d(\Delta \sigma_{v,z,r}) = -\frac{3}{2} \frac{\chi_{s_{0,zj}} du_j}{\pi u_j^2} \cos^6 \vartheta_j (\cos^2 \vartheta_j + 2 \sin^2 \vartheta_j)$$

$$d(\Delta \sigma_{v,z,r}) = -\frac{3}{2} \frac{2\pi r_0 s_{0,zj} du_j}{\pi u_j^2} \cos^6 \vartheta_j (\cos^2 \vartheta_j + 2 \sin^2 \vartheta_j)$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = -3r_0 \int_0^z \frac{s_{0,zj}}{u_j^2} \cos^6 \vartheta_j (\cos^2 \vartheta_j + 2 \sin^2 \vartheta_j) du_j$$

$$s_{0,zj} = k z_j$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = -3r_0 k \int_0^z \frac{z_j}{u_j^2} \cos^6 \vartheta_j (\cos^2 \vartheta_j + 2 \sin^2 \vartheta_j) du_j$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = -3r_0 k \int_0^z \frac{z - u_j}{u_j^2} \cos^6 \vartheta_j (\cos^2 \vartheta_j + 2 \sin^2 \vartheta_j) du_j$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = -3r_0 k z \int_0^z \frac{\cos^6 \vartheta_j (\cos^2 \vartheta_j + 2 \sin^2 \vartheta_j)}{u_j^2} du_j + 3r_0 k \int_0^z \frac{\cos^6 \vartheta_j (\cos^2 \vartheta_j + 2 \sin^2 \vartheta_j)}{u_j} du_j$$

$$u_j = \frac{r}{\operatorname{tg} \vartheta_j} \quad du_j = -r \frac{d\vartheta_j}{\sin^2 \vartheta_j}$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = -3r_0 k z \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\cos^6 \vartheta_j (\cos^2 \vartheta_j + 2 \sin^2 \vartheta_j)}{r^2} \operatorname{tg}^2 \vartheta_j (-r) \frac{d\vartheta_j}{\sin^2 \vartheta_j} +$$

$$+ 3r_0 k \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\cos^6 \vartheta_j (\cos^2 \vartheta_j + 2 \sin^2 \vartheta_j)}{r} \operatorname{tg} \vartheta_j (-r) \frac{d\vartheta_j}{\sin^2 \vartheta_j}$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = +3r_0 k \frac{z}{r} \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \cos^4 \vartheta_j (\cos^2 \vartheta_j + 2 \sin^2 \vartheta_j) d\vartheta_j - 3r_0 k \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\cos^5 \vartheta_j}{\sin \vartheta_j} (\cos^2 \vartheta_j + 2 \sin^2 \vartheta_j) d\vartheta_j$$

$$\Delta \sigma_{v,z,r} = 3r_0 k \frac{z}{r} \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \cos^6 \vartheta_j d\vartheta_j + 6r_0 k \frac{z}{r} \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \cos^4 \vartheta_j \sin^2 \vartheta_j d\vartheta_j +$$

$$- 3r_0 k \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\cos^7 \vartheta_j}{\sin \vartheta_j} d\vartheta_j - 6r_0 k \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \cos^5 \vartheta_j \sin \vartheta_j d\vartheta_j$$

$$\int \cos^n x dx = \frac{\sin x \cos^{n-1} x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} x dx$$

$$\int \cos^6 x dx = \frac{\sin x \cos^5 x}{6} + \frac{5}{6} \int \cos^4 x dx$$

$$\int \cos^4 x dx = \frac{\sin x \cos^3 x}{4} + \frac{3}{4} \int \cos^2 x dx$$

$$\int \cos^2 x dx = \frac{\sin x \cos x}{2} + \frac{1}{2} \int \cos^0 x dx$$

$$\int \cos^6 x dx = \frac{\sin x \cos^5 x}{6} + \frac{5}{6} \frac{\sin x \cos^3 x}{4} + \frac{5}{6} \frac{3}{4} \int \cos^2 x dx = \frac{\sin x \cos^5 x}{6} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{5}{6} \frac{\sin x \cos^3 x}{4} + \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \sin x \cos x + \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} x + \text{Cte} \\
\int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta} \cos^6 \vartheta_j d\vartheta_j &= \frac{\sin \vartheta \cos^5 \vartheta}{6} + \frac{5}{6} \frac{\sin \vartheta \cos^3 \vartheta}{4} + \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \sin \vartheta \cos \vartheta + \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \vartheta - \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \frac{\pi}{2} = \\
&= \frac{\sin \vartheta \cos^5 \vartheta}{6} + \frac{5}{24} \sin \vartheta \cos^3 \vartheta + \frac{5}{16} \sin \vartheta \cos \vartheta + \frac{5}{16} \vartheta - \frac{5}{32} \pi \\
\int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta} \cos^4 \vartheta_j \sin^2 \vartheta_j d\vartheta_j &= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta} \cos^4 \vartheta_j (1 - \cos^2 \vartheta_j) d\vartheta_j = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta} \cos^4 \vartheta_j d\vartheta_j - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta} \cos^6 \vartheta_j d\vartheta_j \\
\Delta \sigma_{v,z,r} &= 3 r_0 k \frac{z}{r} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta} \cos^6 \vartheta_j d\vartheta_j + 6 r_0 k \frac{z}{r} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta} \cos^4 \vartheta_j d\vartheta_j - 6 r_0 k \frac{z}{r} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta} \cos^6 \vartheta_j d\vartheta_j + \\
&- 3 r_0 k \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta} \frac{\cos^7 \vartheta_j}{\sin \vartheta_j} d\vartheta_j - 6 r_0 k \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta} \cos^5 \vartheta_j \sin \vartheta_j d\vartheta_j \\
\frac{\Delta \sigma_{v,z,r}}{k r_0} &= 6 \frac{z}{r} \left[ \frac{\sin \vartheta \cos^3 \vartheta}{4} + \frac{3}{8} \sin \vartheta \cos \vartheta + \frac{3}{8} \vartheta - \frac{3}{16} \pi \right] + \\
&- 3 \frac{z}{r} \left[ \frac{\sin \vartheta \cos^5 \vartheta}{6} + \frac{5}{24} \sin \vartheta \cos^3 \vartheta + \frac{5}{16} \sin \vartheta \cos \vartheta + \frac{5}{16} \vartheta - \frac{5}{32} \pi \right] + \\
&- 3 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta} \frac{(1 - \sin^2 \vartheta_j)^3}{\sin \vartheta_j} d \sin \vartheta_j + \cos^6 \vartheta \\
\int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta} \frac{(1 - \sin^2 \vartheta_j)^3}{\sin \vartheta_j} d \sin \vartheta_j &= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta} \frac{1 - 3 \sin^2 \vartheta_j + 3 \sin^4 \vartheta_j - \sin^6 \vartheta_j}{\sin \vartheta_j} d \sin \vartheta_j = \\
&= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta} \frac{d \sin \vartheta_j}{\sin \vartheta_j} - 3 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta} \sin \vartheta_j d \sin \vartheta_j + 3 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta} \sin^3 \vartheta_j d \sin \vartheta_j - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\vartheta} \sin^5 \vartheta_j d \sin \vartheta_j \\
&= \ln \sin \vartheta - \frac{3}{2} \sin^2 \vartheta + \frac{3}{2} + 3 \frac{\sin^4 \vartheta}{4} - \frac{3}{4} - \frac{\sin^6 \vartheta}{6} + \frac{1}{6} = \\
&= \ln \sin \vartheta - \frac{3}{2} \sin^2 \vartheta + \frac{3}{4} \sin^4 \vartheta - \frac{1}{6} \sin^6 \vartheta + \frac{11}{12} \\
\frac{\Delta \sigma_{v,z,r}}{k r_0} &= \frac{z}{r} \left[ \frac{3}{2} \sin \vartheta \cos^3 \vartheta + \frac{9}{4} \sin \vartheta \cos \vartheta + \frac{9}{4} \vartheta - \frac{9}{8} \pi - \frac{1}{2} \sin \vartheta \cos^5 \vartheta - \frac{5}{8} \sin \vartheta \cos^3 \vartheta + \right. \\
&- \frac{15}{16} \sin \vartheta \cos \vartheta - \frac{15}{16} \vartheta + \frac{15}{32} \pi \left. \right] - 3 \ln \sin \vartheta + \frac{9}{2} \sin^2 \vartheta - \frac{9}{4} \sin^4 \vartheta + \frac{1}{2} \sin^6 \vartheta - \frac{11}{4} + \cos^6 \vartheta \\
I_{z,r,k}'' &= \frac{\Delta \sigma_{v,z,r}}{k r_0} = \frac{z}{r} \left[ \sin \vartheta \cos^3 \vartheta \left( \frac{12}{8} - \frac{5}{8} \right) + \frac{21}{16} \sin \vartheta \cos \vartheta - \frac{1}{2} \sin \vartheta \cos^5 \vartheta + \frac{21}{16} \vartheta - \frac{21}{32} \pi \right] + \\
&+ \cos^6 \vartheta - 3 \ln \sin \vartheta + \frac{9}{2} \sin^2 \vartheta - \frac{9}{4} \sin^4 \vartheta + \frac{1}{2} \sin^6 \vartheta - \frac{11}{4} \quad (330)
\end{aligned}$$

Stel:

$$\frac{z}{r} = 10 \quad r = z \operatorname{tg} \vartheta \quad \operatorname{tg} \vartheta = 0,20$$

$$\cos \vartheta = 0,9950$$

$$\sin \vartheta = 0,0995$$

$$\vartheta = 0,0997$$

$$\begin{aligned}
 I''_{z,r,k} &= 10(0,0858 + 0,1299 - 0,0485 + \\
 &\quad + 0,1309 - 2,0617) + 0,9704 + 6,9228 + \\
 &\quad + 0,0446 - 0,0002 + 0 - 2,750 \\
 &= -17,637 + 5,188 = -12,449.
 \end{aligned}$$

De waarden van  $I''_{z,r,k}$  zijn in functie van  $\frac{z}{r}$  op de figuur 12 getekend. Men stelt vast dat de waarden  $I''_{z,r,k}$  overeenstemmend met  $n = 2$ , betrekkelijk weinig van de waarden  $I'_{z,r,k}$  overeenstemmend met  $n = 1$  afwijken. De invloedscoëfficiënten  $I_{z,r,k}$  blijken betrekkelijk weinig van de aangenomen verdelingswet der spanningen afhankelijk te zijn.

### D.III. Omwerking van de globale formule van Zeevaert met invoering van een invloedsoppervlak hetwelk functie is van de laagdikte

#### D.III.1. Opstellen der formules

Om de gedachten te vestigen zal het geval van positieve kleef worden beschouwd.

Steunende o.m. op de formule (170) kan bij aanname van een parabolische verdeling van de uiteindelijke spanningen met de diepte, de positieve kleef worden uitgedrukt door:

$$F_{p,h} = \bar{\chi} K_{\Phi} \left[ \int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz + \frac{1}{3} \Delta \sigma_{v,h,r_0} h \right] \quad (331)$$

Laten we thans het invloedsoppervlak A beschouwen waarop de gemiddelde spanning  $p_{v,h}$  heerst.

Men heeft:

$$F_{p,h} = (p_{v,h} - \sigma_{v,h}^o) A \quad (332)$$

$$F_{p,h} = (\Delta \sigma_{v,h})_m A \quad (333)$$

Met A stemt een straal overeen:

$$R = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

Laten we  $\Delta \sigma_{v,h,r} = y$  stellen, en laten we aannemen dat ook in functie van  $r$  de spanningsaangroeiingen  $\Delta \sigma_{v,h,r}$  parabolisch verdeeld zijn. (fig. 38)

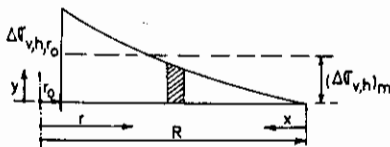


Fig. 38.

Men heeft alsdan:

$$F_{p,h} = y_m (\pi R^2 - \pi r_0^2) = \int_{r_0}^R y 2\pi r dr \quad (334)$$

Stel:

$$y = p x^2 \quad (335)$$

$$y_m (\pi R^2 - \pi r_0^2) = 2\pi p \int_{r_0}^R x^2 r dr \quad (336)$$

Men heeft:

$$R - r = x \quad r = r_0 \quad x = R - r_0$$

$$r = R - x \quad r = R \quad x = 0$$

$$dr = -dx$$

$$y_m (R^2 - r_0^2) = 2p \int_{R-r_0}^0 x^2 (R-x) (-dx)$$

$$y_m (R^2 - r_0^2) = 2p \int_0^{R-r_0} (R x^2 - x^3) dx$$

$$y_m (R^2 - r_0^2) = 2p \left[ R \frac{(R-r_0)^3}{3} - \frac{(R-r_0)^4}{4} \right]$$

$$\begin{aligned}
 y_m (R + r_0) (R - r_0) &= \\
 &= 2p (R - r_0) \left[ \frac{R(R-r_0)^2}{3} - \frac{(R-r_0)^3}{4} \right]
 \end{aligned}$$

$$y_m (R + r_0) = 2p (R - r_0)^2 \left( \frac{R}{3} - \frac{R - r_0}{4} \right)$$

$$y_m (R + r_0) = 2p (R - r_0)^2 \left( \frac{r_0}{4} + \frac{R}{12} \right)$$

$$p = \frac{y_m}{2} \frac{R + r_0}{(R - r_0)^2 \left( \frac{r_0}{4} + \frac{R}{12} \right)}$$

$$p = 2 y_m \frac{R + r_0}{(R - r_0)^2 \left( r_0 + \frac{R}{3} \right)}$$

hetgeen ingevoerd in (335) geeft:

$$y = 2 y_m \frac{R + r_0}{(R - r_0)^2 \left( r_0 + \frac{R}{3} \right)} x^2$$

$$\Delta \sigma_{v,h,r} = 2(\Delta \sigma_{v,h})_m \frac{R + r_0}{(R - r_0)^2 \left( r_0 + \frac{R}{3} \right)} (R - r)^2 \quad (337)$$

voor  $r = r_0$ :

$$\Delta \sigma_{v,h,r_0} = 2(\Delta \sigma_{v,h})_m \frac{R + r_0}{r_0 + \frac{R}{3}} \quad (338)$$

Tussen het ekwivalent invloedsoppervlak  $\bar{A}$  van Zeevaart, en het invloedsoppervlak  $A$  bestaat de betrekking:

$$\Delta\sigma_{v,h,r_0} \bar{A} = (\Delta\sigma_{v,h})_m A$$

dus:

$$A = \frac{\Delta\sigma_{v,h,r_0}}{(\Delta\sigma_{v,h})_m} \cdot \bar{A} \quad (339)$$

Gelet op (338) wordt (339):

$$A = 2 \frac{R + r_0}{r_0 + \frac{R}{3}} \bar{A} \quad (340)$$

en als  $r_0$  verwaarloosd kan worden t.o.v.  $R$  heeft men:

$$A \cong 6 \bar{A} \quad \bar{A} = \frac{1}{6} A \quad (341)$$

De formule (173) kan tenslotte worden vervangen door:

$$F_{p,h} = A (\Delta\sigma_{v,h})_m = \frac{\bar{\chi} K_\Phi \int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz}{1 - \frac{6\bar{\chi}}{A} K_\Phi \frac{h}{3}} \quad (342)$$

$$F_{p,h} = \frac{\bar{\chi} K_\Phi \int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz}{1 - \frac{2\bar{\chi}}{A} K_\Phi h} \quad (343)$$

Hierin is thans  $A$  een invloedsoppervlak dat functie is van  $h$ .

#### D.III.2. Getallenvoorbeelden

##### D.III.2.1. Geval der fig. 36

Laten we het voorbeeld der figuur 36 hernemen.

Men heeft:

$$h = 26,60 \text{ m} \quad \bar{\chi} = 14,4 \text{ m} \quad K_\Phi = 0,33$$

De formule (260) toegepast op het beschouwde geval, geeft (cfr. formule 312)):

$$A = 80,7 \text{ m}^2$$

Men heeft (cfr. (310)):

$$\int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz = 184,7 \text{ t/m}$$

De formule (343) geeft:

$$F_{p,h} = \frac{1,44 \times 0,33 \times 184,7}{1 - 2 \frac{1,44}{80,7} 0,33 \times 26,6} = \frac{87,77}{0,687} \cong 128 \text{ ton}$$

Deze waarde past zeer goed, met de waarde verkregen met andere methodes.

##### D.III.2.2 Toepassing op het geval van een diepsondering.

Laten we terug het voorbeeld der figuur 36 nemen, doch thans heeft men in plaats van een paal  $D = 0,418 \text{ m}$ , de diepsondeerbuizen  $\varnothing 3,6 \text{ cm}$ .

##### 2.1: Zeevaart.

Volgens Zeevaart neemt men  $\bar{A} = \pi (12 r_0)^2$

$$\bar{A} = \pi (12 \times 0,018)^2 = 1,47 \times 10^{-1} \text{ m}^2$$

$$\bar{\chi} = 1,10 \times 2 \pi \times 0,018 = 1,24 \times 10^{-1} \text{ m}$$

$$\bar{\chi} K_\Phi = 1,24 \times 10^{-1} \times 0,33 = 4,09 \times 10^{-2} \text{ m}$$

De formule (173) geeft:

$$F_{p,h} = \frac{\bar{\chi} K_\Phi}{1 - \frac{\bar{\chi} K_\Phi}{3 \bar{A}} h} \int_0^h \sigma_{v,z}^{(o)} dz$$

$$F_{p,h} = \frac{4,09 \times 10^{-2}}{1 - \frac{4,09 \times 10^{-2}}{3 \times 1,47 \times 10^{-1}} \cdot 26,6} \times 184,7$$

$$F_{p,h} = \frac{7,55}{1 - 2,47} = \frac{7,55}{-1,47} = -5,14 \text{ ton}$$

Men komt tot een absurditeit.

##### 2.2: Formule (343)

Men heeft thans krachtens de formule (260), dezelfde waarde  $A = 80,7 \text{ m}^2$  als voor de veel dikkere paal, aangezien  $A$  wel van de diepte  $h$ , doch niet van de paaldiameter afhankelijk is.

De formule (343) geeft:

$$F_{p,h} = \frac{4,09 \times 10^{-2} \times 184,7}{1 - 2 \frac{4,09 \times 10^{-2}}{80,7} 26,6} = \frac{7,55}{1 - 0,0270} = \frac{7,55}{0,9730} = 7,76 \text{ ton.}$$

Over een diepte van 26,60 m is een zijdelingse wrijvingsweerstand van 7,76 ton voor de diepsondeerbuizen betrekkelijk gering te noemen.

Men mag echter niet uit het oog verliezen, dat het gemiddelde fictief werkzaam volumegewicht slechts  $0,522 \text{ t/m}^3$  bedraagt (cfr. formule (311)), zodat men met zeer slappe lagen te maken heeft.

Bij een werkzaam volumegewicht van circa  $1 \text{ t/m}^3$  welke in normale lagen voorkomt zou de integraal van de korrelspanningen  $\sigma_{v,z}^{(o)}$ , welke in de teller voorkomt, ongeveer 2 maal groter zijn, en zou men een bijna dubbele wrijving, dus circa 15 ton, verkrijgen.

Men kan derhalve concluderen dat met de formule (343), in dewelke voor A de waarde uit de formule (260) wordt ingevoerd, de wrijvingsweerstand gevonden in de diepsonderingen althans als orde van grootte kunnen worden verklaard.

#### D.IV. Beperking van de betekenis van alle formules opgesteld voor de positieve kleeft

In alle aangegeven formules is uitgegaan van de volgende aannamen:

$$1) \sigma_{h,z} = K'_0 \sigma_{v,z}$$

$$\text{met: } K'_0 = \frac{1 - \sin^2 \varphi_r}{1 + \sin^2 \varphi_r}$$

Nochtans in overgeconsolideerde kleien kan  $\sigma_{h,z}$  groter zijn dan  $\sigma_{v,z}$ .

In goed doorlatende lagen kan door het heien ook  $\sigma_{h,z}$  veel groter zijn dan  $\sigma_{v,z}$ .

2) Er is uitgegaan van de veronderstelling dat  $\sigma_{v,z}$  steeds maar met de diepte toeneemt, zodat ook de schuifspanning  $\sigma_{o,z_j}$  steeds met de diepte toeneemt. Dit stemt echter niet overeen met de werkelijkheid. Inderdaad vanaf een bepaalde diepte, ontstaan wegens de krachswerkingen welke door de paal in de grond worden ingeleid, vervormingen van de grond, welke groter zijn nabij de paal.

Hierdoor wordt de zich onmiddellijk omheen de paal bevindende grond gedeeltelijk aan de bovenbelasting onttrokken. Er ontstaat dus een soort gewelfs- of silo effect, waardoor vanaf een bepaalde diepte de schuifspanningen praktisch niet meer toenemen. Dit is o.m. uit de proeven van Vesic [6] gebleken.

Bij de aanwending van alle hiervoor aangegeven methodes moet men deze beperking zeer goed voor ogen houden, wil men foutieve conclusies vermijden.

#### LITERATUURLIJST

[1] Zeevaert L.: Foundation Engineering for difficult Subsoil Conditions. Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1972.

- [2] De Beer E.: Berekening van de negatieve wrijving op palen. — Tijdschrift der Openbare Werken van België, nr. 6, december 1966, blz. 485-514.
- [3] Endo M., Minou A., Kawasaki T. and Shibata T.: Negative skin friction acting on steel pipe line in clay. Proceedings of the Seventh International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Mexico 1969, Volume 2, blz. 85-92.
- [4] Buisman A.S.K.: Grondmechanica. Uitgeverij Waltman Delft, 1944.
- [5] De Beer E.: Grondmechanica-Deel II: Funderingen. N.V. Standaard Boekhandel Gent.
- [6] Vesic A.S.: A Study of bearing capacity of deep foundations. School of Civil Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia. Final Report, Project B-189, March 31, 1967.

#### INHOUDSTAFEL

|                                                                                                                                                                                      | Nr 1/76 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
|                                                                                                                                                                                      | blz.    |
| Inleiding                                                                                                                                                                            | 23      |
| A. Methode van Zeevaert                                                                                                                                                              | 23      |
| A.I. Negatieve kleeft                                                                                                                                                                | 23      |
| A.I.1. Fysische gegevens                                                                                                                                                             | 23      |
| A.I.1.1. Verkneding                                                                                                                                                                  | 23      |
| A.I.1.2. Tijd van reconsolidatie                                                                                                                                                     | 24      |
| A.I.1.3. Geboorde palen                                                                                                                                                              | 26      |
| A.I.2. Berekeningsaannamen                                                                                                                                                           | 26      |
| A.I.3. Berekening van de negatieve kleeft                                                                                                                                            | 29      |
| A.I.3.1. Symbolen                                                                                                                                                                    | 29      |
| A.I.3.2. Globale berekeningsmethode met parabolische verdeling der uiteindelijke spanningen en een waarde van het ekwivalent invloedsoppervlak enkel afhankelijk van de paaldiameter | 30      |
| A.I.3.3. Iteratiemethode, toepasselijk op een lagenpakket en gesteund op een ekwivalent invloedsoppervlak afhankelijk van de diepte                                                  | 31      |
| A.I.3.3.1. Opstellen der recurrentieformules                                                                                                                                         | 31      |
| A.I.3.3.2. Bepalen van de ekwivalente invloedsoppervlakken                                                                                                                           | 32      |
| A.I.3.3.2.1. $s_{o,z_j} = k z_j$                                                                                                                                                     | 36      |
| A.I.3.3.2.2. $s_{o,z_j} = s_e$                                                                                                                                                       | 36      |
| A.I.3.3.2.3. $s_{o,z_j} = s_e + k z_j$                                                                                                                                               | 36      |
| A.I.3.3.2.4. Invloedsdiagrammen                                                                                                                                                      | 37      |
| A.I.3.3.2.4.1. $s_{o,z_j} = k z_j$                                                                                                                                                   | 37      |
| A.I.3.3.2.4.2. $s_{o,z_j} = s_e$                                                                                                                                                     | 39      |
| A.I.3.3.2.5. Bemerking t.o.v. de voor $s_{o,z_j}$ beschouwde wetten                                                                                                                  | 39      |
| A.II. Positieve kleeft                                                                                                                                                               | 39      |
| A.II.1. Fysische gegevens                                                                                                                                                            | 39      |
| A.II.2. Berekeningsmethode van de positieve kleeft                                                                                                                                   | 40      |
| A.II.2.1. Globale methode gesteund op een lineaire verdeling van de uit-                                                                                                             |         |